UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

EXPLORATION DE PRATIQUES D'ENSEIGNEMENT DE LA PROPORTIONNALITÉ AU SECONDAIRE EN LIEN AVEC L'ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE INDUITE CHEZ LES ÉLÈVES DANS DES PROBLÈMES DE PROPORTION

THÈSE

PRÉSENTÉE

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DU DOCTORAT EN EDUCATION

PAR

IZABELLA OLIVEIRA

JANVIER 2008

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

DOCTORAT EN ÉDUCATION (Ph.D.)

Programme offert par l'Université du Québec à Montréal (UQAM)

en association avec

l'Université du Québec à Trois-Rivières (UQTR)
l'Université du Québec à Chicoutimi (UQAC)
l'Université du Québec à Rimouski (UQAR)
l'Université du Québec en Outaouais (UQO)
et l'Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue (UQAT)

N Bednarz

Nadine Bednarz, directrice de recherche
Université du Québec à Montréal

Caroline Lajoie

Caroline Lajoie, codirectrice de recherche
Université du Québec à Montréal

Jacinthe Giroux.

Jacynthe Giroux, présidente du jury
Université du Québec à Montréal

Daniel Martin, examinateur UQ
Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue

Sophie René De Cotret, examinatrice externe
Université de Montréal

Thèse soutenue le 29 février 2008

À mes parents Clice et José Augusto

> *« Nous sommes tous, chacun à notre manière, des chercheurs de vérité, et nous espérons tous comprendre pourquoi nous sommes là. Tandis que s'échafaude collectivement la montagne de ces explications, chaque génération se hisse sur les épaules de la précédente, et tente vaillamment d'atteindre le sommet. Nous ne pouvons prévoir si l'un de nos descendants se retournera un jour pour admirer, depuis la cime, avec une clarté parfaite, l'ampleur et l'élégance de l'Univers. [...] Aujourd'hui, ma génération s'émerveille devant cette nouvelle vision de l'Univers, cette nouvelle manière d'aborder la cohérence du monde, et nous y contribuons en ajoutant notre barreau à l'échelle de l'humanité en quête des étoiles. » (Brian Greene, 1999)*

REMERCIEMENTS

Si faire une thèse de doctorat n'est pas une tâche facile, écrire les remerciements ne l'est pas plus. Je vais essayer de faire de mon mieux.

Eu começo agradecendo a minha família : meu pai, minha mãe, meus irmãos e sobrinhos, que de uma maneira toda especial sempre acreditaram e confiaram na realisação desse trabalho. Obrigada!

Je tiens tout particulièrement à remercier Madame Nadine Bednarz, ma directrice de recherche, ma professeure, mon amie. Depuis le début de cette démarche, Madame Bednarz a toujours cru que j'étais capable de la mener à terme (et si elle en a douté un jour, je ne m'en suis jamais rendue compte) et me voilà aujourd'hui au bout de celle-ci. Son écoute, son ouverture d'esprit, sa disponibilité, son amitié et pourquoi pas dire toute sa compétence, m'ont aidée à atteindre la fin de ce travail. Si vous n'aviez pas pris le risque de m'accepter comme étudiante, avant même de me connaître, je ne serais pas là aujourd'hui. Merci beaucoup, Madame!

Je tiens aussi à remercier Madame Caroline Lajoie, ma co-directrice, avec qui j'ai tellement appris. Merci Caroline de m'avoir accompagnée dans ce cheminement, pour ton appui, pour ton amitié. Merci surtout pour la confiance que tu m'as témoignée.

Ces deux dames, très spéciales pour moi, ont chacune à leur manière contribué à ce que je sois ici aujourd'hui. Ce chemin aurait été beaucoup plus difficile sans leur présence.

Je tiens à remercier Maurice et Jacques, les enseignants qui m'ont accueillie dans leurs classes pour que cette recherche puisse se réaliser.

Je tiens spécialement à remercier mon amie Mireille Saboya avec qui j'ai partagé cette expérience depuis le tout début. Merci Mireille pour avoir été là, pour nos discussions (parfois chaudes) mais toujours productives, pour tes encouragements, pour ton amitié, enfin, pour être ce que tu es.

Un grand merci au SÉDiM et à tous ses membres, spécialement à Kalifa, Mireille, Jean-François, Claudia, Souleymane, Alex, Christian, Isabelle, Lily, groupe avec lequel j'ai pu partager différents moments de mes analyses et des leurs, groupe qui m'a aidée à me construire en tant que chercheure.

Je tiens à remercier Jean-François pour toute sa patience, son amitié et son aide dans les moments de finalisation de cette thèse. Sans sa présence tranquille, et son support constant, je ne sais comment je serais arrivée à la fin.

Je tiens à remercier aussi Laure, qui en plus d'être une amie très présente, a fait toute la correction du français qui, comme vous pouvez l'imaginer, a été du travail, merci Laure.

Je tiens à remercier tous mes ami(e)s d'ici et d'ailleurs qui, d'une manière ou d'une autre, ont été présents. Comme je le dis habituellement, un doctorat c'est une épreuve plutôt émotionnelle et sans ces personnes, qui me sont si chères, je n'y serais pas arrivée. N'en nommer que quelques-unes n'aurait pas été juste, alors sentez-vous tous ici nommés avec ce grand MERCI!!!

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES viii

LISTE DES TABLEAUX ix

RÉSUMÉ x

INTRODUCTION 1

CHAPITRE I 3

PROBLÉMATIQUE 3

- 1.1. L'ORIGINE DE MON QUESTIONNEMENT 3
- 1.2. PRATIQUE D'ENSEIGNEMENT DE LA PROPORTIONNALITÉ AU SECONDAIRE : QU'EST-CE QU'ON SAIT À CE SUJET? 4
- 1.3. L'ENSEIGNEMENT DE LA PROPORTIONNALITÉ : UN ENJEU CENTRAL, POURQUOI? 9
  - *1.3.1. Importance de la proportionnalité dans la vie quotidienne, en mathématiques et dans les autres disciplines* *9*
  - *1.3.2. Importance de la proportionnalité dans le programme d'études au secondaire au Québec* *11*
- 1.4. QUE SAIT-ON DU DÉVELOPPEMENT DU RAISONNEMENT PROPORTIONNEL CHEZ LES ÉLÈVES? 14
  - *1.4.1 Développement du raisonnement proportionnel chez les jeunes enfants* *14*
  - *1.4.2. Stratégies des élèves dans des situations proportionnelles* *18*
- 1.5. POINTS QUI RESSORTENT DE L'ENSEMBLE DES TRAVAUX PRÉCÉDENTS 25

CHAPITRE II 28

CADRE THÉORIQUE 28

- 2.1. CARACTÉRISATION DES PRATIQUES D'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES 28
  - *2.1.1 La complexité de la pratique enseignante* *30*
  - *2.1.2. Cohérence de la pratique enseignante* *32*
  - *2.1.3. La prise en compte des contraintes* *35*
- 2.2. CADRES THÉORIQUES PERMETTANT D'ANALYSER LES PRATIQUES D'ENSEIGNEMENT : DIFFÉRENTS ANGLES D'ENTRÉE 36
  - *2.2.1. La perspective ergonomique d'analyse des pratiques* *37*
  - *2.2.2. Perspectives d'analyse des pratiques qui se dégagent de la théorie des situations didactiques de Brousseau* *47*
- 2.3. POINTS QUI RESSORTENT DE L'ENSEMBLE DES TRAVAUX SUR LES PRATIQUES D'ENSEIGNEMENT 56
- 2.4. L'ENSEIGNEMENT DE LA PROPORTIONNALITÉ : ÉLABORATION D'UN CADRE DE RÉFÉRENCE 58
  - *2.4.1. La proportionnalité* *58*
  - *2.4.2. Qu'entend-on par raisonnement proportionnel ?* *60*
  - *2.4.3. Analyse des situations : quelques repères importants en lien avec le développement de la proportionnalité* *65*
- QUESTIONS DE RECHERCHE 73

CHAPITRE III 75

MÉTHODOLOGIE 75

- 3.1. ORIENTATION MÉTHODOLOGIQUE GLOBALE 75
- 3.2. POURQUOI UNE ÉTUDE DE CAS MULTIPLES? 78
- 3.3. LE CHOIX DES CAS 79
- 3.4. COLLECTE DE DONNÉES 81
- 3.5. INSTRUMENTS DE COLLECTE DE DONNÉES 87
  - *3.5.1. Les protocoles d'entrevue avec l'enseignant* *87*

3.5.2. Le test écrit avec les élèves ... *91*
3.6. DÉMARCHE D'ANALYSE DE LA RECHERCHE ... 99
3.6.1. Une analyse émergente ... *99*
3.6.2. La démarche de codage émergente ... *101*
3.7. CRITÈRES DE RIGUEUR ET DE SCIENTIFICITÉ ... 103
3.7.1. Le critère de crédibilité ... *104*
3.7.2. Le critère de fiabilité ... *104*
3.7.3. Le critère méthodologique (la confirmation) ... *105*
3.7.4. Le critère de transférabilité ... *106*
CHAPITRE IV ... **108**
ANALYSE DES RÉSULTATS ... **108**
4.1. PREMIER CAS : ANALYSE DE LA PRATIQUE D'ENSEIGNEMENT DE MAURICE EN LIEN AVEC L'APPRENTISSAGE DE LA PROPORTIONNALITÉ ... 109
4.1.1. Analyse de l'entrevue sur la planification : les principes directeurs préalables qui le guident dans l'élaboration de son enseignement ... *116*
Discussion autour de la prise en compte par Maurice d'un travail sur rapport et taux ... *146*
4.1.2. Analyse des notes de cours remises aux élèves ... *156*
4.1.3. Analyse de la pratique en classe ... *206*
4.1.4. Analyse de l'entrevue finale ... *246*
4.1.5. Retour sur la pratique de Maurice : la reconstruction d'un récit ... *256*
4.1.6. Analyse de l'activité mathématique induite chez les élèves ... *266*
4.2. LE DEUXIÈME CAS : ANALYSE DE LA PRATIQUE D'ENSEIGNEMENT DE JACQUES EN LIEN AVEC L'APPRENTISSAGE DE LA PROPORTIONNALITÉ ... 308
4.2.1. Analyse de l'entrevue sur la planification : les principes directeurs préalables à tout enseignement ... *311*
4.2.2. Analyse de la pratique en classe et des situations travaillées ... *324*
Discussion autour de la prise en compte par Jacques d'un travail sur rapport et taux ... *355*
4.2.3. Analyse de l'entrevue finale ... *415*
4.2.4. Retour sur la pratique de Jacques : la reconstruction d'un récit ... *428*
4.2.5. Analyse de l'activité mathématique induite chez les élèves ... *438*
CHAPITRE V ... **463**
INTERPRÉTATION ... **463**
5.1. UN REGARD CROISÉ SUR LES PRATIQUES D'ENSEIGNEMENT DE LA PROPORTIONNALITÉ DE JACQUES ET DE MAURICE ... 466
5.1.1. Un regard croisé sur les pratiques de Jacques et Maurice en termes de gestes professionnels 466
5.1.2. Un regard croisé sur les pratiques de Jacques et Maurice en termes de cohérence de la pratique / des logiques qui guident la conduite de ces enseignants ... *485*
5.2. PRATIQUE D'ENSEIGNEMENT DE LA PROPORTIONNALITÉ DE JACQUES ET MAURICE ET ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE INDUITE CHEZ LES ÉLÈVES ... 507
5.2.1. Le regard amené par une analyse de la dévolution, de l'institutionnalisation et du contrat didactique ... *507*
CONCLUSION ... **525**
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES ... **534**

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 – synthèse : analyse des pratiques d'enseignement de la proportionnalité – différents angles d'entrée 74

Figure 4.1- Les moments du codage des données de l'entrevue 115

Figure 4.2 – Notes de cours sur Rapport 163

Figure 4.3 – Notes de cours sur Taux 165

Figure 4.4 – Notes de cours sur la comparaison de Rapports et de Taux 167

Figure 4.5 – Notes de cours sur les variations dans les rapports et les taux 168

Figure 4.6 – Notes de cours sur les proportions 175

Figure 4.7 – Notes de cours sur les propriétés de l'égalité des rapports ou des taux 177

Figure 4.8 – Notes de cours sur la recherche un terme inconnu dans une proportion 179

Figure 4.9 – Notes de cours sur la résolution de problèmes 181

Figure 4.10 – Notes de cours sur les situations de proportionnalité 191

Figure 4.11 – Notes de cours sur les situations de proportionnalité (suite) 192

Figure 4.12 – Notes de cours sur les situations de proportionnalité (suite) 194

Figure 4.13 – Notes de cours sur les situations de proportionnalité (suite) 196

Figure 4.14 – Notes de cours sur le calcul de valeurs manquantes dans les situations de proportionnalité . 198

Figure 4.15- Un essai d'interprétation 264

Figure 4.16- Un essai d'interprétation (suite) 265

Figure 4.17 - Différentes composantes du raisonnement proportionnel prises en compte 266

Figure 4.18 - Activité mathématique induite chez les élèves 267

Figure 4.19- Démarche d'analyse de l'entrevue initiale 311

Figure 4.20- Énoncé du problème de casse-tête donné aux élèves 316

Figure 4.21- Énoncé du problème de la recette de punch donné aux élèves 317

Figure 4.22- L'exemple donné pour la définition d'un rapport et d'un taux 318

Figure 4.23- Bilan de l'analyse de la planification de Jacques tirée de l'entrevue 323

Figure 4.24-Construction d'une signification mathématique en classe à propos de taux et de rapport 335

Figure 4.25- Construction d'une signification mathématique en classe à propos de l'équivalence de taux et de rapports 339

Figure 4.26- Caractérisation de la pratique de Jacques dans les séances 1 et 2 354

Figure 4.27- L'activité du casse-tête 357

Figure 4.28- Une première caractérisation de la pratique de Jacques autour du casse-tête et du problème de recette 373

Figure 4.29- Notes de cours sur la reconnaissance de situations proportionnelles 395

Figure 4.30- Variation des gestes professionnels en regard du type de tâche donnée 437

Figure 5.1- L'activité de l'enseignant autour d'une tâche 468
Figure 5.2- L'activité de l'enseignant Maurice autour d'une tâche 475
Figure 5.3- L'activité de l'enseignant Maurice autour d'une tâche 477
Figure 5.4- Gestes professionnels identifiés chez Maurice..484
Figure 5.5- Cohérence de la pratique de Maurice à différents temps de son action 489
Figure 5.6- Ce qui ressort de l'analyse de la pratique de Maurice en termes de cohérence de la pratique ...495
Figure 5.7- Ce qui ressort de la nouvelle lecture de Jacques en termes de cohérence de la pratique...........498
Figure 5.8- Ce qui ressort de l'analyse de la pratique de Jacques en termes de cohérence de la pratique....505

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1- Perspectives d'analyse des pratiques d'enseignement : différents angles d'entrée....................57
Tableau 4.1 - Synthèse de la première partie des notes de cours 171
Tableau 4.2 - Synthèse de la deuxième partie des notes de cours...186
Tableau 4.3 - Synthèse de la troisième partie des notes de cours..199
Tableau 4.4 - Les étapes de la progression de la planification...205
Tableau 4.5 - Temps de parole de l'enseignant et des élèves par séance en classe. 209
Tableau 4.6 - Nombre d'élèves qui ont utilisé chacune des procédures (avant et après enseignement), pour les problèmes de proportion directe 286
Tableau 4.7 - Nombre d'élèves qui ont utilisé chacune des procédures (avant et après enseignement), pour les problèmes de proportion inverse 288
Tableau 4.8 - Nombre d'élèves qui expliquent en mots leur démarche (avant et après enseignement) 298
Tableau 4.9- Répartition du temps de parole entre l'enseignant et les élèves pendant les séances en classe325
Tableau 4.10-Découpage en épisodes de la leçon sur l'introduction des rapports et taux (2 séances).........328
Tableau 4.11- Variantes observées dans la pratique de Jacques...414
Tableau 4.12- Choix didactiques qui guident Jacques dans sa pratique effective en classe........................438
Tableau 4.13-Nombre d'élèves qui ont utilisé chacune des procédures avant et après enseignement, pour les problèmes de proportion directe 447
Tableau 4.14-Nombre d'élèves qui ont utilisé chacune des procédures (avant et après enseignement), pour les problèmes de proportion inverse 449
Tableau 4.15- Procédures utilisées par les élèves avant et après enseignement pour le problème du M.Haut et M.Bas 452
Tableau 4.16- Nombre d'élèves qui expliquent en mots leur démarche (avant et après enseignement) 460
Tableau 5.1- Relation entre les gestes professionnels et les principes sous-jacents 473
Tableau 5.2- Ce qui ressort de la pratique de Maurice en termes de contrat didactique.............................515
Tableau 5.3- Ce qui ressort de la pratique de Jacques en termes de contrat didactique.............................520
Tableau 5.4- Caractéristiques de la pratique en classe et activité mathématique induite chez les élèves.....523

RÉSUMÉ

L'importance que la proportionnalité prend en dehors de l'école (dans la vie de tous les jours, en sciences, en économie, en sciences de la santé, en sciences humaines) est mentionnée par plusieurs auteurs, depuis quelques années (Nunes, Schliemann et Carraher, 1993; Soto et Rouche, 1994; Sokona, 1989). Elle constitue un enjeu important de la formation mathématique au niveau secondaire (MEQ, 1994, MELS, 2003).

Les travaux de recherche réalisés en didactique des mathématiques sur la proportionnalité ont beaucoup porté jusqu'alors sur l'élève : ses raisonnements, ses stratégies de résolution, ses erreurs (Oliveira, 2000, 2001; Levain, 1997; Dupuis et Pluvinage 1981; Karplus, Karplus et Wollmann, 1974; Noelting, 1978) ou encore sur les problèmes et les variables susceptibles d'affecter l'engagement de l'élève (Vergnaud, 1991, René de Cotret, 1991). Ils ont également porté sur l'élaboration de séquences d'enseignement visant la construction du raisonnement proportionnel chez les élèves (Gnass, 2000; Vergnaud, 1991, Brousseau, 1981) ou sur l'analyse de pratiques d'enseignement de la proportionnalité dans des contextes particuliers : environnement technologique (Adjiade et Pluvinage, 2007), cours dialogué (Hersant, 2001, 2004). Toutefois, nous savons peu de choses sur les pratiques « ordinaires » d'enseignement de la proportionnalité, qui constituent pourtant un moment clé à considérer en lien avec la résolution de problèmes proportionnels par les élèves (Oliveira, 2000). C'est sur cet objet d'étude plus précis que s'est centrée notre étude.

Nous avons cherché à mieux comprendre ces pratiques d'enseignement de la proportionnalité, au moment de l'introduction de ce contenu en classe de mathématiques au secondaire, du point de vue notamment de leur relation avec l'apprentissage des élèves. Cette compréhension passe par une prise en compte de différentes composantes de cette pratique, allant de la planification à l'action effective en classe, et par l'explicitation de ce qui guide l'enseignant.

Pour atteindre cet objectif, nous avons suivi deux classes de secondaire 2 (13-14 ans) et leurs enseignants pendant toute une séquence d'enseignement portant sur l'introduction de la proportionnalité. Nous avons procédé à une observation systématique des séances en classe. Cette observation a été complétée par des entrevues avec chacun des deux enseignants, et par la passation d'un questionnaire écrit, portant sur la résolution de différents types de problèmes proportionnels et non proportionnels, passé aux élèves au début et à la fin de l'enseignement.

Une analyse en profondeur, dans chacun des cas, des séances en classe et des entrevues, a permis de faire ressortir différentes caractéristiques des pratiques d'enseignement de la proportionnalité considérées, au niveau notamment de ce qui sous-tend celles-ci (ce qui guide la planification et la pratique en classe…), faisant ressortir la cohérence de cette pratique. L'analyse des séances en classe a par ailleurs permis de mettre en évidence une variété de gestes professionnels mobilisés par l'enseignant, qui s'organisent, dans l'action effective en classe, autour de différentes tâches. Finalement, les caractéristiques qui se dégagent de l'analyse de ces deux pratiques différentes d'enseignement de la proportionnalité, en lien avec l'analyse des questionnaires écrits, viennent éclairer le rôle de l'enseignant dans la construction d'apprentissages mathématiques par les élèves.

INTRODUCTION

L'importance que la proportionnalité prend en dehors de l'école (dans la vie de tous les jours, en sciences, en économie, en sciences de la santé, en sciences humaines) est mentionnée par plusieurs auteurs, depuis quelques années (Nunes, Schliemann et Carraher, 1993; Soto et Rouche, 1994; Sokona, 1989). Elle constitue un enjeu important de la formation mathématique au niveau secondaire (MEQ, 1994, MELS, 2003). Pourtant, les difficultés des élèves, les stratégies qu'ils utilisent, les erreurs qu'ils commettent dans différents types de problèmes, montrent qu'il ne s'agit pas nécessairement d'un domaine d'acquisition simple (Oliveira, 2000, 2001; Levain, 1993; Noelting, 1978; Karplus et al, 1974).

Les travaux de recherche réalisés en didactique des mathématiques ont beaucoup porté jusqu'alors sur l'élève, ses raisonnements, ses stratégies de résolution, ses erreurs (Oliveira, 2000, 2001; Levain, 1997; Dupuis et Pluvinage. 1981; Karplus, Karplus et wollmann, 1974; Noelting, 1978) ou encore sur les situations d'enseignement et les variables didactiques susceptibles d'affecter l'engagement de l'élève dans ces situations (Vergnaud, 1991, René de Cotret, 1991), mais nous savons peu de choses sur les pratiques « ordinaires » d'enseignement élaborées à propos de la proportionnalité. C'est sur cet objet d'étude plus précis que s'est centrée notre étude. Nous revenons dans le Chapitre I sur les éléments de la problématique à la source du présent projet, notamment sur l'origine de notre questionnement, sur l'importance que prend la proportionnalité dans la vie quotidienne et à l'école, dans le programme de formation, de même que sur ce que nous savons du développement du raisonnement proportionnel chez les élèves et de l'enseignement de la proportionnalité. Cet énoncé de la problématique nous permet de situer l'objectif de notre recherche, centré sur une analyse des pratiques « ordinaires » d'enseignement de la proportionnalité.

Dans le Chapitre II, nous présentons les éléments du cadre théorique qui guideront nos analyses pas la suite. Nous y précisons notamment les concepts de pratique d'enseignement (et ses caractéristiques), de proportionnalité et de raisonnement proportionnel. Différentes perspectives théoriques, qui ont servi de cadre à l'analyse des pratiques, y sont examinées.

Dans le Chapitre III, nous présentons la méthodologie utilisée pour atteindre notre objectif, c'est-à-dire une étude de cas multiple. Nous précisons les caractéristiques globales de cette approche, de même que les choix méthodologiques qui ont été faits pour mener cette étude, et les instruments que nous avons utilisés.

Dans le Chapitre IV, nous revenons sur l'analyse des deux cas. L'analyse rend compte de la reconstruction de la planification, avant tout enseignement, des principes qui la guident, de la pratique en classe et du retour sur cette pratique, après enseignement. Nous y cernons également l'activité mathématique induite chez les élèves en lien avec cette pratique.

Au dernier Chapitre, une lecture transversale des deux cas est effectuée en termes de gestes professionnels et de cohérence de cette pratique, pour conclure sur ce que nous en retirons, ainsi que sur les limites et prolongements de la recherche.

Nous tenons enfin à souligner à cette étape au lecteur le choix qui a été fait en regard de l'écriture de la thèse. La forme retenue pour cette présentation se rapproche de celle d'un travail en construction/ en progression (« a work in progress »), cherchant à rendre compte de la démarche même de recherche suivie par la chercheure.

CHAPITRE I

PROBLÉMATIQUE

1.1. L'origine de mon questionnement

Ma recherche de maîtrise, réalisée dans un autre contexte que celui du Québec, soit au Brésil, questionne la pertinence de l'enseignement de la proportionnalité au regard des stratégies développées par les élèves avant et après enseignement (Oliveira, 2000). Nos observations, réalisées auprès de 494 élèves de secondaire I à secondaire IV nous ont en effet amenée, d'une part, à montrer que pour résoudre des problèmes de proportion (différents types de problèmes directement proportionnels et inversement proportionnels étaient ici considérés) la plupart des élèves de secondaire I disposent, avant tout enseignement de la proportionnalité, de différentes stratégies[1] de résolution permettant effectivement de solutionner les problèmes.

D'autre part, cette même recherche tend aussi à montrer que les élèves qui ont suivi un certain enseignement de la proportionnalité[2] (secondaire II à secondaire IV) sont davantage centrés sur les données numériques des problèmes présentés, commettant des erreurs liées à une utilisation non-contrôlée d'un certain algorithme. La diversité des stratégies utilisées par les élèves avant tout enseignement et les erreurs rencontrées après enseignement nous ont amenée à nous interroger sur les pratiques d'enseignement de la proportionnalité, au moment de son introduction, en regard notamment de la place attribuée par l'enseignant aux connaissances des élèves.

---

[1] Nous reviendrons ultérieurement dans ce chapitre sur ces stratégies, qui seront explicitées.

[2] Les manuels utilisés au Brésil, tout au moins au moment où a été réalisée cette expérimentation, mettent l'accent sur l'introduction de la notion de proportion et d'un algorithme, dit du produit croisé, dans l'enseignement de la proportionnalité.

1.2. Pratique d'enseignement de la proportionnalité au secondaire : qu'est-ce qu'on sait à ce sujet?

Une analyse des travaux de recherche en didactique des mathématiques conduits dans le domaine de la proportionnalité, nous a amenée à mettre en évidence que ces derniers ont beaucoup porté jusqu'alors sur l'élève et son apprentissage, ses stratégies de résolution, ses erreurs, ses difficultés (Oliveira, 2000; Vergnaud 1991; Galai, Gérente, Grenier et Rivoire, 1990; Levain, 1997; Tournaire, 1986; Julo, 1982; Dupuis et al. 1981; Noelting, 1978; Karplus et al, 1974) ou encore sur l'analyse des problèmes et des variables susceptibles d'affecter l'engagement de l'élève (Vergnaud, 1991, René de Cotret, 1991, Brousseau, 1986, 1981). Des séquences d'enseignement ont dans certains cas été élaborées et expérimentées auprès de groupes d'élèves particuliers, et les résultats rendent compte de la progression des élèves et du potentiel des situations développées (Gnass, 2000; Vergnaud, 1991, Brousseau, 1981). Peu de travaux ont cependant porté sur une analyse de l'enseignement « usuel » de la proportionnalité, en essayant de comprendre ce qui se passe en classe au moment de son introduction. Nous avons répertorié en fait trois études faites dans ce sens par Hersant (2001, 2004) et Adjiage et Pluvinage (2007). La première porte sur les pratiques d'enseignement de la proportionnalité dans un contexte particulier, mettant en œuvre l'utilisation d'un support informatique. L'auteure avait ici comme objectif d'étudier les pratiques de professeurs de collège utilisant un logiciel relatif à la proportionnalité, dans des classes ordinaires. Elle a observé deux professeurs. Un d'entre eux utilisait le logiciel dans une de ses deux classes. L'autre n'utilisait pas le logiciel dans son enseignement.

Hersant avait comme objectifs d'observer, d'une part, l'effet du logiciel sur les connaissances des élèves, et d'autre part, la façon dont les professeurs observés procèdent pour atteindre leurs objectifs d'enseignement, ainsi que l'effet de l'intégration d'un logiciel en classe (outil technologique) sur la pratique d'un enseignant. Les interactions didactiques en classe ont été plus particulièrement observées à travers les interactions logiciel-élèves, les interactions professeur-élèves ou élèves entre eux. Cette analyse s'est plus particulièrement attardée aux aspects de dévolution des problèmes et d'institutionnalisation.

L'auteure a observé la capacité d'adaptation de l'enseignant face à la nouvelle situation que constitue pour lui l'utilisation du logiciel en classe. Elle a remarqué que le professeur s'adapte à la présence du logiciel dans son enseignement, mais qu'il ne change pas pour autant sa façon de fonctionner au moment de l'institutionnalisation du savoir. À cette étape le professeur ne tient pas compte du travail antérieur qui a été fait par les élèves avec le logiciel. Une rupture entre l'activité des élèves et l'institutionnalisation peut ainsi être constatée.

Une autre observation porte sur le mode de fonctionnement du professeur et du logiciel au niveau des explications que l'un et l'autre renvoient à l'élève. Hersant mentionne ainsi que les explications du logiciel correspondent à la pratique d'un des professeurs observé. Au moment d'institutionnaliser un certain savoir ou encore la procédure utilisée, tant le professeur que le logiciel le font à partir d'une explication contextualisée à un problème spécifique, et non à partir d'un cours structuré d'avance.

L'auteure met aussi en évidence que dans leur questionnement, tant les enseignants que le logiciel donnent des messages à l'élève qui le renvoient au problème (allant dans le sens d'une dévolution du problème aux élèves). Mais elle spécifie que dans le cas du logiciel, le niveau de cohérence entre les messages qui sont envoyés et les explications données pour le problème n'est pas toujours très grand, cela tenant au fait que le logiciel ne tient pas compte de l'ordre de réponse de l'élève. Cette cohérence entre l'explication et le message est la différence la plus remarquable observée entre ce qui se passe en classe avec et sans le logiciel.

Les analyses des pratiques réalisées dans cette première étude mettent ainsi l'accent sur un contexte particulier et viennent éclairer l'effet de l'introduction d'un logiciel sur ces pratiques d'enseignement (incohérences observées dans les explications, caractérisation de la manière dont s'opère la dévolution, rupture dans l'institutionnalisation).

Elles nous permettent de voir l'apport éventuel de certains concepts théoriques, tels celui de dévolution et d'institutionnalisation dans l'analyse des pratiques (nous reviendrons sur ces concepts au chapitre II). Elles ne viennent cependant pas éclairer l'analyse des pratiques « usuelles » de la proportionnalité.

La deuxième étude (Hersant, 2004) s'est elle aussi centrée sur une approche particulière d'enseignement de la proportionnalité, le cours dialogué[3], observée dans des classes ordinaires de fin de collège en France. L'auteure met en évidence que cette pratique « ne semble relever ni de la transmission directe du savoir, ni d'un enseignement par des situations » (p. 244). L'auteure cherche à préciser les caractéristiques de cette pratique, en observant la manière dont l'enseignant gère la progression de son cours dans les moments d'incertitude, et la manière dont les connaissances et les savoirs évoluent dans la classe. Pour ce travail de caractérisation, l'auteure a retenu une séquence sur les pourcentages.

Hersant a observé que le *cours dialogué* se différencie d'autres pratiques d'enseignement de différentes façons :

---

[3] Nous entendons pour « Cours dialogué » un enseignement où les connaissances antérieures des élèves occupent une place importante, en particulier à partir de la phase de dévolution. Une caractéristique qui le distingue d'autres cours c'est que l'enseignant occupe une position moins instable en regard des phases de la situation didactique de Brousseau. Cela peut être observé à partir du rôle de l'enseignant et des élèves. Ce dernier n'est pas le seul responsable de leur apprentissage et l'enseignant contrôle plus le mode de travail effectif des élèves. L'état de contradiction entre la dévolution de l'apprentissage aux élèves et le devoir social d'enseigner, que vit l'enseignant dans la situation didactique de Brousseau est moins présent dans le *cours dialogué*.

> « Le *cours dialogué* est un type d'enseignement qui se caractérise par une transformation des connaissances des élèves et dans lequel il y a une certaine incertitude du côté du professeur puisque si les élèves ne coopèrent pas au déroulement du projet, le projet ne peut se réaliser. Cependant cette incertitude est moins grande que dans un type d'enseignement « constructiviste » où la construction du savoir reste sous l'entière responsabilité des élèves. [...] Enfin, dans ce type d'enseignement les connaissances intermédiaires (*des élèves*) ont une place (*dans la pratique de l'enseignant*), contrairement à ce qui peut se passer par exemple dans le cas de la transmission directe du savoir » (Hersant, 2004, p. 258).

Cette recherche prend aussi en considération les connaissances construites par les élèves. Cet avancement dans les connaissances des élèves est observé à partir des interactions en classe. Plus précisément autour des processus de dévolution et d'institutionnalisation. En ce sens elle se rapproche de notre intérêt de recherche (observer les pratiques en lien avec le développement du raisonnement proportionnel chez les élèves). Toutefois, cette analyse porte là encore sur un contexte très particulier, celui d'un cours dit « dialogué ».

Une autre étude portant sur l'enseignement des rapports et des proportions (Adjiage et Pluvinage, 2007) avait comme objectif d'observer la progression de l'apprentissage des élèves à partir de deux environnements d'enseignement différents : papier–crayon et sessions informatiques (laboratoire informatique, en utilisant le logiciel ORATIO et NewOra[4]), abordant l'enseignement des mathématiques à partir d'un contexte physique. Les auteurs nous disent par exemple que les situations tenant compte des échelles linéaires ont été utilisées pour faciliter la compréhension de problèmes de rapports :

---

[4] Le logiciel ORATIO a été conçu pour l'introduction de nombres décimaux. Il est composé de vingt programmes partagés dans deux groupes et une base de données. NewOra traite des quotients et de la proportionnalité dans un registre linéaire.

> « The linear scale was the first register to be introduced for representing and processing rational numbers and it was considered as a privileged tool for interpreting and processing ratio problems » (p. 157).

Même si cette étude nous informe sur l'influence d'un environnement d'enseignement de la proportionnalité, elle nous informe peu là encore sur des pratiques d'enseignement « ordinaires ».

Nous savons donc relativement peu de choses sur les pratiques « usuelles » d'enseignement de la proportionnalité en lien avec le développement du raisonnement proportionnel chez les élèves. Or, compte tenu de l'importance que revêt ce sujet en mathématiques et dans différents domaines, compte tenu des observations qui rendent compte du potentiel des stratégies dont semblent disposer les élèves avant tout enseignement (Dumas et Jaquet, 2001, Oliveira, 2000; Levain, 1997; Tournaire, 1986) et des difficultés observées après enseignement, les pratiques d'enseignement, au moment de l'introduction de ce concept, apparaissent un enjeu important.

Pour bien comprendre l'importance qu'il y a à s'attarder à l'analyse des pratiques d'enseignement de la proportionnalité, au moment de son introduction à l'école, nous reviendrons sur la place que le concept de proportionnalité occupe dans différents domaines et dans le programme d'études au secondaire. Nous reviendrons par la suite sur ce que nous savons des connaissances des élèves à propos de la proportionnalité, en montrant les défis qui sont ainsi posés à l'enseignement de la proportionnalité au secondaire au moment de son introduction.

1.3. L'enseignement de la proportionnalité : un enjeu central, pourquoi?

1.3.1. Importance de la proportionnalité dans la vie quotidienne, en mathématiques et dans les autres disciplines

Le raisonnement proportionnel peut être décrit comme un raisonnement multiplicatif utilisé de manière courante dans la vie de tous les jours. Les situations suivantes illustrent bien différents contextes où un tel raisonnement est mobilisé :

> **a)** En maintenant une vitesse constante, une voiture fait un parcours de 500km en 10 heures. Combien de kilomètres parcourrait-elle en 30 heures si elle gardait cette vitesse?
>
> **b)** En roulant à 60 km à l'heure, une voiture met 6 heures pour parcourir une certaine distance. Si elle avait pu rouler à une vitesse de 100 km à l'heure pour parcourir la même distance, combien aurait-elle mis de temps?
>
> **c)** On attend 6 personnes pour dîner. La recette utilisée pour faire le potage prévoit les quantités pour 4 personnes. Quelle quantité pour chacun des ingrédients devra-t-on mettre pour préparer le potage pour 6 personnes si on veut qu'il goûte la même chose?
>
> **d)** Avec 6 tuiles, je peux couvrir 2 pieds carrés. Combien de tuiles devrai-je commander pour couvrir le plancher de ma cuisine qui mesure 150 pieds carrés?

Ces contextes et bien d'autres font référence à des situations qui peuvent être rencontrées dans la vie de tous les jours et qui font appel à un raisonnement proportionnel.

En mathématiques, le raisonnement proportionnel sera mis à l'œuvre dans le travail sur les pourcentages (par exemple un certain pourcentage de quelque chose est connu et il faut retrouver le 100%); dans le travail sur le calcul de surfaces (à propos de l'aire, par exemple, de secteurs de disques) ou de volumes; en géométrie, dans le travail sur les figures semblables; en probabilités; en algèbre (dans certains types de problèmes, faisant intervenir des taux); en statistiques; dans le passage aux graphiques, aux fonctions linéaires.

On peut voir aussi dans d'autres domaines (économie, sciences humaines, formation médicale...), l'importance que prend la proportionnalité, comme par exemple dans le domaine médical, où certaines prescriptions et analyses faites en laboratoire nécessitent le recours à un raisonnement proportionnel.

En ce sens, plusieurs auteurs notent que le concept de proportionnalité occupe une place importante, non seulement à l'école, mais aussi dans les situations quotidiennes et les autres disciplines que les mathématiques (Levain et Vergnaud, 1995; Nunes, Schliemann, et Carraher, 1993; Sokona, 1989; Levain, 1997; Pezard, 1985).

> « La proportionnalité est sans doute l'une des notions mathématiques les plus importantes que nous rencontrions du primaire au collège. Ses nombreuses applications dans différents domaines (mathématique, physique, biologie, chimie, économie,...) lui font jouer un rôle essentiel dans l'enseignement. Il faut souligner, aussi, son utilisation dans la vie courante » (Sokona, 1989, p. 5)

Cette place importante attribuée à la proportionnalité en fait un des enjeux importants de l'éducation mathématique. Comme nous le verrons dans ce qui suit, une analyse plus fine du programme passé d'études au Québec (1994)[5] ou en cours (MELS, 2003) confirme ce rôle fondamental que joue la proportionnalité à l'école secondaire, et précise le champ des possibles auxquels devraient être confrontés les élèves.

---

[5] Ce programme était en vigueur lors de la collecte de données.

1.3.2. Importance de la proportionnalité dans le programme d'études au secondaire au Québec

Le développement du concept de proportionnalité constitue un des enjeux importants du programme passé d'études secondaire (MEQ, 1994). Ce dernier met l'accent sur l'importance de l'appropriation de ce concept dont l'introduction se situe en secondaire 2, et qui se poursuit pendant les autres années du secondaire (III et IV) :

> « La proportionnalité constitue un thème fondamental en mathématiques et plusieurs aspects de la réalité obéissent aux règles de la proportionnalité. Le raisonnement proportionnel se révèle donc une habileté intellectuelle fort utile » (MEQ, 1994, p.28)

Dans cet extrait, nous pouvons voir que le programme d'étude prend en considération différents aspects pour justifier l'importance de la proportionnalité : d'abord, le programme met en évidence qu'il s'agit d'un thème fondamental, il va être au cœur de l'apprentissage d'autres concepts, en mathématiques. Un autre aspect mis en évidence est celui du rapport avec la réalité, plusieurs situations de la vie quotidienne obéissent aux règles de la proportionnalité, comme par exemple les situations de vente, de pourcentage, d'achats liés à des calculs de surfaces, etc.

Quand on analyse de manière plus précise le programme de secondaire II, moment clé de l'introduction de la proportionnalité à l'école au Québec, on constate que l'un des objectifs généraux est de « Favoriser chez l'élève le développement du raisonnement proportionnel » (p. 28). L'accent dans cette introduction est donc mis *a priori* sur le raisonnement et la *reconnaissance réfléchie* de situations proportionnelles :

> « Il s'agit d'amener l'élève à saisir les caractéristiques particulières d'une situation de proportionnalité et à traiter cette situation d'une manière consciente et intelligente » (p. 28)

Le programme renvoie à l'utilisation des problèmes comme moyen de développer ce raisonnement proportionnel. Cette aptitude à raisonner va demander à l'élève de pouvoir expliciter sa démarche et ce autant oralement qu'à l'écrit.

Tout au long du secondaire II, le programme offre plusieurs occasions de réinvestir les connaissances qui ont été acquises sur la proportionnalité. Nous les retrouvons mobilisées dans l'étude des concepts de pourcentage, de probabilité, d'homothétie, d'aire (par exemple dans le travail sur l'effet d'un changement de dimensions sur l'aire).

Les programmes des niveaux suivants (secondaire III et IV) font référence quant à eux à l'apprentissage des concepts de rapport et de proportion dans l'exploration des situations de variation directe et inverse. Les élèves devront s'appuyer sur leurs connaissances de la proportionnalité dans la modélisation et l'analyse de situations fonctionnelles.

Quelle est la place maintenant du concept de proportion dans le programme d'études actuel au Québec (MELS, 2003)? Ce programme se situe-t-il dans la même perspective que le programme de 1994? Reprend-il les mêmes orientations? Introduit-il de nouvelles balises?

Dans ce programme d'études secondaire[6] (MELS, 2003), l'importance du raisonnement proportionnel est de nouveau soulignée :

> « le développement du raisonnement de type proportionnel est fondamental et ses applications sont nombreuses tant à l'intérieur qu'à l'extérieur de la discipline » (p. 29)

---

[6] Ce programme n'était pas en vigueur au moment de la collecte de données

Ici, nous pouvons voir que le concept de proportion occupe encore une place très importante, comme concept clé qui aidera les élèves dans la construction de concepts mathématiques en lien avec les autres disciplines.

Plusieurs domaines ont d'ailleurs recours au concept de proportionnalité. Notons, entre autres, l'univers social, les arts, les sciences (par exemple en physique et chimie) et la technologie (MELS, 2003). Cette utilisation dans d'autres domaines nous montre le caractère multidisciplinaire que le concept de proportion occupe dans le programme en cours du secondaire (on perçoit son utilisation possible en lien avec les autres disciplines).

Or, même si plusieurs auteurs et le programme d'études du secondaire au Québec (MEQ 1994, MELS 2003) reconnaissent l'importance du raisonnement proportionnel, en mathématiques et dans d'autres domaines (Sokona, 1989; Vergnaud, 1991; Levain et Vergnaud, 1995; Oliveira, 2000; MEQ, 1994, MELS, 2003), et si l'on voit se dessiner, à travers ce qui précède, les orientations que prend l'enseignement de la proportionnalité au secondaire[7], que se passe-t-il vraiment dans l'enseignement de la proportionnalité en lien avec les apprentissages des élèves?

L'acquisition du concept de proportion chez les élèves a été étudiée par plusieurs chercheurs. Leurs résultats nous aident à mettre en évidence, d'une part, les connaissances antérieures dont disposent les élèves et sur lesquelles un enseignement de la proportionnalité pourrait s'appuyer, et d'autre part à prendre conscience des difficultés, erreurs qui pourraient prises en compte dans cette introduction.

---

[7] Le programme, dans ce cas, est trop récent pour pouvoir tirer des conclusions.

1.4. Que sait-on du développement du raisonnement proportionnel chez les élèves?

Plusieurs études tendent à montrer que le développement du raisonnement proportionnel commence tôt et que les élèves en ont déjà une certaine compréhension avant même de l'étudier à l'école.

1.4.1. Développement du raisonnement proportionnel chez les jeunes enfants

Tournaire (1986), dans une étude sur la compréhension du concept de proportion à l'école primaire, a observé que des élèves de 8 et 9 ans sont capables, et ce avant tout enseignement, de résoudre des problèmes de proportion qui présentent une structure simple (faisant référence à un contexte familier et à de petits nombres entiers). Ces élèves ont recours à une stratégie additive ou à une stratégie de retour à l'unité[8], par exemple dans le problème suivant :

> « There are two mixtures of orange juice and water. One is made with 2 glasses of orange juice and 4 glasses of water. The other is made with 6 glasses of orange juice. How much water should be used to get same taste? » (p. 404)

Pour résoudre le problème, par exemple en utilisant une stratégie additive, l'enfant dit :

> « I need 4 glasses of water for the first 2 glasses of orange juice, 4 more for the next 2… is 8, and 4 more is 12 » (p. 406)

On voit que l'élève répète la relation 4 verres d'eau pour 2 verres de jus d'orange trois fois jusqu'à ce qu'il ait atteint les 6 verres de jus d'orange. Même s'il utilise une stratégie additive, il prend en compte la structure multiplicative du problème.

Dans le même sens, Karplus et al (1974), dans une tâche référant à la taille de « M. Haut et de M. Bas » (M. Haut et M. Bas sont deux personnages dessinés sur papier), ont demandé à des enfants (de 4^e à 9^e année) de trouver quelle était la hauteur de M. Haut, à partir de celle connue de M. Bas :

> « On sait que M. Haut mesure 6 boutons de hauteur et que M. Bas en mesure 4. Si on mesure la hauteur de M. Bas maintenant en trombones, on trouve 6 trombones. Alors, combien faudra-il de trombones pour représenter la hauteur de M. Haut? »

Les enfants ont eu recours à différentes stratégies rendant compte d'une certaine compréhension du concept, telles le recours à l'unité, le recours à un facteur de proportionnalité ou à une stratégie additive, entre autres. Nous reprenons à titre d'exemple certaines de ces stratégies ci-dessous :

> -Recours à l'unité : « *I worked out how long were the buttons with the papers clips (each button was 1½ paper clip), then I figured out 6 buttons; then I counted how many paper clips and got the answer* » (p. 478)

> - Recours à un facteur de proportionnalité : « *6 clips is 1-½ x 4 buttons, so 6 x 1½ = 9* (9 clips) ». (p. 479)

Une autre étude centrée sur le développement du raisonnement proportionnel, cette fois chez des élèves de 3^e, 6^e années et de secondaire III (Côté et Noelting, 1971)[9] a permis de mettre en évidence 3 grandes stratégies pour résoudre les situations proposées :

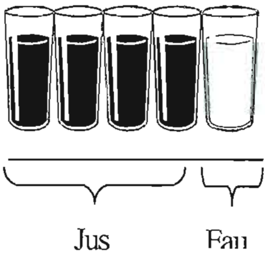
- Une centration sur le jus, plus présente chez les élèves de 3^e année;

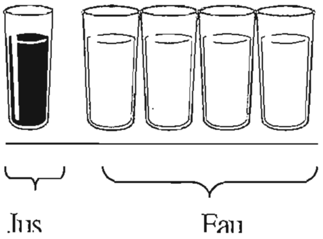
---

[8] Ces stratégies seront expliquées plus en détails plus loin.

[9] Dans cette recherche sur la notion de proportion, les auteurs montrent à l'enfant deux groupes de petits verres, certains contenant du jus et d'autres de l'eau. Après avoir mélangé chaque groupe de petits verres dans un pot, ils demandent aux élèves si ça va goûter plus le jus d'orange dans le premier pot ou dans le second, ou bien, si ça va goûter la même chose dans les deux pots. Il faut remarquer que les situations qui sont proposées présentent plusieurs questions graduées en complexité.

Exemple :





4 verres de jus et 1 verre d'eau comparés à 1 verre de jus et 4 verres d'eau. L'enfant répond que c'est le premier qui va goûter le plus le jus d'orange, puisque il y a plus de verres de jus que dans le deuxième mélange. Ce raisonnement est basé uniquement sur le jus.

- Un raisonnement additif, plus présent chez les élèves de 6^e année

Exemple : 1 verre de jus et 1 verre d'eau comparés à 2 verres de jus et 2 verres d'eau.

Ce raisonnement consiste à regarder l'écart de chaque côté entre le nombre de verres de jus et le nombre de verres d'eau, et à comparer les résultats (ici on arrive à zéro). Cette stratégie fonctionne pour une grande partie des relations proposées dans les questions, mais elle ne va pas fonctionner pour d'autres. C'est le cas par exemple pour 1 verre de jus et 3 verres d'eau comparé à 2 verres de jus et 6 verres d'eau.

- Un raisonnement multiplicatif, plus présent chez les élèves de secondaire III.

  Exemple : 2 verres de jus et 3 verres d'eau comparés à 3 verres de jus et 4 verres d'eau.

Ce raisonnement se base sur l'utilisation des fractions pour comparer numériquement les rapports **J** (nombre de verres de jus)/ **E** (nombre de verres total) versus **J'/E'**.

Côté et Noelting (1971) ont mis en évidence, dans cette étude, que les jeunes enfants ont recours à certaines stratégies appropriées pour résoudre ces problèmes de proportionnalité. Toutefois, plusieurs de leurs raisonnements ne sont valides que dans certains cas. Ainsi, lorsque les rapports entre les données deviennent plus complexes, les enfants présentent des difficultés. Nous reviendrons sur ces difficultés dans le passage aux structures multiplicatives plus loin.

Ces diverses études tendent à montrer que le raisonnement proportionnel est présent chez les élèves, avant même l'enseignement à l'école. La possibilité de résoudre des problèmes de proportion se présente donc avant l'enseignement de la proportion à l'école secondaire (Oliveira, 2000; Oliveira, Guimarães et Luz, 1998; karplus et al, 1974; Noelting, 1978). Comme l'ont mis en évidence ces recherches, pour résoudre ce type de problèmes, les élèves mettent en place plusieurs stratégies qui sont significatives et qui témoignent d'une certaine compréhension de la proportionnalité. Nous expliciterons ces stratégies plus précisément dans ce qui suit, en nous basant pour cela sur différents types de problèmes, afin de bien montrer le champ de possibles[10] que l'on pourrait

---

[10] Nous utilisons l'expression « Champ de possibles » pour désigner le champ de stratégies possibles à être utilisées, tant par les élèves que par l'enseignant dans l'organisation de son cours.

éventuellement retrouver chez les élèves, au moment de l'introduction de la proportionnalité.

1.4.2. Stratégies des élèves dans des situations proportionnelles

1.4.2.1. Quelques stratégies utilisées par les élèves, mises en évidence par les recherches

Dans les stratégies que nous retrouvons dans les différentes études (Oliveira, 2000; Tournaire, 1986; Karplus et al, 1974; Noelting, 1978), celles qui sont les plus courantes sont : la **procédure additive** (appropriée dans ce cas), le **recours à l'unité,** le **recours à un facteur de proportionnalité** (procédure scalaire) - ce facteur de proportionnalité pouvant être interne (entre grandeurs de même nature) ou externe (entre grandeurs de nature différente), la **procédure linéaire** (combinaison de procédure additive et scalaire) et le **recours à une grandeur intermédiaire**. Nous ferons une brève description de chacune d'entre elles pour illustrer le répertoire de stratégies possibles que l'on peut retrouver chez les élèves[11].

Procédure additive (ici appropriée) : Les élèves résolvent le problème en ajoutant plusieurs fois la relation déjà établie dans le problème, jusqu'à ce qu'ils trouvent la valeur demandée.

> **Exemple :** Pour faire une recette de crêpes, j'ai besoin de 200 mg de farine, 600 ml de lait, 2 œufs. Avec une telle quantité, on peut faire 12 crêpes. Si je veux faire 36 crêpes, de quelle quantité aurai-je besoin?
>
> Pour faire 36 crêpes j'ai besoin de 12 + 12 + 12 crêpes, donc j'aurais besoin de :

---

[11] Il est important de mettre en évidence qu'à cause de la nature propre à chaque stratégie, nous ne pourrons pas utiliser le même exemple (certaines stratégies fonctionnent localement, et vont être mobilisées en raison des nombres utilisés).

200 + 200 + 200 = 600 mg de farine
600 + 600 + 600 = 1800 ml de lait
2 + 2 + 2 = 6 œufs

Recours à l'unité : Les élèves résolvent le problème en se ramenant à une grandeur qui est l'unité, ils utilisent ensuite cette valeur pour répondre à la question du problème.

Exemple : Avec une vitesse constante, une voiture fait un parcours de 500 Km en 10 heures. Combien de kilomètres parcourra-t-elle en 30 heures?

En 10 heures, elle parcourt 500 km. En 1 heure, elle parcourt dix fois moins, donc 50 km et en 30 heures, elle parcourra 30 fois plus, soit 1500 km.

Recours à un facteur de proportionnalité : Les élèves résolvent le problème par l'établissement d'un facteur de proportionnalité entre les grandeurs du problème, le facteur pouvant être établi entre les grandeurs de même nature (recours à un facteur scalaire interne) ou entre les grandeurs non–homogènes, de nature différente (recours à un facteur externe).

Recours à un facteur scalaire externe

Exemple : Avec une vitesse constante, une voiture fait un parcours de 500 Km en 10 heures. Combien de kilomètres parcourra-t-elle en 30 heures?

La distance (500km) est 50 fois plus grande que le temps (10h). Donc, la nouvelle distance parcourue sera 1500km (50 fois plus que 30h).

On travaille ici sur le lien entre des grandeurs de nature différente.

Recours à un facteur scalaire interne

Exemple : Avec une vitesse constante, une voiture fait un parcours de 500 Km en 10 heures. Combien de kilomètres parcourra-t-elle en 30 heures?

Le temps mis est 3 fois plus grand. Donc, si la voiture roule à vitesse constante, la nouvelle distance parcourue sera 1500km (elle sera 3 fois plus grande que la distance de 500km).

Procédure linéaire : Les élèves résolvent le problème en ayant recours à une combinaison de stratégie additive (ici appropriée) et de stratégie multiplicative.

Exemple : Pour faire une recette de crêpes, j'ai besoin de 200 mg de farine, 600 ml de lait, 2 œufs. Avec une telle quantité, on peut faire 12 crêpes. Si je veux faire 42 crêpes, de quelle quantité de chacun des ingrédients aurai-je besoin?

Pour faire 42 crêpes, je dois faire 3 fois plus de crêpes (36 crêpes) et encore 6 crêpes, la moitié de la recette de départ.

3 fois plus (36 crêpes)	**La moitié de la première recette (6 crêpes)**
3 x 200 = 600 mg de farine	200 : 2 = 100 mg de farine
3 x 600 = 1800 ml de lait	600 : 2 = 300 ml de lait
3 x 2 = 6 œufs	2 : 2 = 1 œuf

Pour 42 crêpes

600 + 100 = 700 mg de farine

1800 + 300 = 2100 ml de lait

6 + 1 = 7 œufs

Recours à une grandeur intermédiaire[12] : Les élèves résolvent le problème en passant par une grandeur intermédiaire (reconstruction d'un « tout fictif ») pour ensuite utiliser cette valeur pour répondre à la question du problème.

> **Exemple :** Une voiture parcourt une distance entre deux villes en 5 heures avec une vitesse de 90 kilomètres par heure. En combien de temps fera-t-elle le même voyage avec une vitesse moyenne de 75 kilomètres par heure?
>
> Avec une vitesse de 90 kilomètres par heure en 5 heures, la voiture va parcourir 450 kilomètres. Elle doit faire ce parcours de 450 kilomètres, avec une nouvelle vitesse de 75 kilomètres par heure. Alors, cela lui prendra 6 heures.

Cette analyse met en évidence le répertoire des procédures les plus utilisées par les élèves pour résoudre les problèmes de proportion, et qui pourraient être mises à profit au moment de l'introduction de la proportionnalité en classe.

Même si les recherches ont mis en évidence que les élèves peuvent avoir recours à de telles stratégies avant l'enseignement formel de la proportion (Oliveira, 2000; Tournaire, 1986), la construction du raisonnement proportionnel ne se fait pas, par ailleurs, sans difficultés. Cette construction demande entre autre un changement conceptuel important dans le passage des structures additives aux structures multiplicatives (Vergnaud, 1983; Brousseau, 1981; Noelting, 1978).

Nous reviendrons sur ce changement conceptuel, afin de montrer ici les défis qui sont posés à un enseignement de la proportionnalité au moment de son introduction.

---

[12] Cette stratégie, que l'on retrouve dans certains types de problèmes (des problèmes de vitesse, par exemple), a été mise en évidence dans Oliveira (2000).

1.4.2.2. Passage des structures additives aux structures multiplicatives : erreurs commises par les élèves

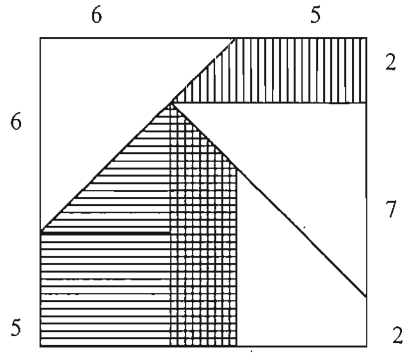
Nous trouvons dans plusieurs recherches portant sur la proportionnalité une référence aux erreurs (difficultés) commises par les élèves lorsque ceux-ci sont confrontés à des situations proportionnelles (Oliveira, 2001; Vergnaud, 1991; Côté et Noelting, 1971).

Les stratégies erronées utilisées par les élèves, notamment le recours à une procédure additive (ici non appropriée), montrent le changement conceptuel que nécessite le passage des structures additives aux structures multiplicatives (Vergnaud, 1991; Brousseau, 1981; Noelting, 1978). L'exemple suivant tiré de Brousseau (1998, p. 237) nous aide à clarifier une des difficultés liées à un tel passage :

Problème d'agrandissement du casse-tête :

L'auteur demande aux élèves d'agrandir le casse-tête de manière à ce que le segment qui mesure 4 unités mesure 7 unités. On doit retrouver le même casse-tête, mais plus grand.

Dans cet exemple, le passage de 4 à 7 ne se fait pas aussi simplement que se ferait celui de 4 à 8, puisque le rapport n'est pas entier. La question qui est posée aux élèves les amène à utiliser un raisonnement d'ordre additif.

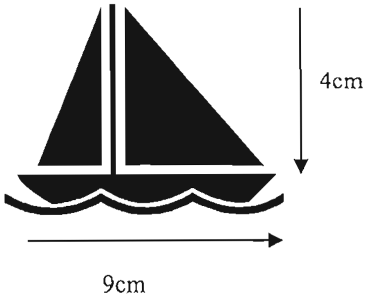


Certains élèves ajoutent 3 unités à chaque côté, à chacun des morceaux (car pour passer de 4 à 7, on ajoute 3 unités). Quand les élèves ont fini d'augmenter tous les côtés, la figure trouvée n'est plus un carré et les morceaux ne s'emboîtent plus.

C'est à partir du moment où la figure de base n'est plus la même où les morceaux ne s'emboîtent plus (n'est plus un carré) que les élèves se questionnent sur leur stratégie de départ. La difficulté que présente le passage d'une structure additive à une structure multiplicative devient ici explicite.

Dans l'exemple suivant, tiré de Adjiage (1999) on retrouve la même erreur commise par les élèves

Problème d'agrandissement du dessin d'un bateau :



Sur le dessin original, le mat mesure 4cm, et le pont 9cm. Sur l'agrandissement, le mat mesure 7cm. Quelle mesure a le pont?

Dans ce problème, certains élèves ont tendance à utiliser une stratégie additive non appropriée, en ajoutant à la mesure du pont la différence entre les hauteurs finale et initiale du mat (7-4=3). Ainsi, ils calculent que le pont aura 3 cm de plus (9+3=12) que sa grandeur initiale (9 cm).

Cette stratégie additive, fréquente chez les élèves, va prendre différentes formes, comme nous le verrons dans l'exemple ci-dessous :

Problème mettant en jeu des grandeurs non-homogènes :

Si 4 litres de peinture pèsent 5 kilos, combien pèsent 9 litres?

Pour ce problème les élèves ont recours à une stratégie additive erronée sous différentes formes: additive interne, additive externe et combinaison mixte entre procédure scalaire et additive.

Quand ils utilisent une stratégie de type **additive interne**, la relation additive est établie entre la quantité initiale en litres et la quantité finale, c'est-à-dire « il y a 5 litres de plus (9-4), donc les 9 litres pèsent 10 kilos (5+5) ».

Quand les élèves utilisent une stratégie de type **additive externe**, la relation additive est établie entre les deux données initiales du problème, c'est-à-dire « 4 litres pèsent 5 kilos (1 kilo de plus), donc 9 litres pèsent 10 kilos (9+1) ».

Quand les élèves utilisent une stratégie de **combinaison** mixte formée d'une procédure scalaire (appropriée) et additive erronée, ils partent du double (dans ce cas) de la quantité initiale (8 litres pèsent 10 kilos), mais au moment d'établir le poids pour 9 litres, ils ne prennent plus en compte la relation multiplicative du problème « 4 litres pèsent 5 kilos, donc 8 litres pèsent 10 kilos et 9 litres, 1 de plus (11 kilos) ».

Le passage d'une structure additive à une structure multiplicative est un des enjeux importants de l'introduction de la proportionnalité à l'école. Comment les pratiques d'enseignement de la proportionnalité prennent-elles en compte une telle transition?

À cette étape, globalement, deux aspects ressortent : d'une part, l'existence d'un répertoire de procédures possibles dont disposent les élèves pour aborder les problèmes de proportion, et ce avant tout enseignement formel de la proportionnalité; d'autre part, le changement conceptuel que demande le passage aux structures multiplicatives. Ces deux aspects vont poser des défis particuliers à l'introduction de la proportionnalité à l'école. Les pratiques d'enseignement de la proportionnalité, au moment de son introduction, prennent-elles en compte les erreurs des élèves et permettent-elles un véritable changement conceptuel? L'enseignant est-il sensible à ces erreurs possibles? Comment est vue la transition des structures additives aux structures multiplicatives par l'enseignant? Les procédures possibles utilisées par les élèves avant tout enseignement sont-elles par ailleurs prises en compte dans les pratiques d'enseignement de la proportionnalité?

1.5. Points qui ressortent de l'ensemble des travaux précédents

Plusieurs recherches ont contribué à de considérables avancées sur l'apprentissage de la proportionnalité (Oliveira, 2000; René de Cotret, 1991; Vergnaud, 1991; Levain, 1997; Tournaire, 1986; Karplus et al, 1974; Côté et Noelting, 1971). Ces travaux sur l'apprentissage de la proportionnalité nous permettent en effet d'avoir une idée des stratégies auxquelles les élèves ont recours dans la résolution de différents types de problèmes, et ce avant même tout enseignement, ainsi que des difficultés des élèves en regard de différents types de problèmes de proportion. Certaines de ces recherches éclairent aussi l'analyse des situations et des variables susceptibles d'influencer l'engagement de l'élève (nous reviendrons sur ce dernier point dans le chapitre II).

Des séquences tenant compte de ces résultats de recherche ont été développées par Brousseau (1981) avec des élèves au primaire, par Vergnaud (1983) et Rouchier (1991) au secondaire, ainsi que par Gnass (2000) avec des élèves en difficulté d'apprentissage au secondaire, Elles montrent le potentiel de certaines situations/séquences d'enseignement pour l'apprentissage de la proportionnalité. Elles nous permettent de mettre en évidence le rôle clé des situations proposées et des interventions conduites par le professeur au moment de l'introduction de la proportionnalité.

Que sait-on de l'enseignement de la proportionnalité en classes régulières, des pratiques d'enseignement menées dans ces classes lors de l'introduction de la proportionnalité? Nous avons répertorié trois études portant sur l'analyse de pratiques d'enseignement de la proportionnalité en classe (Hersant, 2001; 2004, Adjiage et Pluvinage 2007). Ces recherches viennent éclairer, d'une part, les pratiques de la proportionnalité dans des environnements spécifiques, utilisant un support informatique. Elles nous permettent de mettre en évidence dans ce cas, en lien avec l'utilisation du logiciel, la façon d'interagir du professeur, sous les aspects de dévolution, d'explication et d'institutionnalisation (Hersant, 2001) ou l'activité mathématique induite chez les élèves (Adjiage et al 2007). La seconde étude d'Hersant (2004) nous permet de caractériser une pratique spécifique d'enseignement que l'auteur appelle « cours dialogué », sous l'angle de la progression du savoir chez les élèves. Ces études spécifiques réalisées en France, dans un cadre où l'enseignement de la proportionnalité est quelque peu différent de celui du Québec, portent donc sur des approches particulières et n'apportent pas d'éclairage sur l'enseignement usuel de la proportionnalité en lien avec l'apprentissage des élèves.

Cette absence de recherches conduites sur les pratiques usuelles d'enseignement de la proportionnalité nous a amenée à vouloir en savoir plus sur la pratique effective des enseignants en classe ordinaire, au moment de l'introduction de ce concept. Par ailleurs, en retournant à notre questionnement de départ, celui soulevé par les changements qui s'emblent s'opérer dans les stratégies des élèves avant et après enseignement dans des problèmes de proportion (voir notre questionnement d'origine), nous cherchions à en savoir plus sur ces pratiques usuelles d'enseignement de la proportionnalité en lien avec l'activité mathématique qu'elles étaient susceptibles d'induire chez les élèves.

Remarquons à cet effet, comme nous le précisait Perrin-Glorian dans sa conférence plénière prononcée lors du colloque EMF2003, qu'il n'y a pas en général dans les travaux de recherche portant sur les pratiques des enseignants depuis plusieurs années, de travaux portant sur les effets réels de ces pratiques sur les élèves. (Bednarz, Perrin-Glorian, 2004). Notre objet de recherche découle donc de cette absence de connaissances face aux pratiques usuelles de la proportionnalité en lien notamment avec les apprentissages qu'elles sont susceptibles d'induire chez les élèves. Une analyse de ces pratiques nous permettra de mieux comprendre comment elles interfèrent sur l'activité mathématique des élèves dans des problèmes de proportion, au moment clé de l'introduction de ce concept.

Notre objectif de recherche peut ainsi s'énoncer à cette étape

Décrire, analyser et interpréter des pratiques « ordinaires » d'enseignement de la proportionnalité en classe de mathématiques au secondaire, au moment de l'introduction de ce concept, et ce en lien avec l'activité mathématique induite chez les élèves dans des problèmes de proportion.

La compréhension de ces pratiques passe par une certaine déconstruction faisant intervenir différentes dimensions de celles-ci: la planification des situations d'enseignement et le déroulement proprement dit de ces situations en classe (la pratique effective en classe), les deux étant interreliées.

Pour comprendre ces dimensions, le concept de pratique d'enseignement (ce qu'il recouvre) et de proportionnalité (pour éclairer les aspects de la proportionnalité pris en compte dans cette pratique par l'enseignant) seront développés dans le chapitre II. Nous y abordons aussi les différents cadres théoriques susceptibles d'éclairer l'analyse de cette pratique.

CHAPITRE II

CADRE THÉORIQUE

2.1. Caractérisation des pratiques d'enseignement des mathématiques

Les recherches en didactique des mathématiques portant sur les pratiques des enseignants se sont beaucoup développées au cours des dix dernières années à partir de diverses entrées : explicitation des contraintes et des marges de manœuvre de l'enseignant par rapport à la pratique, régularités et variabilités dans la gestion de ces contraintes, rapport à l'institutionnel, compréhension de la manière dont se construisent les savoirs professionnels de l'enseignant, caractérisation des moyens utilisés par l'enseignant pour gérer son projet d'enseignement et la place que l'élève occupe dans ce projet… (Bednarz et Perrin-Glorian, 2004). Notre projet se situe davantage dans cette dernière perspective, puisque nous tentons de comprendre la pratique d'un enseignant sur un contenu précis, soit la proportionnalité en lien avec les apprentissages des élèves. Cette caractérisation demande de la part de la chercheure une prise en compte de différentes dimensions de la pratique (planification du cours, choix didactiques[13] de l'enseignant, caractérisation des séances en classe, …).

Pour Robert (2001) les pratiques en classe désignent :

> « tout ce que dit et fait l'enseignant en classe, en tenant compte de sa préparation, de ses conceptions et connaissances en mathématiques et de ses décisions instantanées, si elles sont conscientes (*les séances en temps réel*) » (p. 66)

L'ensemble de ces composantes (la séance en classe, sa préparation, les choix didactiques de l'enseignant, ses conceptions et connaissances, ses décisions dans l'action) caractérise sa pratique.

---

[13] Ce concept sera repris par la suite dans l'analyse, nous le verrons. Nous en donnons à cette étape une première définition : Dans la préparation de ces cours, l'enseignant fait des choix dans la présentation du contenu, les exercices, problèmes…donnés aux élèves, dans l'organisation du travail des élèves au jour le jour. Ces choix didactiques font partie des observables dans l'analyse des pratiques.

L'ensemble de ces composantes (la séance en classe, sa préparation, les choix didactiques de l'enseignant, ses conceptions et connaissances, ses décisions dans l'action) caractérise sa pratique.

Robert (2001) met bien en évidence l'importance de comprendre cette pratique de l'intérieur, à partir de la logique de l'enseignant, en prenant en compte non seulement ce qui se passe en classe et sa préparation, mais aussi les différents domaines de justification des pratiques. Ngono (2003) identifie cinq domaines de justification :

- La composante cognitive : qui prend en compte les itinéraires cognitifs que les enseignants adoptent pour leurs élèves à travers les contenus et les scénarios prévus (gestion des contenus et des apprentissages);
- La composante médiative : qui prend en compte les accompagnements des enseignants pendant le déroulement des séances (aide, discours,...), les interactions avec les élèves;
- La composante personnelle : relative aux conceptions des enseignants, à leur histoire personnelle, à leur expérience professionnelle, à leur psychisme;
- La composante sociale : relative à l'appartenance à un certain « habitus », à un métier, à l'environnement social fréquenté par les enseignants;
- La composante institutionnelle : relative aux programmes et aux instructions officielles. (p. 16)

Même si nous privilégions dans notre projet davantage les aspects de la pratique d'enseignement liés aux apprentissages des élèves à propos de la proportionnalité, se rattachant davantage aux composantes cognitive (comment l'enseignant organise son cours à travers les contenus et scénarios prévus) et médiative (comment les séances s'actualisent dans la classe, quel sont les types d'interactions mises en place), notre analyse devra sans doute considérer d'autres dimensions, qui peuvent apparaître comme des domaines de justification des pratiques par l'enseignant (les composantes institutionnelle et personnelle seront sans doute, par exemple, des éléments à considérer dans l'analyse, lorsque l'enseignant nous explicitera ses choix didactiques).

Pour cerner davantage ce que nous entendons par pratique, et les éléments qui seront pris en compte, une compréhension plus en profondeur de cette pratique et de ce que l'on en sait apparaît nécessaire.

2.1.1. La complexité de la pratique enseignante

Les recherches en didactique des mathématiques sur les pratiques d'enseignement montrent que celles-ci ne peuvent pas être décrites par leurs composantes séparées et que c'est l'ensemble de ces composantes, vues d'une manière souvent conjointe / imbriquée, qui forme leur complexité (Bednarz et Perrin-Glorian, 2004; Robert, 2001; Hache, 1999).

> « [...] les pratiques enseignantes sont des pratiques complexes, non-réductibles à des unités séparées, comme la préparation mathématique, ou le déroulement, etc., vraisemblablement non décomposables en mises en fonctionnement de connaissances disciplinaires isolées, didactiques, pédagogiques, etc., car des recompositions de tous ordres s'opèrent constamment » (Robert, 2001; p.67).

Hache (1999) souligne à cet effet que les pratiques en classe étant « très complexes et très variables, il est nécessaire pour les étudier de prendre en compte simultanément de nombreux points de vue et paramètres » (p. 192). Sur le plan méthodologique, se pose donc pour nous la question du « comment » tenir compte de cette complexité? Comment reconstituer cette pratique à partir des traces laissées par l'enseignant (la planification, les situations choisies, ...) et du déroulement réel en classe, de ce qui s'est passé, en prenant bien en compte la complexité de celle-ci?

Nous distinguerons ici différents aspects liés à différents temps de la pratique tout en gardant un regard sur les multiples dimensions et leur imbrication.

- La planification d'enseignement : l'organisation du contenu, la préparation du cours (l'enseignant fait des choix dans la présentation du cours, dans les situations, exercices, problèmes à donner, dans l'organisation du travail des élèves au jour le jour ...). Quels sont ces choix? Comment les justifie t-il? Quels sont ses principes sous-jacents?

- La gestion de la classe en temps réel, en particulier de l'imprévu, sur le plan du contenu comme sur celui du travail des élèves. Comment l'enseignant travaille-t-il ce contenu, les situations, problèmes.... avec les élèves? Comment revient-il sur ce que font les élèves? Et comment justifie-t-il ces manières de faire? Quels sont les principes sous-jacents?

- Les corrections, s'il y a lieu, et diverses actions en différé sur le travail des élèves (devoirs, travaux, évaluation, ...)

Ces divers aspects, et d'autres non considérés *a priori* dans notre cas[14] (par exemple les relations avec les autres enseignants, avec la direction de l'école, la famille, la gestion du travail des élèves et de leur comportement, ...), viennent structurer la pratique d'un enseignant. Ils mettent bien en évidence le besoin, pour cerner la pratique de l'enseignant, de prendre en compte plusieurs aspects de celle-ci : les planifications, les situations proposées, les choix qui sont faits, la manière de gérer les situations en classe, en particulier de gérer l'imprévu, les actions en différé.... Dans la mesure où se joue

---

[14] Notre attention est davantage mise dans la recherche sur les dimensions cognitive et médiative, la problématique de départ de notre recherche justifiant ce choix, ce qui ne veut pas dire pour autant, que si d'autres aspects apparaissent, ils seront ignorés.

toujours dans cette pratique une part d'indétermination, celle-ci fait appel au jugement en contexte de l'enseignant.

Notre travail de chercheure tentera d'une certaine manière de restituer cette complexité de la pratique d'enseignement. Un des aspects retenu pour restituer cette pratique sera celui de la prise en compte du travail réel de l'enseignant, de la préparation des cours, des diverses actions en différé, bref des différents temps d'action de l'enseignant faisant davantage appel aux composantes cognitive et médiative.

2.1.2. Cohérence de la pratique enseignante

Un autre aspect important caractérisant la pratique d'enseignement est sa cohérence. Cette cohérence se révèle dans l'organisation de l'activité[15] quotidienne de l'enseignant. On peut ici s'appuyer sur plusieurs travaux de recherche.

Dans une étude sur les pratiques d'enseignement portant sur la multiplication des décimaux en 6^{e} année (sec 1), Roditi (2001) montre la cohérence qu'il y a entre les choix faits par les enseignants et la façon dont les leçons s'insèrent dans ces choix. L'auteur met en évidence que « la cohérence d'une pratique enseignante peut intervenir à plusieurs niveaux hiérarchisés différemment par chaque professeur » (p. 402). Par exemple, un professeur qui voit la classe comme étant un lieu d'exposition de savoirs tend à commencer la séquence d'enseignement par l'exposition du savoir, et les activités qu'il propose aux élèves sont généralement des applications de ce savoir. Selon l'auteur « la cohérence des pratiques permet parfois de déterminer, par inférence, des 'logiques' qui expliquent la conduite d'un professeur » (Roditi, 2001, p. 20). Autrement en entrant dans

---

[15] Nous employons ici le mot activité dans le sens que lui accorde Robert et Rogalski (2002, p. 507) « Le mot activité est attaché à des actions, en général repérables, spontanées ou provoquées par une tâche, mais il désigne aussi bien ce que fait et dit l'élève (ou le professeur d'ailleurs), ce qu'il pense, va penser après l'action (éventuellement) ou va penser pour le faire ».

l'analyse des pratiques par leur cohérence et variabilité, l'idée centrale pour Roditi, est de dégager les logiques sous-jacentes qui en quelque sorte permettent d'expliquer la conduite de l'enseignant. Par exemple, une certaine conception de l'enseignement, de la relation entre enseignement et apprentissage, ou encore ce qui est sous-jacent à des choix didactiques,[16] pourra être entrevue à partir d'un ensemble d'interventions en classe d'un enseignant, de son mode d'interaction avec les élèves et des tâches qu'il donne aux élèves.[17]

Proulx (2003) dans une étude portant sur les pratiques des futurs enseignants de mathématique au secondaire, sous l'angle de leurs explications orales, montre bien la cohérence qui existe entre les intentions sous-jacentes à l'action, telles qu'explicitées par les futurs enseignants, et leurs explications en classe.

Butlen (2007), dans une étude traitant de pratiques d'enseignement dans différents contextes souligne aussi cette cohérence de la pratique enseignante :

> « Les activités du professeur d'école aussi petites soient-elles ne sont pas aléatoires. Elles révèlent des choix cohérents, stables qui sont partagés par des groupes d'individus exerçant dans des conditions semblables » (p. 5).

Ces différentes études viennent appuyer l'idée d'une cohérence des pratiques[18] intervenant à différents niveaux, porte d'entrée possible pour tenter de comprendre les logiques sous-jacentes qui guident en quelque sorte l'enseignant. Elles rejoignent d'autres recherches conduites sur le savoir d'expérience des enseignants (Desgagné,

---

[16] Les choix didactiques, comme nous l'avons dit précédemment, font partie des observables.

[17] C'est la cohérence des interventions qui nous permet d'induire une certaine logique sous-jacente. Celle-ci demandera toutefois à être explicitée, validée par l'enseignant.

[18] Nous donnons ici une définition opérationnelle de ce concept de cohérence, qui sera repris par la suite. La cohérence traduit l'idée d'une activité de l'enseignant non-aléatoire, non-arbitraire, et donc l'idée de choix stables, repérables, dans différents contextes, à différents moments.... De manière complémentaire, la variabilité de la pratique, traduit l'idée de choix différents qui sont faits à différents moments, également repérables. Cette stabilité et cette différence sont des manières d'entrer dans une analyse des logiques sous-jacentes qui guident l'enseignant.

1994) qui montrent que tout praticien développe un savoir agir qui n'est pas arbitraire et qui laisse supposer que, de façon plus ou moins tacite, il agit en cohérence avec un programme intentionnel. Ses interventions se construisent à partir de balises, de principes, d'une théorie implicite. Desgagné (1994) a investigué ces liens de cohérence entre différentes théories de l'action, chez un même praticien, en vue d'expliciter sa théorie plus globale de la pratique professionnelle. Derrière cette conceptualisation de la pratique, il y a donc l'idée d'un acteur social compétent, agissant avec une certaine rationalité (Giddens, 1987).

Selon l'auteur cette rationalisation de l'action se définit comme étant :

> « la capacité qu'on les acteurs compétents de « rester en contact » avec les fondements de ce qu'ils font pendant qu'ils le font, de sorte que si d'autres leur demandent les raisons le leur action, ils peuvent les fournir » (p. 443).

Un autre concept cité par Giddens (1987), lié à celui de rationalité, est celui de réflexivité. L'auteur met en évidence qu'une « personne est un agent qui se donne des buts, qui a des raisons de faire ce qu'il fait et qui est capable, si on lui demande, d'exprimer ces raisons de façon discursive » (p. 51). Ce sont en quelque sorte ces fondements de l'action de l'enseignant que nous recherchons sous cette cohérence et variabilité de la pratique (cette cohérence des choix à différents moments, dans différents contextes, ou les choix différents apparaissant dans certains cas sont guidés par certaines balises, principes, une théorie implicite). Quelle est cette rationalité sous-jacente de l'acteur qui le guide?

La rationalité serait ainsi perçue à travers la cohérence et interprétée par le chercheur, comme le souligne Giddens (1987) à travers une temporalité, une historicité. C'est ce concept de rationalité qui nous permet de fonder/ d'interpréter cette cohérence de cette pratique de l'acteur. D'un point de vue méthodologique cette *histoire* construite au fil du temps et témoignant de la rationalité du sujet, peut être captée à travers les différentes moments de la collecte de données.

2.1.3. La prise en compte des contraintes

Dans cette analyse des pratiques, la partie relative à ce qui se passe dans l'espace physique de la classe est bien sûr importante, elle ne constitue toutefois pas la seule composante qui gère la pratique de l'enseignant. Il ne faut pas perdre de vue toute la partie relative au jeu de contraintes que l'enseignant doit prendre en compte. Ces contraintes peuvent être d'origine interne, référant dans ce cas aux composantes personnelles : un certain *habitus* qui s'est construit au fil de son expérience passée, y compris en formation, à propos du contenu abordé, de l'enseignement des mathématiques, une certaine conception des mathématiques, de l'enseignement... .

Les contraintes peuvent aussi être d'origine externe, référant dans ce cas aux composantes institutionnelles : le programme, l'horaire, *l'habitus* de l'institution, ... Ces contraintes jouent un rôle important dans les choix de l'enseignant et, d'une certaine manière, peuvent expliquer un fonctionnement mis en place dans sa pratique (Robert, 2001). On peut voir, par exemple, le rôle que jouent ces contraintes institutionnelles lorsque l'enseignant organise ses séances en classe en tenant compte du moment où il devra passer l'examen d'étape, du type d'examen, de son contenu ou encore quand il attribue une importance à un certain contenu mathématique dans son enseignement, ce dernier se retrouvant présent dans les examens du Ministère de l'Éducation.

Ce qui précède nous permet de construire un premier cadre de référence pour aborder l'analyse des pratiques d'enseignement. Celles-ci peuvent être observées à partir de différents points de vue: celui de la complexité (en analysant différentes composantes de cette pratique, leur imbrication, en lien avec différents temps de travail de l'enseignant), celui de la cohérence de cette pratique (on cherche ici à mettre en évidence les choix de l'enseignant, les principes sous-jacents à travers sa planification, l'action en classe...), celui du jeu des contraintes susceptibles d'intervenir comme domaine de justification possible de cette pratique.

Pour aller plus loin à cette étape, nous examinons maintenant différents cadres théoriques et concepts susceptibles de nous aider à analyser cette pratique dans toute sa complexité.

2.2. Cadres théoriques permettant d'analyser les pratiques d'enseignement : différents angles d'entrée

Pour atteindre notre objectif de recherche, soit celui de décrire, analyser et interpréter, en vue d'une meilleure compréhension, les pratiques d'enseignement de la proportionnalité, en lien avec l'activité mathématique induite chez les élèves, nous puisons à différents cadres théoriques qui serviront de base à l'analyse: la perspective **ergonomique** (Rogalski, 1999; Robert et Rogalski, 2002; Butlen, 2007), et la théorie des **situations didactiques** de Brousseau (1998).

Nous situons brièvement chacune de ces perspectives et les concepts clés qu'elles englobent. Cette analyse nous permettra par la suite de nous positionner comme chercheure.

2.2.1. La perspective ergonomique d'analyse des pratiques[19]

D'une manière générale, la double approche ergonomique et didactique, essentiellement mise au point par Robert et Rogalski (2002), pour aborder l'analyse des pratiques enseignantes, s'intéresse « au travail de l'enseignant à la fois en tant qu'organisateur de l'apprentissage des élèves et en tant que métier du point de vue de l'enseignant lui-même » (Bednarz et Perrin-Glorian, 2004, p. 18). Cette perspective introduit ainsi un cadre théorique qui tient compte, d'une manière articulée (pour l'organisation d'un *système dynamique ouvert*[20]), de l'analyse de l'activité enseignante, de l'apprentissage des élèves et d'une analyse didactique.

Où se situent les recherches menées dans cette perspective? À quel projet participent-elles? Les auteures mettent en évidence que certaines de ces recherches se proposent de comprendre la pratique d'un même enseignant autour d'un contenu spécifique, et ce en prenant en compte différentes dimensions de cette pratique (voir par exemple Coulange, 2000, sur la résolution de systèmes d'équations en $3^{ème}$), ou encore en prenant en compte la dimension temporelle : analyse de la pratique d'un enseignant sur une longue période de temps (voir par exemple Nogno, 2003, en ZEP au primaire).

D'autres recherches s'attardent plutôt à repérer des régularités et des diversités à travers des comparaisons, c'est le cas par exemple des analyses réalisés sur deux thèmes

---

[19] L'approche ergonomique, développée en lien avec le travail, s'intéresse en général à l'activité d'un acteur au travail confronté à des tâches. Plusieurs auteurs se sont penchés dans ce domaine sur les contraintes du travail qui viennent baliser cette activité. Nous n'avons pas dans la thèse regardé cet aspect, celle-ci étant davantage centrée sur la pratique effective de l'enseignement de la proportionnalité et ce qui la guide sur un plan didactique, ainsi que sur l'activité mathématique induite par celle-ci chez les élèves. Nous nous inscrivons donc davantage dans une double perspective ergonomique et didactique.

[20] Un système dynamique est défini par Rolgaski (2003) comme pouvant se modifier sans qu'il n'y ait d'action directe sur lui « Le propre d'un environnement dynamique est d'avoir la possibilité de se modifier sous sa propre dynamique, et ce alors même que personne d'agit dessus [...] les actions du sujet interagissent avec la dynamique propre de l'environnement » (p. 361).

contrastés pour un même enseignant (pratiques d'un même enseignant observées sur deux thèmes différents), ou des analyses de pratiques de plusieurs enseignants sur un même thème (voir Hache, 1999; Hersant, 2001, 2004; Roditi, 2001).

Ces travaux nous éclairent sur certains éléments liés au métier de l'enseignant (les règles du métier qui se dégagent d'une comparaison entre plusieurs pratiques), à travers notamment les études du deuxième type (Roditi, 2001; Hersant, 2001, 2004; Hache, 1999). Ils permettent de mettre en évidence entre autres les contraintes et les marges de manœuvre de l'enseignant, et des régularités, variabilités, dans la gestion de ces contraintes et marges de manœuvre. Ils nous éclairent aussi sur l'existence de réponses collectives à un problème d'enseignement, voir par exemple les régularités observées en ZEP ou dans des classes faibles (Ngono, 2003). Néanmoins, Bednarz et Perrin-Glorian (2003) soulignent qu'il n'y pas, dans l'ensemble de ces travaux de recherche menés dans ce domaine, de prises en compte réelle de l'apprentissage des élèves.[21]

Les travaux qui utilisent la double approche ergonomique et didactique comme cadre d'analyse placent l'enseignant dans un « système dynamique ouvert ». L'environnement (*classe*) a sa propre dynamique et les actions du sujet (*l'enseignant*) interagissent avec cette dynamique (Rogalski, 2003). L'enseignant, étant celui qui gère ce système, a une représentation locale de ce qui se passe. Il organise son travail à partir des informations prises en cours d'action. Ce sont ces informations, prises en cours de route, qui déterminent les actions de l'enseignant. Selon Butlen (2007), l'enseignant n'a pas besoin de réfléchir à la succession des différentes actions qu'on retrouve dans la pratique en classe. L'auteur souligne aussi que ces actions (et prises de décisions) semblent s'emboîter les unes aux autres sans qu'elles ne nécessitent un effort explicite de la part de l'enseignant. La pratique (on parle ici de la pratique réelle en classe) est donc analysée,

---

[21] La thèse, en s'intéressant à l'analyse des pratiques de la proportionnalité en lien avec l'activité mathématique induite chez les élèves, ouvre donc une porte nouvelle.

dans cette perspective théorique, sous l'angle de l'activité de l'enseignant, et des actions qu'il entreprend localement, en lien avec des tâches. Comme le souligne Rogalski (2003) :

> « Une approche ergonomique de l'activité de l'enseignant va donc prendre comme objet d'étude l'activité du sujet (cette activité est attachée à des actions, en général repérables, spontanées ou provoquées par une tâche) : l'enseignant individu mû par des motifs propres, dans une situation particulière : la réalisation d'une mission d'enseignement (*les buts*). [...](p. 348).
>
> Mais, comment ces tâches et ces activités sont-elles liées?

L'articulation tâche / activité

Rogalski (2003) distingue ce qu'est une tâche et une activité, en soulignant que cette distinction est importante pour la compréhension de la perspective de la psychologie ergonomique. Ainsi une tâche est définie comme étant « ce qui est à faire », par exemple, faire acquérir les notions de mesure de longueurs. Et une activité est définie alors comme étant « ce que développe un sujet (dans notre cas l'enseignant) lors de la réalisation de la tâche : non seulement ses actes extériorisés, mais aussi les inférences, les hypothèses qu'il fait, les décisions qu'il prend, la manière dont il gère son temps, mais aussi son état personnel » (p. 349). L'activité de l'enseignant dépasse ainsi la dimension de ce « qui est à faire » (la tâche).

Le concept de tâche peut être vu à différents niveaux du point de vue du prescripteur (par exemple le programme d'enseignement) et du point de vue du réalisateur (l'enseignant). Pour le premier elle se subdivise en deux étapes : la tâche *prescrite* (« ce sont les buts et les conditions explicités dans les textes prescriptifs », Rogalski, 2003, p. 350) et la tâche *attendue* (« c'est le contenu réel des attentes du prescripteur », p. 350). Du point de vue du réalisateur (enseignant), nous pouvons observer deux autres niveaux de la tâche soit, la tâche *redéfinie* (« c'est la représentation de la tâche que se donne le sujet », p. 350), et la tâche *effective* (« c'est celle à laquelle il répond effectivement, et qui peut différer de celle qu'il pense s'être fixée », p. 350). Comme nous nous intéressons à la pratique effective de l'enseignant en classe et à son activité, nous nous centrerons plus précisément sur l'analyse de cette dernière tâche[22].

L'activité de l'enseignant renvoie par ailleurs à :

> « ce qui se réalise contextuellement, *hic* et *nunc*, tel jour, lors de telle séance, avec tels élèves. On en cherche évidemment à la fois des invariants « ce que fait X avec tel type de classe, pour tel type de contenu », et des variables : « avec quels types d'élèves, X fait-il ceci ou cela? », « pour quel type de contenu observe-t-on ceci? », « qu'est ce qui différencie X qui est un enseignant chevronné, de Y qui débute »? (p. 352).

Un aspect important pour comprendre la pratique de l'enseignant, d'un point de vue méthodologique, à travers l'analyse de son activité est ici bien mis en évidence par Rogalski (2003), qui clarifie la manière dont nous aussi pourrons observer la pratique de l'enseignant dans l'action (invariants et variables.)

Tâche et activité sont deux volets de la pratique de l'enseignant qui ne peuvent être dissociés. Comme le souligne Rogalski, l'activité de l'enseignant est déterminée par la tâche effective et cette tâche effective « ne peut que s'inférer de l'activité de l'enseignant, dont elle peut être considérée comme un modèle partiel » (p. 351).

Dans une analyse de la pratique d'enseignement d'un sujet professionnel, les actes réalisés en lien avec la tâche effective, mais aussi les motivations personnelles sont pris en considération. Pour illustrer en quoi cette perspective dépasse le regard

---

[22] La planification de l'enseignant aurait pu aussi être analysée sous l'angle du passage d'une tâche prescrite à une tâche redéfinie, mais nous n'avons pas abordé comme tel cet aspect, comme vous le verrez au chapitre IV.

purement didactique, Rogalski (2003) donne comme exemple, dans la caractérisation de l'activité d'un enseignant, le fait qu'il peut changer les problèmes proposés aux élèves, pas nécessairement parce qu'ils ne sont pas adaptés, mais pour garder sa motivation ou encore pour éviter l'ennui ou la répétition. L'auteure met en évidence à ce propos qu'une problématique qui analyse la pratique d'un enseignant comme acteur professionnel (en tenant compte de son activité), va nous permettre de comprendre la variabilité des pratiques.

> « Ce qu'on va attendre d'une problématique de l'enseignant comme acteur/sujet professionnel, c'est un éclairage qui permette de prendre en compte la variabilité des enseignants, de se poser la question du développement et de la formation de leur compétence professionnelle individuelle, d'identifier ce qui, dans leur activité propre, d'une part, va/peut modifier les acquisitions des élèves, et, d'autre part, peut modifier les conditions de leur activité enseignante » (p 348).

Cette activité de l'enseignant peut être décrite à travers ses gestes professionnels et ses routines. Mais qu'entend-on par ces concepts de geste professionnel et de routine?

2.2.1.1. Le concept de geste professionnel

Dans la perspective ergonomique (Rogalski, 2003), les pratiques sont caractérisées à partir de gestes et de routines. La reconstruction de l'activité de l'enseignant par le chercheur se fait à travers l'explicitation d'un ensemble de gestes professionnels et de routines mises en place par celui-ci dans la classe, et qui sont caractéristiques en quelque sorte de cette pratique.

Les gestes professionnels peuvent être caractérisés comme étant les choix de l'enseignant, choix qui renvoient aux stratégies d'enseignement adoptées en classe en lien avec des tâches. Nous reprenons ci-dessous, pour mieux comprendre ce concept de geste professionnel, l'exemple développé par Butlen (2007). Dans une étude portant sur l'analyse des pratiques de professeurs d'école débutant, l'auteur nous donne l'exemple de trois gestes professionnels mis en œuvre par un enseignant dans l'action : l'observation et le tri des productions des élèves, l'étayage des formulations des élèves pendant la synthèse et l'organisation de la synthèse vers l'institutionnalisation, explicitant chacun de ces gestes :

> Un 1^e^ geste - l'observation et le tri des productions des élèves. La première étape consiste en une observation précise des productions des élèves pendant la phase de recherche finalisée par le choix des élèves à interroger. Le professeur évalue l'économie et le degré d'expertise de chaque procédure, fait un choix parmi les erreurs produites, ne retenant que celles dont une explicitation permet d'améliorer la compréhension collective. [...].
>
> Un 2^e^ geste - l'étayage des formulations des élèves pendant la synthèse. Au cours de la synthèse, les formulations orales des élèves sont très souvent pauvres et correspondent à des niveaux de décontextualisation intermédiaires entre le contexte du problème et le savoir mathématique en jeu. Les interventions des élèves interrogés sont très courtes. Les phrases sont rarement complètes. [...]. Ainsi, l'essentiel de l'explication orale de la procédure la moins experte est assurée par le professeur qui complète les quelques mots prononcés par l'élève afin d'énoncer des phrases compréhensibles par tous.
>
> Un 3^e^ geste - l'organisation de la synthèse vers l'institutionnalisation. Les élèves désignés par le professeur exposent leurs procédures. Cette synthèse est organisée selon trois principes. Le professeur ne prend pas en compte les productions trop difficilement interprétables. L'exposé des procédures est gradué commençant par des exemples de non compréhension du problème; se poursuivant par l'explicitation de procédures plus ou moins économiques; se terminant par l'énoncé de la procédure experte produite. Enfin, cette synthèse débouche sur l'institutionnalisation de la procédure experte prévue par le maître. (p. 2-3)

Nous retrouvons bien dans cet exemple les caractéristiques mises en évidence précédemment par Rogalski (2003) pour décrire l'activité du professeur en lien avec une tâche (dans Butlen (2007), faire résoudre un problème[23] aux élèves) : un ensemble d'actes extériorisés (par exemple dans le premier cas, une observation, un tri de productions, un choix fait parmi les erreurs,..) mais aussi des « hypothèses » établies dans l'action (par exemple dans le premier cas l'enseignant fait une certaine « évaluation » du degré d'expertise de chaque procédure observée), ainsi que des décisions prises par l'enseignant, guidées par un certain principe sous-jacent (ne retenir par exemple dans le premier cas que les procédures dont l'explication permet la compréhension). Dans le dernier cas, dans le but d'arriver à une institutionnalisation, les procédures sont exposées dans un certain ordre (c'est l'acte extériorisé que l'on perçoit). Cette mise en ordre dans l'exposition est guidée par certains principes sous-jacents et motivée par le souci de déboucher sur la procédure experte que celui-ci cherche à introduire. Ces gestes professionnels, on le voit dans ce qui précède, ne sont pas séparés les uns des autres. Ils permettent de comprendre la pratique d'enseignement d'un acteur professionnel (l'enseignant) dans l'exercice de son métier, autour de l'accomplissement d'une certaine tâche.

La caractérisation de ces gestes professionnels (par le chercheur) passe par un repérage préalable de la manière dont l'enseignant organise son enseignement (par exemple en mettant en place une phase de recherche individuelle des élèves, en prévoyant une correction collective d'un devoir, un temps d'introduction d'un nouveau contenu ....). Ce travail de caractérisation prend également en considération la façon dont l'enseignant fait travailler les élèves (en groupe-classe, individuellement, en équipes). Cela nécessite enfin et surtout une prise en compte, de la part du chercheur, de la tâche à être effectuée par les élèves autour d'un contenu spécifique, à partir de laquelle va être

---

[23] Le problème des Dalton : les Dalton on enlevé le chien de Lucky Luke qui doit payer une rançon en pièces de 10F. Combien de pièces de 10 francs chacun des Dalton aura-t-il? Averell veut 260 F. Jack veut 860 F. William veut 1500 F. Joe veut 2000 F.

analysée l'activité de l'enseignant. Ces gestes peuvent être repérés dans un même type de tâche, mais aussi dans des tâches différentes.

Les gestes professionnels font partie d'un répertoire d'actions construites par l'enseignant au fil du temps. Butlen (2007) précise en ce sens que les gestes professionnels identifiés dans la pratique d'un enseignant ne sont pas séparés les uns des autres et qu'ils *peuvent* s'organiser et s'articuler entre eux en constituant de cette manière des routines. Comment se caractérise une routine?

2.2.1.2. Le concept de routine

Dans le but de caractériser une routine, nous nous appuierons sur l'exemple donné ci-dessus (activité du professeur autour de la tâche résolution du problème des Daltons par les élèves). À partir de l'analyse de cet exemple, Butlen (2007) met en évidence une routine mobilisée par l'enseignant observé, qui est constituée par l'ensemble des trois gestes professionnels successifs, caractérisant en quelque sorte la « gestion des synthèses» (p. 5). Cette routine a comme objectif « l'explication, la reconnaissance et l'acquisition par les élèves de la classe d'une procédure experte » (p. 5).

Dans ce même article, Butlen (2007) présente un autre exemple de gestes professionnels associés à une routine, provenant de l'analyse de l'activité d'un professeur autour de la résolution d'un problème[24] par des élèves de CP (5 à 6 ans). Le déroulement de cette séance est décrit dans l'extrait ci-dessous :

---

[24] « Atelier de pâtisserie. Chaque mercredi les enfants du centre de loisirs s'inscrivent aux ateliers de l'après-midi. 1) Pour chaque atelier, compte le nombre d'enfants et complète le tableau; 2) Avec le signe +, écris le nombre total d'enfants; 3) Avec le signe +, écris le nombre de crêpes préparées à l'atelier de pâtisserie; 4) Chaque enfant aura-t-il une crêpe? Entoure la réponse (oui ou non) et explique pourquoi » (p. 8)

Les élèves disposent de très peu de temps de recherche individuelle (quelques secondes). La professeure interroge très vite un élève. Le questionnement se déroule toujours ainsi :

- Lecture (étayée par le professeur) de l'énoncé de la question de l'exercice par un élève, explicitation des termes utilisés
- Formulation d'éléments de réponse par des élèves, éventuellement refusés (ou ignorés) par le professeur si la réponse (ou la démarche) ne corresponde(nt) pas à celle(s) attendue(s)
- Formulation partielle par les élèves d'éléments de la réponse attendue grâce à une maïeutique basée sur des questions très fermées
- Nouvelle formulation par le professeur de la réponse attendue
- Copie par les élèves des réponses attendues, vérification individuelle du travail effectué, aide individualisée.

Cette routine qu'il décrit ainsi « lecture étayée de l'énoncé, mode d'interrogation des élèves, rejet ou reprise des formulations des élèves afin qu'elles correspondent à l'attente du professeur, contrôle individualisé de la restitution par les élèves de la réponse attendue » (p. 9), montre la manière (invariante) de faire travailler les élèves dans l'activité de cette enseignante.

À partir de ces deux exemples, une routine apparaît formée d'un ensemble de gestes professionnels : (observation et tri des productions des élèves, étayage des formulations des élèves pendant la synthèse, organisation de la synthèse vers l'institutionnalisation) dans le premier cas, (lecture étayée de l'énoncé, interrogation des élèves, rejet ou reprise des formulations des élèves, contrôle individualisé de la restitution de la réponse) dans le second cas. Cet ensemble de gestes apparaît par ailleurs organisé autour d'une certaine finalité (l'acquisition par la classe d'une procédure experte dans le premier cas, une certaine réponse attendue dans le deuxième cas)

En ayant en tête cette caractérisation d'une routine, il est important toutefois de noter qu'un geste professionnel n'est pas nécessairement associé à une routine spécifique. Par exemple, dans les routines des deux enseignants mises en évidence ci-dessus, il est possible d'identifier un geste professionnel qui fait référence à la reformulation des dires des élèves : étayage des formulations des élèves afin d'énoncer des phrases compréhensibles par tous dans le premier cas, nouvelle formulation par le professeur de la réponse attendue dans le deuxième cas (à partir de la formulation partielle par les élèves d'éléments de la réponse attendue). Ces deux exemples nous permettent cependant d'observer que ces gestes (reformulation des propos des élèves) n'ont pas la même finalité, on retrouve ici des routines très différentes, même si elles font appel parfois aux mêmes gestes professionnels.

Une routine nous informe en ce sens sur la manière globale d'enseigner, sur le mode de fonctionnement global de l'enseignant, sur la manière de gérer la séance. Elle nous permet de décrire un ensemble de gestes du professeur qui se répètent régulièrement (Butlen 2007). Signalons enfin, comme nous l'indique l'auteur, que les gestes professionnels tout comme les routines ne sont pas rigides, fermés. L'enseignant s'adapte aux besoins locaux de la classe, de tâche, du savoir en jeu, en tenant compte d'une certaine conception de l'enseignement/ apprentissage. On retrouve ici une certaine conception de l'enseignant, vu comme un acteur professionnel dans l'exercice d'un métier, capable de jugement en contexte.

Un autre cadre théorique, complémentaire au cadre théorique de l'ergonomie, celui de la théorie des situations didactiques de Brousseau (1998), va nous permettre d'aborder l'analyse des pratiques sous l'angle plus spécifique de l'enseignement d'un certain savoir.

2.2.2. Perspectives d'analyse des pratiques qui se dégagent de la théorie des situations didactiques de Brousseau

D'une manière générale, la théorie des situations didactiques (TSD) cherche à « étudier les conditions de l'acte d'enseignement » (Perrin-Glorian, 1994, p. 100). La complexité de cet acte d'enseignement et de la classe de mathématiques a conduit à l'élaboration progressive d'outils théoriques permettant d'aborder l'analyse de cet acte d'enseignement en regard d'un certain projet de transmission/diffusion de savoir, un « savoir déjà institué, c'est-à-dire un savoir qui a sa place dans une société déterminée et vis-à-vis duquel existe un projet social de transmission réalisé sous la forme d'un enseignement » (Rouchier, 1991, p 36). Cette théorie, conçue par Brousseau, « en référence à des fonctionnements de la connaissance et du savoir » (Lemoyne, 1996, p. 32) va organiser une certaine lecture des événements didactiques qui se produisent dans une classe de mathématiques.

C'est en référence donc à un tel projet que des concepts clés susceptibles d'éclairer l'analyse des pratiques d'enseignement sont nés. Ainsi, « C'est dans le cadre de cette théorie que le problème de la dévolution des situations a-didactiques ou de l'entrée de l'élève dans une situation d'apprentissage a été posé. C'est aussi dans ce cadre que le processus d'institutionnalisation de la connaissance a été examiné » (Lemoyne, 1996, p 32).

Cette étude de « l'acte d'enseignement » va se faire en examinant les interactions qui sont établies dans le système didactique entre : l'enseignant, l'élève et le savoir. La poursuite de cet objectif sollicite une séparation qui n'est pas naturelle, vu qu'au sein des situations didactiques chacun de partenaires (enseignant-élève-savoir) n'existe pas l'un sans l'autre. Cela dit Lemoyne (1996) en faisant référence à la TSD développée par Brousseau (1986, 1998) met en évidence ces trois sous-systèmes (maître, élève, savoir) et leurs interactions. D'abord, l'élève « résulte d'une intention didactique, il est celui à qui il est enseigné, celui qui est instruit ». L'enseignant est celui qui organise le savoir, qui gère les situations auxquelles les élèves sont confrontés. Le savoir est au centre de cette relation didactique.

> « L'élève résulte d'une intention didactique; il est celui à qui il est enseigné, celui qui est instruit. L'école est une institution didactique qui permet à des maîtres – en position d'enseignants – de réaliser chez des élèves – en position d'enseignés – l'émergence de rapports à des objets de savoir. Le savoir est donc au centre de la relation didactique. [...] C'est aussi par les situations que maître et élève interagissent à propos de leurs rapports respectifs au savoir et de leurs responsabilités et ces interactions sont sous le contrôle du contrat didactique » (Lemoyne, 1996, p. 31-32)

C'est dans ce cadre que certains concepts théoriques ont été développés pour rendre compte du fonctionnement du système didactique et de ses interactions complexes. Pour l'analyse des pratiques d'enseignement de la proportionnalité, certains de ces concepts pourraient s'avérer porteurs pour l'analyse. Pour Brousseau (1998) le travail de l'enseignant est considéré comme faisant partie d'un milieu qu'il organise pour l'élève et dans lequel il régule un certain nombre d'interactions. L'auteur définit le milieu comme étant :

> « L'ensemble des conditions extérieures dans lesquelles vit et se développe un individu humain. [...] Dans une situation de validation d'un savoir, le milieu devient, de plus, le lieu de fonctionnement et la référence, implicite ou explicite, des connaissances correspondantes. Il devient donc par là un objet culturel et épistémologique d'enseignement » (p. 310)

L'enseignant est vu et étudié comme celui qui organise, qui anticipe, qui gère et qui évalue les situations d'enseignement autour d'un savoir précis de manière à faire évoluer les connaissances des élèves. Dans ce sens, l'enseignant a un rôle fondamental dans le choix et dans la manière de gérer les situations auxquelles les élèves sont confrontés.

> « ...l'enseignant y est vu comme intervenant dans la relation entre l'élève et les mathématiques, l'élève est confronté à un milieu, à une œuvre, à un savoir. Le professeur organise, gère cette confrontation et éventuellement récupère des informations pour faire évoluer un ou des éléments du système (le milieu, les connaissances des élèves, ses connaissances) » (Hache, 1999; p. 17).

Ce sont par ailleurs ces modèles de régulation mis en place par le professeur qui sont analysés par le chercheur en didactique par le biais par exemple de concepts théoriques tels celui de contrat didactique, de dévolution, d'institutionnalisation, etc. (Brousseau, 1988), ces régulations étant déterminantes pour l'apprentissage des élèves. L'auteur souligne à cet effet que : « l'intervention de l'enseignant modifie les conditions de fonctionnement du savoir, conditions qui font aussi partie de ce que l'élève doit apprendre » (Brousseau, 1988, p. 322). C'est alors à travers des situations que l'enseignant et l'élève interagissent à propos d'un savoir. La théorie des situations didactiques modélise donc l'environnement spécifique d'un savoir mis en place / organisé par l'enseignant à l'aide de concepts théoriques sur lesquels nous reviendrons maintenant.

2.2.2.1. Le concept de contrat didactique

Plusieurs études menées en didactique des mathématiques (Schubauer-Leoni, 1988; Brousseau, 1988; Bednarz et Giroux, à paraître) montrent que la construction de connaissances mathématiques par les élèves est intimement liée au jeu des interactions didactiques qui va se tisser au sein de la classe, durant le déroulement même de l'activité. La relation entre élève – professeur – savoir, se manifeste la plupart du temps à un niveau implicite et elle s'organise comme un contrat.

La façon selon laquelle le professeur intervient en classe, la manière dont il présente l'activité, les consignes aux élèves, le savoir, sa place dans l'ensemble des contenus étudiés, oriente d'une certaine manière la prise en compte du savoir par l'élève (Schubauer-Leoni, 1989). En sens inverse, les élèves s'approprient les attentes du professeur et s'engagent dans la résolution des situations proposées en essayant de faire ce qu'ils savent que l'enseignant attend. C'est cette relation qui va caractériser ce que Brousseau (1988) appelle contrat didactique, qu'il décrit comme étant :

> «...le résultat de la négociation des rapports établis explicitement et/ou implicitement entre un élève ou un groupe d'élèves, un certain milieu et un système éducatif, aux fins de faire approprier aux élèves un savoir constitué ou en voie de constitution. »

Le passage d'une connaissance initiale à une connaissance "scolaire" par les élèves sera conduit à travers ce contrat implicite par le professeur. Brousseau (1986), met en évidence que :

> « Le professeur est conduit à expliciter auprès de l'élève une méthode de production de la réponse : comment répondre à l'aide des connaissances antérieures, comment comprendre, construire une connaissance nouvelle, comment appliquer les leçons antérieures, reconnaître les questions, comment apprendre, deviner, résoudre, etc. » (p. 56)

Il est important d'insister sur le fait que cette « manière d'approcher la production de la réponse », ce jeu d'attentes, n'est pas nécessairement explicité verbalement par le professeur. Celle-ci est mise en place à travers le jeu des interactions de façon implicite. Ainsi, les interactions que le professeur établit avec les élèves et le sujet mathématique abordé vont orienter la prise en compte du savoir par l'élève (Schubauer-Leoni, 1986).

Pour donner un exemple qui explicite l'importance du contrat didactique (de ce jeu d'attentes implicites) dans l'analyse des pratiques, nous reprendrons l'exemple tiré de

Schmidt (1994) qui dans une étude sur le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans laquelle les élèves ont recours à des stratégies arithmétiques pour résoudre des problèmes en algèbre, met bien en évidence que :

> « Au moment de l'introduction à l'algèbre, les élèves arrivent avec tout un répertoire de procédures arithmétiques, et cette 'culture' arithmétique va continuer à les guider lorsqu'ils seront confrontés à des problèmes en algèbre, dans le processus de résolution. … des problèmes qui se résolvent facilement par l'arithmétique, et pour lesquels une solution arithmétique ne sera pas autorisée par le professeur » (p. 20)

L'auteure ici fait allusion à la manière dont l'enseignant peut observer et gérer les solutions des élèves, lors de la résolution d'un certain type de problèmes, montrant l'intérêt, dans l'analyse, de la prise en compte de ce jeu d'attentes implicite. Dans le cas, examiné par Schmidt, les élèves arrivent avec tout un répertoire de procédures qui sont significatives et qui sont pertinentes pour résoudre les situations proposées par le professeur. Ces dernières ne sont pas nécessairement considérées comme des stratégies « adéquates » pour résoudre les problèmes proposés par l'enseignant lors de l'introduction à l'algèbre, c'est-à-dire qu'elles ne sont pas « autorisées » ou « acceptées » par l'enseignant. À travers son discours implicite, l'enseignant finit par passer un message aux élèves, celui qu'il s'attend à ce qu'ils résolvent les problèmes algébriquement.

Pour comprendre en profondeur ce système d'attentes implicites établi dans la classe, nous avons besoin de prendre en considération d'une manière conjointe les trois partenaires de cette interaction, c'est-à-dire le professeur (ses choix, sa façon d'amener le cours, de questionner, de récupérer les réponses des élèves), les élèves (leurs connaissances, leurs stratégies, leurs erreurs, leurs manières de fonctionner, de s'engager dans la tâche proposée…) et le savoir au cœur de l'interaction (Schubauer-Leoni, 1988; Brousseau, 1986, 1988).

Chacun des partenaires de cette relation a un rôle important dans la mise en place et la régulation des interactions didactiques, de sorte que l'entrée dans l'analyse du contrat peut se faire par n'importe lequel des partenaires de la relation didactique, l'enseignant, les élèves ou le savoir (voir à ce sujet, Bednarz et Giroux, à paraître)

Pour les fins de notre recherche, qui a comme objectif principal de comprendre la pratique des enseignants de mathématiques en lien avec les apprentissages des élèves à propos de la proportionnalité, le concept de contrat didactique permet d'entrer dans une telle analyse, en allant chercher le jeu d'attentes implicites établi en classe, conditions qui font en quelque sorte partie de ce que l'élève doit apprendre et qui orientent la manière dont évoluera l'apprentissage dans la classe. D'autres concepts nous semblent également intéressants à considérer pour aborder l'analyse des pratiques sur un plan didactique, notamment sous l'angle des liens entre l'activité mathématique de l'élève et l'appropriation d'un certain savoir. Il s'agit des concepts de dévolution et d'institutionnalisation que nous reprenons ci-dessous.

2.2.2.2. Le concept de dévolution

Dans le cadre de la théorie de situations didactiques de Brousseau, la dévolution occupe une place importante. Ce concept est défini comme étant :

> « L'acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert » (Brousseau, 1988, p. 325)

Le processus de dévolution demande de la part du professeur la volonté de déléguer une partie de la responsabilité de l'acte d'enseignement à l'élève. Pour que l'élève accepte cette responsabilité et entre dans le jeu, l'enseignant ne peut pas dire à l'avance à l'élève quelle réponse il attend face à un problème, à une question posée. L'élève doit se sentir responsable de son propre apprentissage en cherchant à résoudre des problèmes dont il ignore la réponse. C'est l'engagement de l'élève par rapport à son apprentissage qui va faire que la situation de dévolution fonctionne. Mais ce transfert de responsabilité vers l'élève met l'enseignant dans une situation de contradiction, puisqu'il ressent le « devoir social » de vouloir que l'élève obtienne la bonne réponse (Brousseau, 1988, p. 325).

D'une certaine manière, le contrat didactique qui est établi en classe a une influence sur les autres phases de la situation didactique. Par exemple : le niveau d'engagement des élèves et la prise de responsabilité face à un problème à résoudre va être influencé par le jeu d'attentes implicites en classe, c'est-à-dire par le contrat didactique. Si l'enseignant s'attend à ce que les élèves utilisent ce qui a été vu en classe, la phase de dévolution sera brève et donnera vite lieu à une phase de conclusion. Dans ce cas, l'objectif de l'enseignant est de voir si les élèves ont employé la stratégie travaillée en classe, son attente implicite est qu'ils réinvestissent dans le problème ce qui vient d'être vu. Tout se passe comme si le contrat court-circuitait alors une prise en charge réelle du problème et de sa résolution par l'élève.

Dans le cadre de notre recherche, le concept de dévolution va nous permettre de caractériser la manière dont l'enseignant fait entrer les élèves dans les situations et la place qu'ils occupent dans son enseignement, à partir du mode par lequel ils sont invités à participer à la situation, s'ils le sont.

Margolinas (2004), dans son travail sur la validation en mathématiques, fournit à ce sujet une piste intéressante pour l'analyse de ce processus de dévolution, sur un plan opérationnel. C'est à partir de la façon dont les élèves entrent dans les situations, interprètent ce qui doit être fait, que l'on peut éventuellement inférer le contrat qui régule les interactions, et dire s'il y a dévolution. On voit ici combien ces deux concepts (contrat didactique et dévolution) sont liés; ils nous permettent d'entrer dans l'analyse de la place qu'occupe l'élève dans la situation didactique.

> « ce n'est pas ce que le professeur dit ou ne dit pas qui permet de savoir quelle est la nature de la phase observée [...] si l'analyse de la situation montre qu'un milieu pour la validation est présent, *c'est dans la façon dont l'élève interprète le travail du professeur que l'on peut inférer dans quel contrat il se place.* On retrouve ici une autre face de la participation des élèves à l'enseignement : *le processus de dévolution ne se réalise que si l'élève en devient le personnage principal : 'laisse-moi, je travaille...'* » (p. 51)

Un autre concept défini par Brousseau dans la théorie de situations didactiques va être important pour nous dans nos analyses, l'institutionnalisation, qui permet d'entrer dans la manière dont l'enseignant gère le passage des connaissances des élèves à un savoir reconnu par la classe. Notre objectif étant de comprendre la pratique d'enseignement de la proportionnalité en lien avec l'apprentissage des élèves, ce concept nous apparaît un concept clé à considérer pour aborder la gestion de la progression du savoir en classe par l'enseignant. Comment se caractérise ce concept?

2.2.2.3. L'institutionnalisation

Dans la théorie des situations didactiques de Brousseau, le processus d'institutionnalisation est caractérisé par la prise en charge du savoir par l'enseignant. Lors de cette institutionnalisation, l'enseignant donne un statut public aux connaissances développées par les élèves, y gère le passage des connaissances privées des élèves à un savoir reconnu par la classe.

Le système didactique, nous dit Margolinas (2004) est finalisé par l'intention d'enseigner. En ce sens, la « conception même de la dévolution suppose donc l'institutionnalisation possible » (p. 52). L'enseignant dévolue le problème aux élèves, mais mû par une intention d'enseigner un certain savoir, doit pouvoir revenir sur les solutions des élèves pour aider à faire le passage entre les connaissances mobilisées par les élèves dans le problème et un certain savoir codifié. Dévolution et institutionnalisation apparaissent donc comme deux processus complémentaires, qui durent tout au long de la relation didactique. C'est dans les moments d'institutionnalisation que vont se jouer les rapports entre les connaissances des élèves mises en œuvre dans les situations et les savoirs officiels / institutionnels. D'où l'importance d'examiner de plus près ces institutionnalisations qui peuvent apparaître à différents moments au cours d'une leçon. Prendre en compte le mode effectif de fonctionnement de la classe sous l'angle de l'institutionnalisation et la manière dont l'enseignant utilise ces moments pour faire évoluer le savoir mathématique de la classe, nous aidera à comprendre un peu plus comment l'enseignant amène ses élèves à fréquenter les mathématiques[25]. L'observation de ce processus d'institutionnalisation va nous permettre d'identifier la manière dont l'enseignant récupère les connaissances développées par les élèves dans une situation pour faire évoluer les éléments du système didactique.

Comment aborder l'analyse du processus d'institutionnalisation?

Les phases de conclusion apparaissent ici, avec les moments de retour sur un problème, une situation, comme des éléments charnières entre les processus de dévolution et d'institutionnalisation (Margolinas, 2004). Ils constituent sans doute les épisodes à considérer de plus près dans l'analyse.

Selon Margolinas (2004),

> « le processus d'institutionnalisation est achevé, non pas quand l'enseignant en a intitulé les termes et les relations avec le savoir, mais quand l'élève met en œuvre cette connaissance comme critère de validité » (p. 56)

---

[25] Au sens de Hache et Robert, 1997. C'est à dire une certaine pratique mathématique en classe.

Brousseau (1998) met aussi en évidence que « la prise en compte 'officielle' par l'élève de l'objet de la connaissance (*comme critère de validité*), et par le maître de l'apprentissage de l'élève est une phase essentielle du processus didactique » (p. 311). En ce sens, l'institutionnalisation exige aussi un regard du côté de l'élève.

À cette étape on retient de la théorie des situations didactiques de Brousseau les concepts clés de contrat didactique, de dévolution et d'institutionnalisation. Ces concepts, on l'a vu précédemment, sont liés. Ils vont nous guider dans l'analyse des pratiques d'enseignement en classe. Par la clarification du système d'attentes implicites qui régule les interactions didactiques, de la manière dont l'enseignant fait travailler les élèves en classe, de sa façon de récupérer les connaissances développées par les élèves afin de les faire évoluer, nous entrons dans une compréhension possible des liens entre l'activité des élèves et l'enseignement de la proportionnalité.

2.3. Points qui ressortent de l'ensemble des travaux sur les pratiques d'enseignement

Nous avons montré au tout début de ce chapitre la complexité des pratiques d'enseignement. Nous aborderons celles-ci en prenant en compte différents temps d'action de celles-ci, de la planification à la pratique en classe. Nous avons également souligné la cohérence de ces dernières, dont nous chercherons à retracer la logique, à travers la planification, l'action en classe mais aussi le discours que tient l'enseignant sur cette pratique (explicitation des principes sous-jacents qui le guident). Pour comprendre par ailleurs les pratiques d'enseignement en classe autour de la proportionnalité, nous retenons à cette étape de notre travail la perspective ergonomique et la théorie de situations didactiques.

La première perspective nous permettra d'aborder l'analyse de la pratique de l'enseignant en prenant en compte l'enseignant comme acteur professionnel dans l'exercice d'un métier, son activité, ses actions, notamment à travers les gestes professionnels qu'il met en place autour de tâches précises. Nous pouvons nous demander par exemple : quels sont les gestes professionnels mobilisés par l'enseignant autour de la résolution de problèmes proportionnels par les élèves? Ces gestes professionnels restent-ils stables quand les tâches changent? Voit-on ici apparaître des caractéristiques différentes d'un enseignant à l'autre?

La deuxième perspective nous permettra de caractériser davantage la pratique d'enseignement en classe autour d'un savoir spécifique, la proportionnalité, notamment à travers la dévolution des situations proposées à l'élève, l'institutionnalisation, ou encore le contrat didactique. Nous pouvons par exemple nous poser les questions suivantes : l'élève est-il amené à prendre en charge la résolution des problèmes proposés? Comment l'activité de l'élève est-elle reprise dans les retours collectifs, dans les institutionnalisations locales que l'enseignant en fait? Comment gère t-il la progression du savoir en classe? Quel contrat didactique s'installe entre l'enseignant et les élèves? Induisant quel apprentissage chez les élèves?

Deux perspectives d'analyse des pratiques (en action en classe) **complémentaires**	**Une perspective ergonomique**	**Une perspective didactique (théorie des situations didactiques de Brousseau)**
Les concepts clés considérés	-Gestes professionnels de l'enseignant -Activité de l'enseignant	-Contrat didactique -Dévolution -Institutionnalisation
Une lunette particulière permettant de documenter la pratique d'enseignement de la proportionnalité dans l'action	Du point de vue de ce que fait l'enseignant dans l'action, en essayant d'inférer les principes qui le guident...	Du point de vue de la manière dont l'enseignant gère la progression du savoir dans la classe

Tableau 2.1- Perspectives d'analyse des pratiques d'enseignement : différents angles d'entrée

Notre objectif de recherche, décrire, analyser et interpréter, en vue d'une meilleure compréhension, des pratiques « ordinaires » d'enseignement de la proportionnalité en classe de mathématique au secondaire, au moment de l'introduction de ce concept, en lien avec l'activité mathématique induite chez les élèves, renvoie par ailleurs à une caractérisation des activités que l'enseignant propose aux élèves, en regard des apprentissages qu'elles sollicitent *a priori*. Pour analyser les activités proposées, et les apprentissages qui en résultent, nous avons besoin de considérer plus en détails le concept de proportionnalité lui-même.

2.4. L'enseignement de la proportionnalité : élaboration d'un cadre de référence

Dans le cadre de notre recherche, nous utilisons le concept de proportionnalité comme le savoir en arrière-plan pour comprendre les situations proposées par les enseignants (planification, situations présentées dans chacune des leçons, ...). Avec cet objectif, nous avons d'abord besoin de définir mathématiquement le concept de proportionnalité, puis de revenir sur ce que nous savons, à travers les études menées en didactique, sur l'analyse des situations d'enseignement (variables du problème susceptibles d'interférer). Une telle caractérisation nous aidera à analyser les choix de l'enseignant sous l'angle mathématique (modèle de la proportionnalité privilégié à travers les leçons), et à mieux analyser les situations proposées *a priori* par l'enseignant.

2.4.1. La proportionnalité

Hersant (2001), dans son étude sur l'enseignement de la proportionnalité, dans laquelle elle fait une analyse mathématique du concept de proportionnalité, met en évidence que :

> « La proportionnalité est d'abord une relation particulière entre des grandeurs que l'on peut traduire par une relation entre les valeurs de ces grandeurs, puis par une relation entre deux suites numériques via les mesures de ces grandeurs. La proportionnalité entre deux grandeurs peut s'appréhender en utilisant le modèle des proportions ou celui de l'application linéaire » (p. 28)

Deux modèles mathématiques peuvent donc être ici utilisés pour introduire la proportionnalité : 1) la conservation des rapports et les propriétés des proportions; 2) la linéarité et les propriétés de l'application linéaire. L'auteur définit le premier modèle de la façon suivante :

> « Une proportion est l'égalité de deux rapports (de nombres). Les quatre nombres non nuls a, b, c, d sont en proportion lorsque a/b = c/d.
>
> a, b, c, d sont les quatre *termes* de la proportion. a et d correspondent aux *extrêmes*, b et c aux *moyens*. La *quatrième proportionnelle* désigne le quatrième terme inconnu d'une proportion dont trois termes sont donnés. Cette terminologie est justifiée par une ancienne notation sémiotique des proportions : *a:b : :c:d* qui se lit '*a* est à *b* comme *c* est à *d*' » (p. 21)

Pour le deuxième modèle, celui de la linéarité et des propriétés de l'application linéaire, l'auteur met en évidence que :

> « Deux suites numériques sont proportionnelles si et seulement si les termes d'une suite sont les images des termes de l'autre par une application linéaire de coefficient non nul. Lorsque deux suites numériques U et V sont proportionnelles, il existe donc deux applications linéaires (une de coefficient α et l'autre de coefficient $1/\alpha$), associées à ces suites et deux coefficients de proportionnalité » (p. 27)

En regardant la proportionnalité dans une perspective de « transposition didactique », on peut donc retrouver mobilisé l'un ou l'autre de ces modèles dans l'enseignement (ces derniers peuvent bien sûr être transformés), ou encore, un mélange des deux. Hersant (2001) fait une analyse comparative de ces deux modèles où elle met en évidence que :

> « Le coefficient de proportionnalité est commun aux deux modèles et sert de pont entre les deux théories. De même, la propriété de linéarité, bien qu'exprimée avec des objectifs différents (rapport, proportion/combinaison linéaire), apparaît comme un point commun aux deux théories. Toutefois, les objets de base de ces modèles sont différents (rapport, proportion, extrêmes et moyens pour la théorie des proportions et application linéaire, fonction linéaire, image et antécédent pour le modèle de l'application linéaire) » (p. 28)

Il sera donc possible de mettre en évidence, à travers les situations qui seront proposées aux élèves, le modèle mathématique privilégié dans l'enseignement. Il est par ailleurs important de se demander si les situations proposées contribuent au développement du raisonnement proportionnel chez les élèves et, si elles y contribuent, comment, de manière à analyser le potentiel *a priori* de ces situations pour l'apprentissage des élèves (le champ de possibles susceptibles d'être mobilisés). Il est à cette fin essentiel de s'interroger sur ce qu'on entend par raisonnement proportionnel.

2.4.2. Qu'entend-on par raisonnement proportionnel ?

Le Petit Robert (1991) définit le raisonnement ainsi :

> « 1°) L'activité de la raison, la manière dont elle s'exerce. 2°) Suite de propositions liées les unes aux autres selon des principes déterminés, et aboutissant à une conclusion. 'Le raisonnement, c'est-à-dire, la matière propre de toute logique… sa marque propre… c'est d'être une opération médiante qui a pour terme une conclusion' (Ribot, 1636) ».

Lalande (1960) dans son livre sur le vocabulaire technique et critique de la philosophie, décrit le raisonnement comme suit:

> « Le raisonnement consiste à établir une série de rapports. Mais chacun d'eux est saisi dans et par un 'actus simplex' [...] Chacun des moments qui composent un raisonnement est en effet un tout indivisible, en tant qu'il est l'aperception d'un rapport, c'est-à-dire un jugement; [...] et en tant qu'on le considère, dans sa forme analysée, comme une opération qui vise à reconstruire aussi adéquatement que possible, d'abord avec des termes séparés, l'unité d'un acte perceptif ou intellectuel » (p. 887-888).

Balacheff (1991), quant à lui, définit le raisonnement comme une activité intellectuelle implicite de manipulation d'informations faite à partir de données à organiser dans le but de produire de nouvelles informations.

Suivant cette dernière définition, nous pouvons dire que le raisonnement mathématique est une activité qui permet aux individus d'organiser leurs connaissances, en suivant une certaine logique qui leur permet d'arriver à une conclusion, et par là de produire de nouvelles connaissances.

On trouve plusieurs types de raisonnements en mathématiques[26], dont le raisonnement inductif et le raisonnement déductif. Le premier est fondé sur des observations, des faits. Il produit des généralisations. Les conclusions sont plus générales que les prémisses. C'est un raisonnement orienté vers la construction de lois, de propriétés. Le deuxième est fondé quant à lui sur des prémisses explicites. Il produit des particularisations. Les conclusions sont donc plus spécifiques que les prémisses. C'est un raisonnement orienté vers l'application des connaissances existantes à des contenus particuliers, vers la production de connaissances à partir d'autres connaissances. Qu'en est-il du raisonnement proportionnel? Comment se caractérise t-il?

---

[26] Dans le programme de mathématiques du secondaire (MELS, 2003), on dira que « le raisonnement développé au secondaire est à la fois analogique, dans la mesure où l'élève est amené à percevoir et à exploiter des similitudes entre des objets des divers champs de la mathématique, inductif, dans la mesure où on demande à l'élève de dégager des règles ou des lois à partir des ses observations et déductif, dans la mesure où l'élève doit apprendre à dégager une conclusion à partir d'hypothèses et d'énoncés déjà admis » (p. 15)

Quand nous parlons de raisonnement proportionnel à l'école et parfois même en dehors de l'école, l'idée que plusieurs personnes s'en font n'est pas centrée sur le raisonnement lui-même, mais souvent sur la méthode utilisée pour résoudre les problèmes, par exemple le « produit croisé ». Avoir recours à un raisonnement proportionnel pour résoudre des situations proportionnelles demande à l'élève plus que de savoir utiliser l'algorithme du produit croisé. L'élève doit d'abord pouvoir reconnaître la situation comme étant une situation proportionnelle (MEQ, 1994). Il doit de plus être capable de manipuler les grandeurs du problème d'une manière significative, en prenant en considération le contexte dans lequel le problème a été proposé. En ce sens, Boisnard et al (1994) mettent en évidence que :

> « le simple apprentissage mécanique de la règle de trois et de toutes les règles qui en découlent n'est pas suffisant pour donner une véritable connaissance de la proportionnalité, c'est-à-dire une bonne représentation du concept sous-jacent à tous les problèmes composant cet objet d'apprentissage particulier que l'on désigne désormais sous le nom de proportionnalité. » (pp. 12)

Une entrée qualitative importante

Post, Behr et Lesh (1988) mettent en évidence que le raisonnement proportionnel prend en considération la pensée qualitative: « Est-ce que cette réponse a du sens? », « Est-ce qu'elle pourrait être plus grande ou plus petite? » Ce type de raisonnement demande une comparaison qui ne concerne pas que des valeurs numériques spécifiques, il demande à l'élève d'analyser et de mettre en relation plusieurs grandeurs, et assure un certain contrôle sur la situation proposée. Par exemple, dans la situation suivante, inversement proportionnelle, un raisonnement qualitatif peut servir d'appui important : « 8 ouvriers prennent 15 heures pour faire un certain travail. Combien de temps mettront 4 ouvriers, s'ils travaillent à la même vitesse, pour faire le même travail? » Est-ce que cela leur prendra plus de temps? Moins de temps? Combien de fois moins de temps? Ce raisonnement qualitatif assure une entrée réfléchie dans le problème.

Cette manière d'aborder la situation est très différente d'une manière algorithmique de résoudre le problème où l'élève travaille au niveau des données numériques sans nécessairement contrôler les relations entre les grandeurs du problème. Dans ce cas, l'utilisation du produit croisé cause d'ailleurs souvent des erreurs. Les élèves jouent avec les données numériques du problème sans trop leurs attribuer de sens (voir l'exemple ci-dessous).

> **Exemple :** Une voiture parcourt une distance entre deux villes en 5 heures avec une vitesse de 90 kilomètres par heure. En combien de temps fera-t-elle le même voyage avec une vitesse moyenne de 75 kilomètres par heure?

Heures	Vitesse		
5	90	X x 90 = 5 x 75	
X	75	X= 375 : 90	X= 4,16

Ici on peut observer que l'élève ne contrôle pas les relations entre les données du problème ce qui l'amène à commettre une erreur dans la démarche de résolution. De plus, comme il ne vérifie pas la réponse obtenue en regard de la question du problème, on peut croire que pour lui la réponse obtenue est nécessairement une bonne réponse.

Quand les élèves pensent d'une façon qualitative, ils sont en mesure d'anticiper la réponse possible, d'estimer, avant la résolution, quelle stratégie serait plus pertinente, d'entrer de manière réfléchie dans la situation qu'ils ont à résoudre.

> « le raisonnement qualitatif exige une réflexion sur les relations dans une situation – problème, et un regard sur les effets d'une éventuelle action dans la

> situation. [...] Il augmente la compréhension de la situation – problème et, ainsi, augmente les possibilités d'utiliser diverses procédures permettant d'aborder cette résolution » (Gnass, 2000; p. 49).

Compte tenu du rôle clé qu'il joue dans le développement du raisonnement proportionnel chez les élèves, nous regarderons jusqu'à quel point ce raisonnement qualitatif est sollicité chez les élèves dans les situations proposées par l'enseignant, à travers la manière dont l'enseignant les gère.

Un raisonnement multiplicatif

Les problèmes de proportion impliquent par ailleurs une prise en considération de relations multiplicatives. Vergnaud (1991) met en évidence à cet effet, dans ses travaux, que le passage des structures additives aux structures multiplicatives demande aux élèves un changement conceptuel important. On peut observer la difficulté occasionnée par ce changement à partir de l'activité du casse-tête de Brousseau (1998), au cours de laquelle les élèves additionnent 3 à chacune des mesures du casse-tête initial pour l'agrandir plutôt que de prendre en compte la relation multiplicative entre les mesures.

Le passage des structures additives aux structures multiplicatives est un des enjeux importants de l'introduction de la proportionnalité à l'école. Il est donc important d'observer comment l'enseignant tient compte de ce passage dans l'organisation de ses séances.

Une idée de co-variation en jeu dans le raisonnement proportionnel

Les problèmes de proportion présentent aussi une autre caractéristique, mettant en jeu une relation de co-variation entre les variables du problème. Cette relation (telle qu'illustrée dans l'exemple suivant) a ceci de particulier que les deux variables sont liées linéairement entre elles, et que la relation établie entre les grandeurs du problème est constante.

> **Exemple :** un automobiliste parcourt 110km en 3 heures. En supposant qu'il roule à vitesse constante, quelle distance parcourra-t-il en 9 heures?

Dans ce problème la relation entre le temps et la vitesse va être toujours la même, peu importe le moment du voyage.

Si la distance à parcourir change, devient 2 fois plus grande, 3 fois plus grande, ... le temps mis pour parcourir cette distance deviendra 2 fois plus grand, 3 fois plus grand, ... (une variation de la distance implique une variation équivalente du temps).

Encore une fois, étant donné la difficulté que cette relation de co-variation peut causer aux élèves (Confrey, 1994; Post et al, 1988), il est important d'observer comment ce type de problème est travaillé par l'enseignant dans ses séances.

2.4.3. Analyse des situations : quelques repères importants en lien avec le développement de la proportionnalité

Pour travailler un concept en classe tel celui de proportionnalité, l'enseignant va faire appel à plusieurs situations, problèmes.... Dans l'analyse que nous ferons des situations employées par l'enseignant pour développer le raisonnement proportionnel des élèves, sur quel cadre de référence pourrons-nous nous appuyer?

Les recherches en didactique montrent que certaines variables mises en place dans un problème ont une influence sur la manière dont les élèves s'engagent pour le résoudre, sur la stratégie qu'ils vont choisir (Boisnard et al, 1994; René de Cotret, 1991; Vergnaud, 1983; 1991; Noelting, 1978; Comin, 2000). Pour préciser davantage notre cadre de référence susceptible de nous guider ultérieurement, revenons de manière plus fine sur les études qui ont centré leur attention sur l'influence de ces différentes variables dans la résolution de problèmes de proportionnalité, en montrant comment elles peuvent influencer la compréhension du problème et la manière que l'élève a de le résoudre. (Julo, 1982; Levain, 1997; Monpondi, 1986; René de Cotret, 1991; Vergnaud, 1983; 1991).

2.4.3.1. Analyse des problèmes / variables susceptibles d'influencer l'engagement des élèves:

Avec l'objectif de clarifier la possible influence de certaines variables dans le choix des problèmes et dans les analyses futures de nos données, nous présentons, ici, une analyse des principales variables considérées dans les problèmes de proportion et leur possible influence sur l'engagement des élèves.

Ce sont les variables du problème qui d'une certaine façon règlent l'entrée des élèves dans la situation problème proposée, comme le souligne Hersant :

> « L'ordre des données, les variables numériques et le domaine de référence du problème sont des sources de difficulté qui interviennent dans la majeure partie des problèmes de l'enseignement. » (Hersant, 2001; p.33)

Le choix de la stratégie à être utilisée est très lié aux variables du problème, car, dépendant de la variable mise en place dans le problème, une certaine stratégie peut être plus ou moins efficace (Sokona, 1989).

René de Cotret (1991) présente une analyse des variables censées influencer la résolution de problèmes de proportion. Parmi ces variables, on peut trouver des variables reliées au « **contexte** » **du problème** et des variables reliées aux **données numériques**.

2.4.3.1.1. Variables reliées au contexte (auxquelles renvoie l'énoncé du problème)

René de Cotret (1991) met en évidence quelques variables qui sont en rapport avec le contexte du problème. L'auteure considère comme étant des points importants pour analyser les problèmes : **la nature des grandeurs** (si elles sont de même nature ou de nature différente), **la référence temporelle** (si le temps est présent ou absent), et **la familiarité du taux** (dans le cas d'un problème faisant référence à des grandeurs non-homogènes) (p. 19).

Nous considérerons de plus une autre variable mise en évidence cette fois par Adjiage et al (2007), soit l'expérience physique /empirique à laquelle le contexte du problème renvoie.

La nature des grandeurs

La nature des grandeurs peut influencer le choix de la stratégie privilégiée par l'élève. Les problèmes qui présentent des grandeurs de natures différentes tendent à être résolus davantage à partir d'une procédure fonctionnelle (lorsque les nombres associés à des grandeurs de même nature ne font pas référence à un rapport immédiat). René de Cotret (1991), dans son travail reprend les deux exemples suivants, qui aident à comprendre l'influence de ce type de variables.

Problème référant à des grandeurs de même nature (homogènes)

« une petite entreprise fabrique du ruban très fin. Pour fabriquer « x_1 » mètres de ruban, il faut « y_1 » mètres de fil. Combien faudra-t-il de fil pour faire « x » mètres de ruban? » (p. 21)

Problème référant à des grandeurs de nature différente (non-homogènes)

« Un marchand vend « x_1 » kilos de pommes pour « y_1 » $. Combien me coûteront « x » kilos de pommes? (p.21)

Dans le premier problème, les élèves travaillent seulement avec la grandeur longueur en *mètres* tandis que dans le deuxième problème les élèves peuvent travailler autant sur la relation entre prix et kilos (grandeurs de nature différente), que sur la relation entre les grandeurs de même nature (prix entre eux / ou poids entre eux).

La référence temporelle

René de Cotret met en évidence aussi le degré de difficulté qui est relié à la présence du temps dans un problème, en prenant en considération que le concept de vitesse est difficile à maîtriser pour les élèves. Ceci dit, la présence du temps dans le contexte du problème peut avoir une influence sur le taux de réussite des élèves, comme aussi, sur les stratégies qu'ils privilégient.

La familiarité du taux

Pour les problèmes mettant en jeu une relation entre des grandeurs non-homogènes, une autre variable prise en considération comme étant censée influencer la réussite des élèves est la familiarité du taux. Dans ce cas, René de Cotret (1991) met en évidence qu'un taux jugé familier (par exemple le prix en fonction du poids, voir exemple ci-dessous) risque de favoriser une procédure hétérogène comme le retour au prix unitaire.

- 3 kilos de pomme coûtent 6 dollars. Combien coûte 5 kilos de pomme?

Cette procédure est normalement bien connue et maîtrisée par les élèves, par opposition avec l'exemple suivant où les élèves ont une tendance plus grande à établir la relation « 3 fois plus grand » :

- Avec une vitesse constante, une voiture fait un parcours de 500 Km en 10 heures. Combien de kilomètres parcourra-t-elle en 30 heures?

L'expérience physique / empirique à laquelle réfère l'énoncé :

Pour les problèmes mettant en jeu des objets issus du domaine physique et/ou empirique une autre variable pouvant avoir une influence sur la manière dont les élèves s'engagent dans la résolution du problème est l'expérience physique à laquelle fait référence l'énoncé du problème. On peut ainsi retrouver dans un énoncé de problème :

-des objets tangibles, tels des pots de peinture, des mélanges...

-des objets non-tangibles, tel le calcul des chances d'avoir un résultat;

-et des objets issus du domaine mathématique, tels des longueurs, des surfaces....

Ce type de variable peut influencer l'engagement des élèves. Cet engagement passe en effet par l'appropriation de la signification du problème et par la manipulation des données dont la signification n'est pas toujours naturelle.

2.4.3.1.2. Variables reliées aux données numériques :

En ce qui concerne les variables reliées aux données numériques, René de Cotret met en évidence que la **taille des nombres, le rapport entre les nombres, le nombre de couples** sont des points importants à prendre en considération.

La taille / nature des nombres

La taille d'un nombre peut influencer d'une manière importante la résolution d'un problème. Le fait de demander aux élèves de se représenter une grande quantité et la manipulation des calculs qui en résultent peut générer des difficultés. Dans ce cas, la difficulté se déplace de la compréhension du problème à la manipulation des nombres pris en compte dans l'énoncé.

La nature des nombres est aussi un facteur qui peut influencer la résolution du problème. Par exemple, la compréhension et la manipulation d'un problème se fait différemment si les nombres présents sont des entiers ou des décimaux.

Rapport entre les nombres *(entier, décimal, ...)*

Le rapport entre les nombres du problème peut favoriser un certain type de procédure à être utilisé par l'élève au détriment d'autres procédures. Dans l'exemple ci-dessous la procédure favorisée porte sur le lien entre les deux grandeurs de nature différente. Cette relation est caractérisée par un nombre entier.

Exemple : si 2 gâteaux coûtent 6 dollars. Quel est le prix pour 5 gâteaux?

Si 2 gâteaux coûtent 6 dollars (3 fois plus que le nombre de gâteaux), alors 5 gâteaux vont coûter 15 dollars (3 fois plus).

Dans le cas où la relation entre les grandeurs de nature différente n'est pas un nombre entier (voir l'exemple ci-dessous, c'est un nombre décimal), l'utilisation de la procédure présentée auparavant n'est plus favorisée :

Si 2 gâteaux coûtent 4,75 dollars. Quel est le prix pour 5 gâteaux?

Dans ce cas, la présence de nombres décimaux représente une difficulté pour la résolution du problème, parce que la relation entre les grandeurs non homogènes n'est plus évidente, et le passage de 2 gâteaux à 5 gâteaux n'est pas non plus immédiat.

Dans cet autre exemple où le rapport entre les nombres du problème est plus explicite pour les grandeurs de même nature (2 pains, 7 dollars, 4 pains combien?), cette relation explicite entre 2 et 4 pains favorise l'utilisation d'une procédure scalaire. Si le problème était le suivant (2 pains, 6 dollars, 5 pains combien?) la relation la plus explicite serait entre la quantité de pains et leur prix, trois fois plus grand, elle conduirait à utiliser une procédure fonctionnelle (prix 3 fois plus grand que la quantité) ou encore à avoir recours au prix unitaire, en trouvant 1 pain pour 3 dollars.

Le nombre de couples

Une autre variable qui apparaît comme étant très importante dans la caractérisation d'un problème de proportion, est l'introduction d'un troisième couple de valeurs. La présence du troisième couple dans l'énoncé d'un problème de proportion (voir exemple ci-dessous) favorise l'identification du modèle proportionnel en aidant les élèves à modéliser et à résoudre le problème. Le troisième couple favorise aussi la perception des différences entre les valeurs d'une même variable. En même temps, il réduit l'utilisation des procédures erronées, telle la stratégie additive erronée.

> *Exemple* : Une voiture roule toujours à la même vitesse. Elle fait 24 km en 12 minutes, ou encore 36 km en 18 minutes. À ce rythme, la voiture aura parcouru 40 km en combien de minutes? (inspiré de Breton, 1994)

On peut remarquer à travers l'analyse qui précède comment le choix des problèmes travaillés en classe, et les variables du problème, peuvent influencer les apprentissages des élèves. Les choix didactiques de l'enseignant (à travers les choix des situations, problèmes retenus) risquent donc d'avoir une influence sur la manière dont les élèves vont s'engager dans la résolution et les stratégies choisies pour résoudre les problèmes. La grille précédente[27] pourra servir de base à l'analyse des pratiques d'enseignement de la proportionnalité, sous l'angle plus spécifique de la planification et des situations proposées aux élèves. L'analyse des pratiques renvoie, par ailleurs, à la gestion de ces situations en classe et à ce qui s'y déroule. Les cadres théoriques développés antérieurement nous permettront d'aborder cette partie de l'analyse.

La présentation de ce cadre conceptuel nous a amenée à revisiter nos questions de recherche, à préciser ces questions, en lien avec différents temps de travail de l'enseignant (de la planification à la réalisation en classe, au retour sur cet enseignement)

---

[27] Modèle de la proportionnalité favorisé par l'enseignement; analyse des problèmes (variables des problèmes); raisonnement proportionnel/composantes (reconnaissance de situations proportionnelles, raisonnement qualitatif, raisonnement multiplicatif, co-variation).

Questions de recherche

1) Quels éléments sont présentés par l'enseignant à propos de sa planification?

   - Quelle est la progression qu'il pense *a priori* pour sa séquence? Autour de quels problèmes, quelles tâches cette progression est-elle pensée?

   -Quels sont les choix didactiques de l'enseignant? (Y retrouve-t-on par exemple une prise en compte des erreurs, des difficultés, des procédures de résolution des élèves, différents types de problèmes prenant en compte différentes variables des problèmes?...)

   - Quels sont les principes qui le guident? Sur quels domaines de justification tels qu'explicités par l'enseignant s'appuie t-il?

2) Comment se caractérise la pratique effective de l'enseignant en classe à propos de la proportionnalité (pratique en action) ?

   - Quels gestes professionnels? Autour de quelles activités?

   - Comment l'enseignant gère t-il la progression du savoir dans la classe?

     - Quels *patterns d'interaction* sont établis en classe?
     - Quels principes sous-jacents peut-on inférer (cohérence de cette pratique)

3) Quelle activité mathématique est induite chez les élèves sur la proportionnalité ?

Le tableau synthèse ci-dessous situe l'apport éventuel de ce cadre théorique dans l'analyse des pratiques d'enseignement de la proportionnalité, en lien avec les apprentissages des élèves.

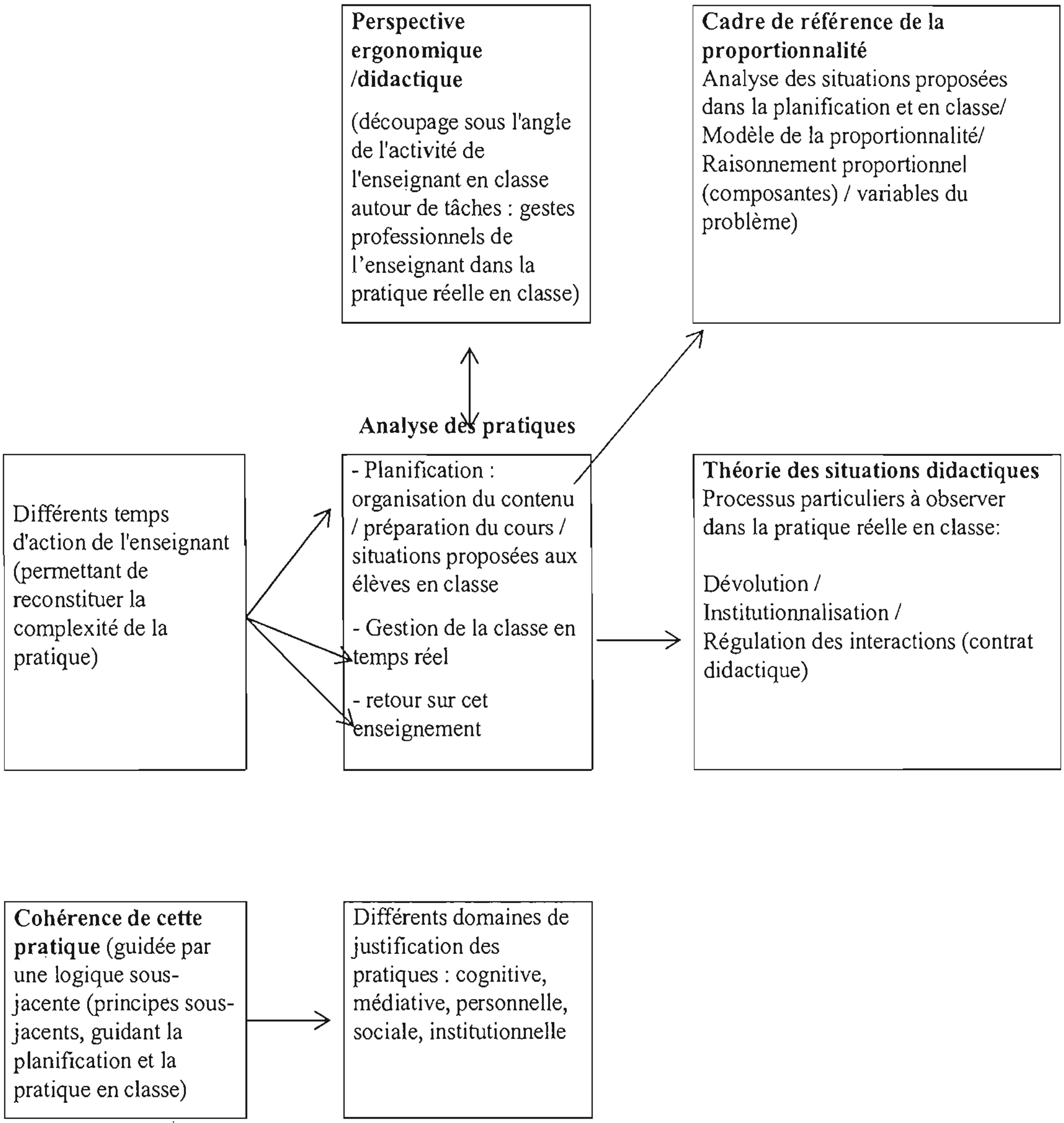


Figure 2.1 – synthèse : analyse des pratiques d'enseignement de la proportionnalité – différents angles d'entrée

CHAPITRE III

MÉTHODOLOGIE

3.1. Orientation méthodologique globale

Notre objectif de recherche « Décrire, analyser et interpréter, en vue d'une meilleure compréhension, des pratiques 'ordinaires' d'enseignement de la proportionnalité en classe de mathématique au secondaire, au moment de l'introduction de ce concept, ainsi que l'activité mathématique induite chez les élèves » nous positionne davantage dans un paradigme interprétatif. Le fait de chercher à comprendre un phénomène donné, complexe, sous l'angle des situations proposées par l'enseignant, de ses choix didactiques, des interactions en classe enseignant – élève – savoir *in-situ*, et du processus d'apprentissage des élèves, nous place dans ce paradigme, qui vise justement la compréhension, l'interprétation d'un phénomène à être étudié. Selon Savoie-Zajc (2000) :

> « La démarche souple et émergente de la recherche qualitative / interprétative permet au chercheur de comprendre, de l'intérieur, la nature et la complexité des interactions d'un environnement spécifique, et d'orienter sa collecte de données en tenant compte de la dynamique interactive du site de recherche » (p. 173-174)

Le besoin, qui est le nôtre, de comprendre et de décrire un phénomène en profondeur, en tenant compte de toute sa complexité, nous mène vers une méthodologie plus spécifique qui puisse capter toute cette dynamique. La méthodologie qui nous paraît la plus appropriée, comme nous le montrent plusieurs travaux de recherche menés en didactique des mathématiques portant sur une étude fine du processus d'apprentissage des élèves (Confrey, 1994) ou des pratiques d'enseignement (Robert, 1997; 1999; 2001; Hache, 2001; Vergnes, 2001, Voigt, 1985, Bauersfeld,1980) est l'étude de cas.

Karsenti et Demers (2000), en citant Mucchielli (1996), mettent en évidence que l'étude de cas est vue comme étant :

> « une technique particulière de cueillette, de mise en forme et de traitement de l'information qui cherche à rendre compte du caractère évolutif et complexe des phénomènes relatifs à un système social qui comporte ses propres dynamiques (p. 77). »

La nécessité d'une étude en profondeur sur les pratiques d'enseignement, où le chercheur a besoin de prendre en considération différentes composantes interreliées de cette pratique, et de les observer sur une longue période de temps, nous amène nécessairement vers une étude de cas :

> « l'étude de cas permet de préserver l'unité acteurs / processus / contexte; elle s'avère donc particulièrement appropriée lorsqu'il s'agit d'étudier un phénomène complexe en tenant compte du contexte global où il se joue, considérant que des rapports étroits existent entre le phénomène et le contexte plus large qui l'englobe » (L'Hostie, 1998, p. 107).

L'Hostie en citant Van der Maren (1995) sur les possibilités d'analyse qu'une étude de cas permet au chercheur montre aussi que :

> « l'étude de cas favorise une analyse globale et contextualisée de l'objet de recherche; de plus, en concentrant son attention sur un ou sur quelques cas seulement, le chercheur pourra prendre en compte et examiner un grand nombre de dimensions et de facteurs en jeu dans le phénomène à l'étude » (p. 108)

L'étude de cas nous permettra de décrire en profondeur la pratique d'enseignement de la proportionnalité observée, en la contextualisant et en cernant un grand nombre de dimensions en cause dans le phénomène étudié.

Celle-ci étant retenue, d'autres questions se posent à cette étape. La méthodologie de l'étude de cas peut en effet prendre différentes perspectives, en fonction des objectifs du chercheur. Karsenti et Demers (2000), en citant Stake (1995), différencient trois types d'étude de cas en lien avec le but de la recherche : intrinsèque, instrumentale ou collective. Pour Stake il y a une perspective intrinsèque lorsque :

> « le chercheur vise une compréhension approfondie d'un cas particulier [...] Le chercheur ne tente pas de comprendre le cas parce que ce dernier est représentatif d'un ensemble de cas ou parce qu'il illustre bien un problème ou un phénomène, mais plutôt parce que, dans sa particularité, ce cas comporte pour lui un intérêt. Le but n'est pas de produire des généralisations, mais de comprendre cet enfant, cette clinique, cette école en particulier » (p.232)

L'étude de cas instrumentale pour sa part est mise en place lorsque :

> « le chercheur souhaite mieux saisir un problème ou raffiner une théorie. Le cas devient alors subordonné à un intérêt externe : l'analyse sert à mieux comprendre quelque chose d'autre » (p. 232)

Finalement, une étude de cas collective :

> « subordonne le cas à un intérêt intrinsèque (le cas en particulier) et à un intérêt extrinsèque, puisque ce dernier devient un élément d'un ensemble de cas. Il s'agit de traiter plusieurs cas qui représentent un phénomène, une population, une condition générale, et qui servent à identifier une ou plusieurs caractéristiques communes » (p. 232).

En observant ces trois perspectives possibles pour une étude de cas en lien avec notre objectif de recherche, nous nous situons principalement dans la perspective intrinsèque. En effet, même si notre matériau, nous le verrons par la suite, est constitué de deux études de cas, chacun de ces cas sera traité en soi, de manière indépendante, donnant lieu à des analyses émergentes des données permettant d'entrer dans la compréhension de chacune de ces pratiques de la proportionnalité.[28] Le cas comporte

---

[28] On pourrait toutefois dire que la lecture transversale qui sera faite a posteriori des deux cas (au chapitre V) est guidée par un intérêt extrinsèque : celui de cerner le lien entre ces pratiques ordinaires

ainsi un intérêt en lui-même, dans sa particularité. Il nous permet d'approcher une certaine pratique de la proportionnalité de manière approfondie. Nous ne visons pas la généralisation, ni la construction d'une théorie, mais la compréhension d'un phénomène complexe (celui d'une pratique ordinaire d'enseignement de la proportionnalité). Les cas étudiés, ici, sont importants en eux-mêmes parce que, comme signale Stake (1995), la possibilité d'apprendre à partir de chacun de ces cas est primordiale.

Dans le but d'approfondir notre compréhension, nous ne nous limiterons pas toutefois à un seul cas. Nous optons plutôt pour une étude de cas multiples. Pourquoi plus d'un cas?

3.2. Pourquoi une étude de cas multiples?

En tenant compte de notre objectif centré sur les pratiques d'enseignement de la proportionnalité en lien avec les apprentissages des élèves, un regard sur plus d'un cas nous apparaît important. Comme le met en effet en évidence Robert (2001), en citant Beziaud et al. (1999) :

> « on a pu constater par exemple qu'un même exercice, proposé dans les mêmes conditions de temps à quatre classes de seconde peu différentes entre elles (scolairement et socialement) d'un même établissement avec des objectifs généraux analogues a donné lieu à des déroulements très différents, en partie du fait de la gestion singulière de chaque enseignant » (p. 62).

Le recours à plus d'un cas nous permettra de comprendre d'une manière plus riche les pratiques d'enseignement et les multiples dimensions en cause dans la caractérisation de chacune de ces pratiques. Étendre à plus d'un cas n'a nullement l'intention d'arriver à l'exhaustivité sur la compréhension de ces pratiques. Les caractéristiques propres à

---

de la proportionnalité et l'activité mathématique induite chez les élèves. En ce sens, l'étude de cas chaque cas vont en effet nous permettre d'explorer à cette étape différentes pratiques possibles lors de l'introduction de la proportionnalité au secondaire.

Le recours à une étude de cas multiples nous demande maintenant de fixer combien de cas seront observés et comment seront choisis les cas. Compte tenu qu'une même séance peut donner lieu à des déroulements différents, et ce même si les conditions d'application sont semblables, et prenant en considération à la fois la complexité de la pratique d'un enseignant, le temps que demande l'enseignement de la proportionnalité au moment de son introduction (7 à 8 séances)[29] et la diversité et grande quantité d'informations qui devront être recueillies et analysées (nous reviendrons là-dessus par la suite), nous avons restreint notre étude à deux cas.

3.3. Le choix des cas

Sur quelle base ont été choisis ces cas? Certains critères sont apparus intéressants à considérer dans notre choix, compte tenu de notre objet de recherche:

a) des enseignants volontaires : une des conditions de faisabilité de la recherche est liée à l'engagement des enseignants dans un tel projet. Il faut en effet que les enseignants acceptent qu'un chercheur investigue leur pratique, sans craindre de se sentir jugés. Il faut donc qu'ils y voient *a priori* un intérêt, à travers par exemple le partage avec le chercheur des résultats, et de ce qui se dégage notamment des situations proposées et de l'apprentissage des élèves. Il y a là une porte d'entrée qui a été reprise dans la négociation avec les enseignants pour la réalisation de la recherche; et qui situe par

---

considérée se rapproche d'une étude de cas collective, sans en être tout à fait une.

[29] Cette estimation est basée sur le programme du MEQ (1994) selon la répartition *a priori* prévue, mais cela pourrait être beaucoup plus. Au moment où cette collecte a été faite, le programme de 1994 était encore en vigueur. Nous nous restreignons dans cette estimation à la partie de cet enseignement qui concerne l'introduction de la proportionnalité. Le concept est en effet réinvesti dans l'apprentissage d'autres concepts par la suite.

ailleurs la posture du chercheur. Dans la posture interprétative qui est la nôtre, nous cherchons à prendre en compte le sens que les acteurs donnent à ces situations.

b) niveau scolaire où ils enseignent et expérience sur l'enseignement de la proportionnalité: Les enseignants retenus doivent au moins avoir dans leur tâche un groupe de secondaire 2, car c'est à ce niveau qu'a lieu l'introduction de la proportionnalité à l'école. Ils ont également une expérience préalable de l'enseignement de ce contenu au secondaire 2 (cette expérience préalable leur permet d'en parler, d'avoir déjà pensé à cet enseignement, d'avoir explicité certains principes qui guident leur enseignement)

c) école et groupe d'élèves : la variabilité qui nous intéresse, pour mieux comprendre la pratique d'enseignement de la proportionnalité dans toute sa richesse, n'est pas celle de l'adaptation à des milieux différents ou à des groupes d'élèves divers, mais davantage celle des approches mises en place. C'est pourquoi nous avons essayé autant que possible de retenir dans notre choix des enseignants intervenant auprès de groupes « proches». Plus précisément dans cette étude, les deux enseignants volontaires (qui ont accepté de participer à cette étude) et dont la pratique d'enseignement de la proportionnalité a fait l'objet d'une analyse, enseignent tous deux à des groupes forts (c'est avec ces groupes que l'observation a été conduite), dans des polyvalentes toutefois quelque peu différentes. L'une d'entre elles est située sur l'île de Montréal, dans un quartier où l'on retrouve des élèves de milieu socio économique moyen, l'autre est située en banlieue sud de Montréal, il s'agit d'une école internationale. Chaque cas étant traité pour lui même, le fait d'avoir ici des milieux différents/écoles différentes n'est nullement un handicap, le contexte spécifique à chaque cas étant décrit en détails.

3.4. Collecte de données

Pour comprendre les pratiques d'enseignement de la proportionnalité, en lien avec le développement du raisonnement proportionnel chez les élèves, nous avons centré nos observations sur différents aspects de cette pratique interreliées, la planification de l'enseignant et les situations proposées dans celle-ci, la pratique réelle en classe et les situations alors proposées, la manière de les approcher, les interactions enseignant – élèves – savoir *in situ*, les choix didactiques liés à la planification et réalisation en classe, les principes qui guident l'enseignant, les apprentissages des élèves qui y prennent place. Pour cela, et ce pour chacun des cas (chacun des enseignants), nous avons eu recours à différents modes de collecte de données : l'observation en classe, le recours à des entrevues avec l'enseignant, à un test écrit passé aux élèves portant sur la résolution de problèmes de proportion, et le recueil à des documents écrits complémentaires (traces des situations, problèmes proposés, des notes de cours).

a) **L'observation :** Une observation directe et systématique a été réalisée en classe pendant toutes les séances portant sur l'enseignement de la proportionnalité, pour chacun des enseignants. L'observatrice, la chercheure, n'intervenait pas pendant le cours de l'enseignant[30]. Afin de pouvoir observer la pratique de l'enseignant en classe sous l'angle des interactions, des enregistrements vidéo (et audio) de toutes les séances portant sur l'enseignement de la proportionnalité ont été produits. À cet effet, une caméra fixe a été placée dans la classe durant toute la durée du cours de telle sorte qu'on puisse avoir toutes les interventions de l'enseignant et des élèves, d'une manière globale, et qu'elle nous permette d'observer les situations proposées et le déroulement du cours.

---

[30] Elle n'interviendra pas dans la séance d'enseignement comme telle, ce qui ne veut pas dire pour autant que sa présence n'affecte pas cet enseignement. Toute présence d'un observateur, il faut en être conscient, risque en effet de perturber le déroulement régulier.

Notons que la chercheure a eu, dans chacun des cas, une présence prolongée sur le site d'observation. Une telle présence lui a permis de connaître en détails le fonctionnement de la classe, et de situer le contexte plus global dans lequel a pris place la pratique observée, ce qui a permis une description contextuelle de chacun des cas.

b) entrevues avec l'enseignant : faire des entrevues individuelles avec l'enseignant nous est apparu approprié pour comprendre ses principes sous-jacents par rapport à l'enseignement de la proportionnalité, ses choix didactiques. Pour cela, nous avons construit deux protocoles d'entrevue[31] (le premier a été passé avant le début des séances d'enseignement et le deuxième a été passé après la fin des séances d'enseignement). Les entrevues, de type semi–structurées, s'appuient sur un protocole construit à partir de certains thèmes devant être abordés avec l'enseignant, laissant place toutefois à une certaine liberté et adaptation des questions en fonction du discours de l'enseignant.

La première entrevue avait comme objectif de connaître, avant enseignement en classe, les choix didactiques de l'enseignant en lien avec sa planification : comment a été pensée la progression sur l'ensemble des périodes? Comment compte-t-il aborder le thème? Sur quoi s'est-il basé pour construire cette planification? Quelles ressources est-il allé chercher? Qu'a t-il dû prendre en compte? Quelles sont les situations choisies, le temps qu'il compte attribuer à l'enseignement de la proportionnalité, les attentes qu'il a par rapport aux apprentissages des élèves pour la proportionnalité et les mathématiques de façon plus générale? Quelles difficultés anticipe t-il? Le protocole d'entrevue a été construit de manière à aller chercher le plus grand nombre possible d'informations sur la planification de l'enseignant, et ce avant tout enseignement.

---

[31] Les protocoles d'entrevues sont présentés plus loin dans le texte.

La deuxième entrevue a eu lieu à la fin des séances d'enseignement sur la proportionnalité et elle avait comme objectif de faire expliciter par l'enseignant certaines de ses prises de décisions en classe, de revenir sur ses choix didactiques, et les réajustements faits en cours de route (Que voulait-il faire par cet enseignement? comment justifie t-il ses choix? Que changerait-il à l'avenir? Que garderait-il?).

Mini-entrevues réalisées dans le cadre de l'observation en classe :

Des mini-entrevues ont de plus réalisées, à l'occasion, avec l'enseignant tout de suite après les séances en classe sur la proportionnalité, avec l'objectif de clarifier pour la chercheure des prises de décision observées dans l'action, en particulier dans les retours collectifs, dans la manière de présenter une situation (pourquoi a t-il fait ceci ou cela? Quelle était l'intention en arrière?), ou face à quelque chose d'imprévu (non-anticipé), un événement qui n'était pas prévu dans la planification et pour lequel on a besoin de comprendre les intentions de l'enseignant, sa réaction. Ces mini-entrevues visent à comprendre les choix que fait l'enseignant dans l'action, le sens qu'il donne à certaines actions.

c) tests écrits auprès des élèves : certains travaux de recherche portant sur la proportionnalité montrent que les élèves, même avant l'enseignement de ce sujet, possèdent déjà un certain nombre de stratégies pour résoudre des problèmes de proportion. Afin de mieux comprendre l'activité mathématique induite chez les élèves au cours de l'enseignement, il nous est apparu intéressant d'aller chercher ces connaissances initiales des élèves par rapport à proportionnalité. Un test écrit a été passé aux élèves à cette fin avant enseignement. Pour mieux cerner par ailleurs l'apprentissage qui se construit dans cet enseignement, nous avons eu recours, de manière complémentaire à l'analyse en classe, à ces données externes tirées du test écrit, passé avant enseignement et après enseignement.

Le test initial avait comme objectif d'identifier quelles sont les connaissances initiales des élèves par rapport à la proportionnalité, quelles sont les stratégies que ces élèves utilisent pour résoudre des problèmes proportionnels, quelles sont leurs difficultés.... Il nous permettait aussi dans ce cas, en croisant son analyse avec notre analyse des pratiques d'enseignement de voir dans quel sens les connaissances initiales des élèves ont été prises en considération par l'enseignant dans sa planification et pendant le cours, et comment les difficultés ont été abordées en classe.

Le test, passé après enseignement, permet en croisant son analyse avec notre analyse des pratiques d'enseignement et du test initial, de voir dans quel sens les élèves s'approprient le contenu du travail fait en classe par l'enseignant, quelle activité mathématique a été induite chez les élèves.

Les tests écrits qui ont été passés aux élèves sont identiques[32], de manière à pouvoir observer cette appropriation du travail fait en classe et l'appropriation ou non des attentes explicites/implicites de l'enseignant. Le choix de problèmes pour ce test a été fait à partir des recherches conduites en didactique des mathématiques sur la proportionnalité, mettant en évidence ce que recouvre le raisonnement proportionnel, et les variables susceptibles d'influencer la résolution et le choix de stratégies privilégiées par les élèves.

Comme notre objectif n'était pas de vérifier la maîtrise de calculs par les élèves, mais bien plutôt la compréhension du raisonnement proportionnel, les problèmes ne présentent pas de calculs difficiles à manipuler. Les variables des problèmes qui ont été prises en considération pour construire le test sont les suivantes (nous reviendrons sur le test et sa conception plus loin dans le chapitre): reconnaissance de situations proportionnelles versus non-proportionnelles, type de proportion (directe ou inverse), coefficient de proportionnalité plus ou moins aisé et nature des grandeurs (homogènes ou hétérogènes, nombre de couples, support visuel versus texte en mots).

d) autres documents : La conception du cours passe par un certain nombre de choix didactiques *a priori* du professeur. Celui-ci organise son cours en déterminant, à l'avance, la plupart des situations qu'il va utiliser, les problèmes, l'ordre dans lequel ils apparaîtront, les devoirs, les travaux qu'il donnera en différé. Ces différents outils ont fait l'objet d'une analyse. L'analyse de la planification du cours faite par l'enseignant, des situations proposées en classe … nous a permis, d'une part, avec les entrevues, d'expliciter les principes sous-jacents à la pratique effective en classe, et de cerner, d'autre part, le potentiel des situations retenues pour le développement du raisonnement proportionnel chez les élèves.

Les différentes sources de données viennent, de manière complémentaire, couvrir différentes dimensions du phénomène à l'étude soit, l'analyse des pratiques d'enseignement de la proportionnalité, au moment de leur introduction (sous les aspects planification et réalisation en classe) et l'activité mathématique induite chez les élèves dans la résolution de problèmes de proportions.

Plus précisément, notons que *les entrevues* réalisées avec chacun des enseignants (sur la planification, mini-entrevues en cours d'observation, après l'ensemble de la

---

[32] Néanmoins, un des problèmes passé avant et après enseignement (cf. le problème d'Ophélie et l'âge de ma mère) est différent. Nous expliquerons les raisons qui ont motivé ce changement par la suite.

séquence) nous ont permis d'aller chercher la rationalité de l'enseignant, ce qui le guide dans la construction de sa séquence, dans son action en classe, les principes sous-jacentes… .

De manière complémentaire, *l'analyse des notes de cours* préparées *a priori* pour les élèves nous a permis d'identifier les choix didactiques explicités par l'enseignant dans un document écrit destiné aux élèves, tout comme il nous a permis d'observer de quelle manière ce qu'il nous avait annoncé lors de l'entrevue sur la planification s'est actualisé dans ce document écrit.

L'observation des séances en classe, à son tour, nous a permis dans un premier temps d'observer l'activité effective de l'enseignant et de repérer les choix didactiques qu'il faisait. Dans un deuxième temps, l'observation des séances nous a aussi permis de remarquer de quelle manière le travail des élèves avait été pris en compte par l'enseignant et de quelle façon ce qui avait été annoncé lors de la première entrevue était mis en œuvre dans une action effective.

Après que nous ayons compris la pratique d'enseignement en classe du point de vue de l'enseignant, les test écrits expérimentés auprès des élèves nous éclairaient sur l'activité mathématique induite, à la lumière de la manière dont les élèves faisaient des mathématiques (résolution de problèmes de proportion, reconnaissance des situations proportionnelles) avant tout enseignement formel de la proportionnalité et après, en ciblant en quoi cette manière de faire change après enseignement. Quelles traces de l'activité mathématique développée en classe retrouvons-nous dans la production écrite des élèves?

Les différents modes de collecte de données (observation, entrevues avec l'enseignant, test écrit auprès des élèves, analyse des documents/traces écrites) et les différentes sources de données (enseignants, élèves) nous ont permis d'assurer, par le biais de deux triangulations (des modes de collecte, et des sources de données) une crédibilité à la recherche.

Nous reviendrons maintenant plus précisément sur les instruments de collectes de données et sur ce qui nous a guidée dans leur élaboration.

3.5. Instruments de collecte de données

Pour cerner la « logique » sous-jacente de l'enseignant dans sa planification, sa pratique en classe (la manière dont il a pensé cet enseignement, ses intentions, les principes qui le guident, ses choix didactiques), et pour comprendre les apprentissages des élèves qui se construisent en lien avec cette pratique d'enseignement, nous avons construit deux instruments plus spécifiques: deux protocoles d'entrevues semi-structurées pour l'enseignant et un questionnaire écrit pour les élèves. Nous reviendrons sur les éléments qui nous ont guidée dans leur élaboration.

3.5.1. Les protocoles d'entrevue avec l'enseignant

L'entrevue avant l'enseignement s'organise autour de certains thèmes[33].

-Articulation sur les connaissances antérieures des élèves : nous cherchons à savoir si pour l'enseignant il y a des contenus travaillés antérieurement (en secondaire 1), des connaissances antérieures élaborées par les élèves, qu'il compte réinvestir pour enseigner la proportionnalité. Nous voulons savoir s'il est sensible aux connaissances que les élèves peuvent déjà avoir de la proportionnalité.

Exemple de questions possibles servant d'amorce : Avez-vous déjà enseigné en secondaire I? Est-ce qu'il y a des éléments que vous avez enseignés en secondaire 1, ou

---

[33] Ceux-ci ne seront pas nécessairement abordés dans cet ordre.

que l'on enseigne habituellement, que vous pensez pouvoir récupérer dans votre cours sur proportionnalité? Lesquels? Où pensez-vous pouvoir les réinvestir?

Pensez-vous que les élèves ont déjà une expérience de la proportionnalité? Laquelle à votre avis? Pourquoi dites-vous cela (qu'est-ce qui vous fait dire cela)?

-Planification globale du thème proportionnalité sur l'année / découpage/ choix: nous cherchons ici à savoir comment l'enseignant organise son enseignement sur la proportionnalité durant l'année scolaire. Enseigne t-il tout ce qui concerne la proportionnalité en un seul bloc ou reprend-il ce thème à différents moments, par étapes. Pourquoi ces choix?

Exemple de questions possibles servant d'amorce : Combien de temps comptez-vous passer sur le thème de la proportionnalité? Où ce thème est-il traité dans votre année scolaire? À quelle étape? Pourquoi choisissez-vous de le traiter de cette façon? À ce moment de l'année?

-Contenu de la planification/ choix: nous voulons ici connaître la planification plus précise, la séquence d'enseignement prévue, et mettre en évidence les choix que l'enseignant a faits à ce propos, sa rationalité sous-jacente.

Exemple de questions possibles servant d'amorce : Avez-vous déjà planifié votre séquence d'enseignement? Comment est-ce que vous pensez l'organiser? Pouvez-vous m'en parler un peu? (essayer de faire ressortir comment il compte amorcer sa séquence/ quelle progression il a pensé, les grandes étapes)

En relation avec ce que l'enseignant présente : avant de vous arrêter sur cette manière de faire, aviez-vous d'autres options en tête ou est-ce vraiment celle-là qui est ressortie clairement? Pourquoi ?

Pourquoi avez-vous choisi cette façon de travailler?

Sur l'ensemble de la séquence, y a t-il des points sur lesquels vous pensez insister plus particulièrement? Lesquels? Pourquoi?

-Situations plus précises / choix: Nous cherchons à clarifier encore davantage les choix didactiques de l'enseignant, en allant plus loin.

Exemple de questions possibles servant d'amorce: Avez-vous déjà choisi (préparé) des activités, des problèmes? Lesquels? Pourquoi? Que cherchez-vous à travailler avec ces situations?

- Attentes/ éléments importants dans son enseignement: il s'agit ici de clarifier les attentes de l'enseignant, les aspects pour lui importants (par exemple la résolution de problèmes, le développement du raisonnement, l'importance de la justification, l'utilisation de procédures...)

Exemple de questions possibles servant d'amorce: Comment pensez-vous amorcer votre enseignement de la proportionnalité? Pourquoi? Y a t-il des aspects plus importants que d'autres dans cette séquence? Lesquels? Pourquoi? Tenez-vous à quelque chose en particulier que vous voulez développer chez les élèves? Sur lequel vous comptez évaluer les élèves?

- Anticipation des difficultés

Exemple de questions possibles servant d'amorce : Est-ce que vous vous attendez à des difficultés de la part des élèves? De quel type? Sur quoi vous basez-vous pour dire qu'ils vont avoir des difficultés? Qu'est-ce qui vous amène à prévoir ces difficultés? Comment comptez-vous les prendre en compte?

L'entrevue après enseignement revient sur la séquence telle que vécue par l'enseignant

- Retour réflexif sur la planification du cours de façon générale : À travers ce retour réflexif, on cherche à percevoir l'analyse que l'enseignant fait de ce qu'il a fait, de ses choix didactiques, et les réajustements qu'il ferait.

Exemples de questions possibles servant d'amorce : Avez-vous fait des changements dans la séquence comme elle était prévue au départ, dans la manière dont vous avez fonctionné en classe? Pourquoi ces changements?

Est-ce qu'il y a des situations qui ont mieux fonctionné que d'autres? Moins bien fonctionné que d'autres? Qu'est-ce qui vous fait dire ça?

Si vous aviez maintenant à refaire cette séquence, la referiez-vous de la même façon? Qu'est-ce que vous changeriez? Comment pensez-vous l'aborder? Pourquoi?

Trouvez-vous que vous avez passé assez de temps sur la proportionnalité? Est-ce que vous pensez revenir sur ce concept dans votre enseignement au cours de l'année? À quel moment? Pourquoi?

- Place des stratégies, connaissances des élèves : il s'agit ici de clarifier comment l'enseignant (s'il l'a fait) a pris en considération les stratégies, les erreurs des élèves et leur développement du raisonnement proportionnel.

Exemples de questions possibles : Quelles ont été d'après vous les difficultés les plus marquantes de vos élèves? Celles-ci sont-elles encore présentes?

À votre avis, est-ce que les activités et les problèmes que vous avez proposés à vos élèves ont été bien choisis? Pourquoi?

Est-ce que les stratégies que les élèves ont utilisées au départ ont changé votre manière d'intervenir en classe? Comment avez-vous tenu compte de ces stratégies en cours de route?

3.5.2. Le test écrit avec les élèves[34]

Principes ayant guidé la construction du test, et le choix des problèmes

Le choix des problèmes pour ce test a été fait à partir de situations tirées de recherches en didactique,[35] en prenant en considération les variables des problèmes qui sont reconnues comme susceptibles d'influencer la résolution et le choix de stratégies privilégiées par les élèves (René de Cotret, 1991; Dumas et Jaquet, 2001; Oliveira, 2000; Cuello, 1994; Noelting, 1978; Karplus et al, 1974). Comme notre objectif n'est pas de vérifier la maîtrise du calcul par les élèves, mais plutôt le raisonnement proportionnel (les procédures spontanées qu'ils sont susceptibles de mobiliser avant tout enseignement, et les apprentissages développés), les problèmes ne présenteront pas de calculs difficiles à réaliser (la taille des nombres sera petite).

Les situations qui ont été prises en considération pour construire le test sont partagées dans 2 grands groupes : autour de la reconnaissance de situations non-proportionnelles[36] et de la résolution de situations proportionnelles.

Dans le groupe des situations proportionnelles, on trouve des situations faisant appel à un a) raisonnement quantitatif et des situations faisant appel à un b) raisonnement qualitatif. Les variables prises en compte dans le cas des problèmes faisant appel à un raisonnement quantitatif sont : le type de proportion (directe ou inverse), le rapport entre les grandeurs (orientant davantage vers une comparaison entre grandeurs non homogènes

---

[34] Les problèmes sont présentés plus loin dans le texte.

[35] Toutes ces situations ont en ce sens déjà été expérimentées auprès d'élèves au préalable et ont fait l'objet d'une analyse des productions des élèves.

[36] Les variables qui font référence aux situations non proportionnelles n'ont pas été présentées auparavant : il s'agit là cependant d'une composante importante du raisonnement proportionnel à considérer (cf. Chapitre II).

ou homogènes), la nature des grandeurs (homogènes ou hétérogènes), le nombre de couples considérés.

Dans le groupe de situations non-proportionnelles, notre objectif est de voir jusqu'à quel point les élèves peuvent reconnaître qu'une situation est proportionnelle ou non.

Nous présenterons ci-dessous chacun des problèmes du questionnaire et son analyse, en mettant en évidence les variables considérées pour chacun d'entre eux, certains problèmes référant à plus d'une variable.

a) Reconnaissance de situations non-proportionnelles (2 problèmes)

Taille d'Ophélie (tiré de Dumas et Jaquet, 2001***) :*** La taille d'Ophélie était de 83cm à 2 ans et de 1,66m à 16 ans. Peux-tu dire quelle est la taille d'Ophélie aujourd'hui, alors qu'elle vient d'avoir 32 ans? Et quelle était sa taille à 1 an, 4 ans, 8 ans?

Ce problème a comme objectif, avec le suivant, de vérifier si les élèves peuvent reconnaître une situation non-proportionnelle, et faire preuve de jugement critique à son endroit.

Confiture (tiré de René de Cotret, 1991) : Dans une recette de confitures, il est dit que si l'on a 4 kg de fraises, il faut mettre 2 kg de sucre, ou encore, pour 8 kg de fraises, il faut mettre 6 kg de sucre. Si on veut faire la recette avec 10 kg de fraises, combien faudra-t-il mettre de sucre?

Ces deux problèmes présentent trois couples de données. René de Cotret (1991) montre que la présence d'un troisième couple dans l'énoncé d'un problème aide les élèves dans la reconnaissance d'une situation non-proportionnelle. Nous voulions voir ici si tel est le cas. Même si dans le cas du problème de *confiture* la procédure additive peut-être considérée comme correcte, nous voulions observer comment les élèves s'engagent dans la résolution de ce problème. Les variables prises en considération sont donc, dans le cas de situations non-proportionnelles, le nombre de couples (3 couples).

b) Situations proportionnelles et procédures de résolution

a) raisonnement inversement proportionnel (2 problèmes)

Voiture (tiré de** Oliveira, 2000) **: Une voiture parcourt une distance entre deux villes en 5 heures avec une vitesse de 90 kilomètres par heure. En combien de temps fera-t-elle le même voyage avec une vitesse de 75 kilomètres par heure?

Ce problème a comme objectif d'observer quelles sont les stratégies que les élèves utilisent avant et après l'enseignement de la proportionnalité pour résoudre un problème de proportion inverse.[37] Les variables prises en considération sont : la structure du problème (proportion inverse), faisant intervenir des grandeurs hétérogènes (distance, temps) et une comparaison multiplicative entière entre les grandeurs de nature différente (90 kilomètres et 5 heures) pouvant orienter vers une procédure fonctionnelle.

Machines (tiré de** Oliveira, 2000) **: 4 machines prennent 300 jours pour fabriquer toutes les briques qui vont être utilisées dans la construction d'une maison. En combien de jours 8 machines identiques fabriqueront la même quantité de briques?

Ce problème a comme d'objectif d'observer quelles sont les stratégies que les élèves utilisent avant et après l'enseignement de la proportionnalité pour résoudre un problème de proportion inverse. Les variables prises en considération sont : la structure du problème (proportion inverse), des grandeurs hétérogènes et un rapport entier (cette

---

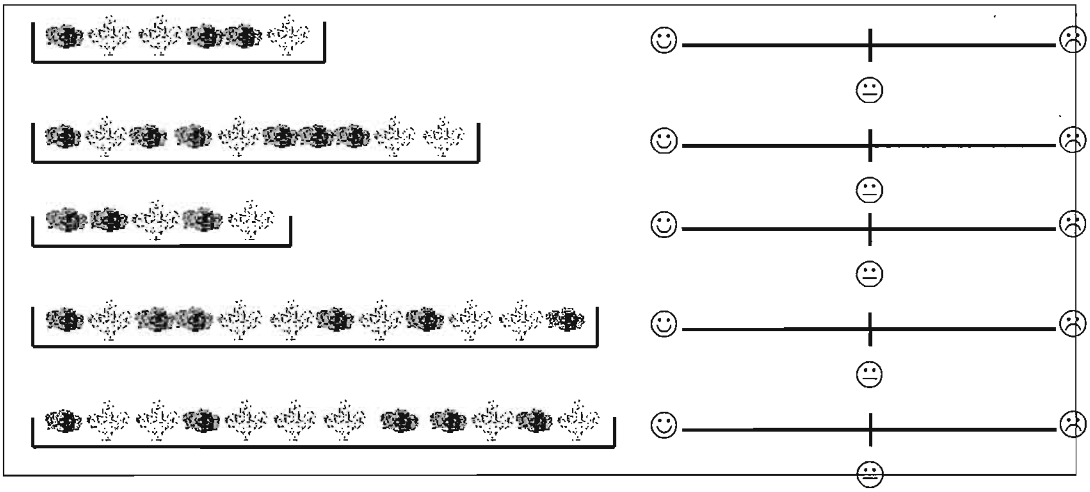
[37] L'introduction de situations inversement proportionnelles n'est pas un objet explicite d'enseignement dans le programme du secondaire (MEQ, 1994).

fois entre les grandeurs de même nature, 4 machines et 8 machines) pouvant orienter vers une procédure scalaire.

Même si ces problèmes ne font pas partie d'un enseignement explicite de la proportionnalité dans le programme scolaire québécois, nous avons trouvé intéressant de les reprendre dans ce test en lien avec l'apprentissage du concept de proportionnalité. Ils permettent de voir, d'une part, si les élèves peuvent les aborder avant tout enseignement et comment? D'autre part, ils permettent de cerner les glissements de sens qui s'opèrent éventuellement chez les élèves après avoir eu un enseignement de la proportionnalité (influence de cet enseignement dans le cas de situations non marquées scolairement)

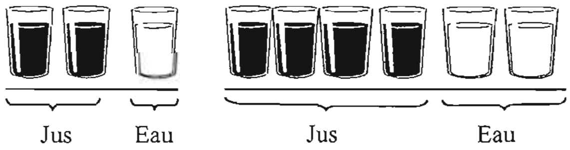
b) Raisonnement proportionnel / Recours au raisonnement [qualitatif] (2 problèmes/ pas de données numériques explicites dans le problème)

***Fleurs et cactus (tiré de** Cuello, 1994) :* Un petit insecte aveugle dort dans des boîtes qui contiennent des fleurs et des cactus. Le petit insecte n'aime pas les cactus. Comme il est aveugle, il ne sait pas dans quelle boîte il va tomber. Peux-tu marquer sur les règles comment se sentira le petit insecte s'il tombe dans chacune de ces boîtes?

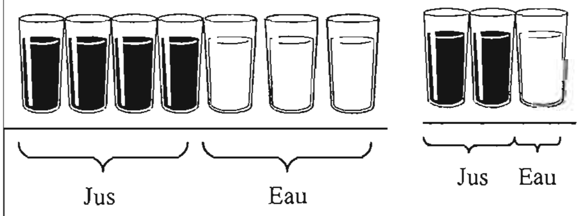


Ce problème a comme objectif d'observer quelles stratégies les élèves mettent en place pour résoudre un problème qui sollicite un raisonnement qualitatif. Nous cherchons aussi à voir comment les élèves perçoivent l'influence de chacune des grandeurs dans la comparaison. Les variables prises en considération sont : le problème est présenté dans un registre de représentation visuel (on peut penser a priori qu'un tel support visuel oriente davantage vers un raisonnement sur les grandeurs que vers un calcul, aucune donnée numérique n'étant donnée de façon explicite dans le problème) et la nature de la question sollicite une comparaison dans laquelle l'élève est appelé à juger de l'influence d'une grandeur en comparaison de l'autre (dans quel cas sera t-on davantage content? Mécontent? Neutre?)

***Jus d'orange (tiré de** Noelting, 1978)* **:** Supposons qu'on mélange les trois verres du premier groupe dans un pot et les six verres du second groupe dans un autre pot. Est-ce que ça va goûter plus le jus d'orange dans le premier pot ou dans le second? Ou bien est-ce que ça va goûter la même chose dans les deux?



Et si maintenant, on mélange les sept verres du premier groupe dans un pot et les trois verres du deuxième groupe dans un autre pot. Lequel des deux goûtera plus le jus d'orange? Ou bien est-ce que ça va goûter la même chose dans les deux?



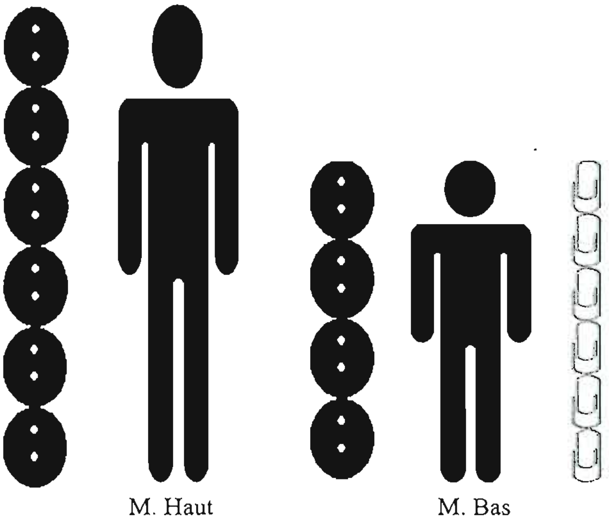
Ce problème a comme objectif d'observer quelles stratégies les élèves mettent en place pour comparer des rapports, dans un contexte qui leur donne sens. Les variables prises en considération sont : le problème est présenté dans un registre de représentation visuel (sollicitant a priori davantage selon notre analyse un raisonnement, aucune donnée numérique n'est en effet donnée de façon explicite dans le problème), la nature de la question sollicite là aussi une comparaison entre les grandeurs., celle-ci pouvant se faire de différentes façons (nombre de verres de jus par rapport au nombre de verres d'eau, ou nombre de verres de jus par rapport au nombre de verres total, nombre de verres d'eau par rapport au nombre de verres total) Les deux questions sont de plus graduées en termes de complexité.

c) Recours au raisonnement quantitatif (4 problèmes) / problèmes directement proportionnel

***Moules** (inspiré de Breton, 1994)* **:** Dans un banquet de moules, on considère qu'il faut 72 moules pour 6 personnes. Combien faut-il acheter de moules pour 17 personnes?

Ce problème a comme objectif d'observer quelles stratégies les élèves mobilisent quand le lien multiplicatif entre deux grandeurs homogènes (6 et 17) n'est pas immédiat (rapport non-entier). Les variables prises en considération sont : la structure du problème (proportion directe), la présence de grandeurs non homogènes (nombre de personnnes, quantité de moules), un rapport entre les grandeurs (entier pour celles de natures différentes (72 moules et 6 personnes), et non-entier pour celles de même nature (6 et 17) permettant de choisir les procédures les plus appropriées.

***M. Haut et M. Bas** (tiré de Karplus et al, 1974)* **:** On sait que M. Haut mesure 6 boutons de hauteur et que M. Bas en mesure 4. Si on mesure la hauteur de M. Bas en trombones, on trouve 6 trombones. Alors, combien faudra-il de trombones pour représenter la hauteur de M. Haut? Explique comment tu as fait pour trouver.



Ce problème a comme objectif d'observer quelles stratégies les élèves mettent en place pour résoudre un problème de proportion directe, dans un cas où le rapport entre les nombres considérés n'est pas un nombre entier. (6 et 4). Les variables prises en considération sont la structure du problème (proportion directe), la nature des grandeurs homogènes (mesures de hauteurs), un rapport entre les grandeurs (non-entier) faisant appel à des procédures de résolution moins immédiates, un registre de représentation double sur lequel s'appuyer pour raisonner (présentation en mots d'un problème avec données numériques, support visuel).

Recette ***Kiwi spécial*** (tiré de Bednarz, 1989)
30 ml liqueur « Kiwi »
15 ml Amaretto (Monalisa)
30 ml Vodka (Moskova)

60 ml Jus d'ananas

Bien brasser le tout, et verser sur de la glace pilée dans une grande coupe à champagne. Décorer d'une tranche de kiwi et d'une cerise. Donne environ 4 portions.

a) Refaire cette recette pour 8 personnes :

b) Refaire cette recette pour 6 personnes :

c) Refaire cette recette pour 22 personnes :

d) Quelle serait la recette de ***Kiwi Spécial*** avec 40ml de liqueur Kiwi pour que ça goûte la même chose?

Ce problème a comme objectif, pour les questions a et b, d'observer quelles stratégies les élèves privilégient pour résoudre un problème où les liens multiplicatifs (rapports entre les nombres) sont plus ou moins immédiats. De plus la question d vise à voir si les élèves auront recours à une stratégie additive erronée (erreur importante repérée dans les recherches conduites sur le raisonnement proportionnel)

Les variables prises en considération sont : la structure du problème (proportion directe), la présence de grandeurs hétérogènes (quantité pour chacun des ingrédients, nombre de personnes), un rapport entre les nombres complexifiant le raisonnement possible (4 à 8; 4 à 6; 30 ml à 40 ml : rapport entier en (a) et non-entier en (b) et (c)).

***Voiture** (inspiré de Breton, 1994)* **:** Une voiture roule toujours à la même vitesse. Elle fait 24 km en 12 minutes, ou encore 36 km en 18 minutes. À ce rythme, la voiture aura parcouru 40 km en combien de minutes?

La présence du concept de vitesse dans le contexte d'un problème de proportion est une des variables qui pose des difficultés aux élèves. Par ailleurs, la présence d'un troisième couple de données aide les élèves à reconnaître la proportionnalité (René de Cotret, 1991). Ce problème, qui combine la présence de la vitesse et d'un troisième couple, a comme objectif d'observer, d'une part, si les élèves y reconnaissent une situation proportionnelle et, d'autre part, d'observer les stratégies mises en place dans une situation plus complexe faisant intervenir le concept de vitesse. Les variables prises en considération sont : la structure du problème (proportion directe), la présence de grandeurs hétérogènes faisant intervenir la vitesse (taux non-familier), la présence de trois couples, un rapport non entier entre les grandeurs de même nature (24 et 36 km; 12 et 18 minutes) et un rapport entier entre les grandeurs de nature différente (24 km et 12 minutes) sollicitant davantage une procédure fonctionnelle.

3.6. Démarche d'analyse de la recherche

Nous précisons dans ce qui suit la forme qu'a pris la démarche d'analyse afin d'introduire le lecteur au traitement qui sera fait de chacun des cas au chapitre 4.

Le codage des données portant sur les pratiques d'enseignement de la proportionnalité (entrevues réalisées avec les enseignants , observation de la pratique en classe sur l'ensemble de la séquence portant sur la proportionnalité) a été mené, et ce pour chacun des cas, en utilisant, comme nous le verrons par la suite, une approche inductive (Blais et Martineau, 2006, Strauss et Corbin, 1990), la chercheure tentant de maintenir tout au long de ce travail de codage une sensibilité au sens émergent du terrain pour entrer dans une compréhension de chacune des pratiques d'enseignement de la proportionnalité, de l'intérieur de celle-ci (Savoie-Zajc, 2000). Nous tenterons de préciser celle-ci dans ce qui suit.

3.6.1. Une analyse émergente

Comme le met en évidence Blais et Martineau (2006), une démarche d'analyse émergente vise à « 'donner un sens' à un *corpus* de données brutes mais complexes, dans le but de faire émerger des catégories favorisant la production de nouvelles connaissances en recherche [...] » (p. 2). Cette démarche inductive vise à « dégager les significations centrales.... parmi les données brutes et relevant des objectifs de recherche » (p. 7) et conduit à l'élaboration « des catégories ....les plus révélatrices des objectifs de recherche identifiés au départ par le chercheur » (p.7).

Dans une telle perspective, et ce afin de maintenir le plus possible une ouverture au sens émergeant du terrain, le chercheur « suspend temporairement le recours à des cadres théoriques » (Guillemette, 2006, p 34). L'opposé de cette posture consisterait à s'engager dans une analyse qui ne viserait qu'à exemplifier des théories existantes, ce que nous n'avons nullement essayé de faire ici. Autrement dit les cadres théoriques introduits au chapitre 2, qui apparaissaient comme des cadres de référence possibles pour aborder l'analyse de la pratique, ont été volontairement mis de côté par la chercheure à cette étape au profit d'une ouverture à ce qui émerge du terrain, pour mieux entrer dans une compréhension de cette pratique, de l'intérieur de celle-ci et du sens que lui donnent les acteurs qui y sont engagés (les enseignants).

Cette suspension suppose que le chercheur ignore en quelque sorte temporairement, au début de ce codage, les théories sur son objet d'étude (Strauss et Corbin, 1990) afin que les concepts porteurs pour l'analyse ne soient pas « contaminés par des concepts existants » (Guillemette, 2006, p 35). Ceci ne veut nullement dire que le chercheur fait table rase de ce qu'il sait par rapport à son objet d'étude. Une telle position serait naïve, bien sûr le chercheur appréhende les phénomènes à l'étude avec ses connaissances didactiques, dans ce cas la chercheure a en tête lorsqu'elle aborde l'analyse tout le travail préalable qu'elle a été amenée à faire sur un plan théorique et qui lui a permis d'éclairer ce que recouvre le concept de pratique, de proportionnalité, les travaux dans le domaine dont ses travaux antérieurs portant sur les procédures des élèves dans la résolution de problèmes de proportion.

Toutefois lorsque cette dernière entre dans l'analyse, elle fait ici le choix d'entrer sur les données à coder avec le moins possible de suppositions préalables, de se débarrasser le plus possible des biais théoriques qui empêcheraient en quelque sorte la découverte et une ouverture à ce qui pourrait émerger des données.

Nous avons donc délibérément mis de côté durant les premiers moments du codage les concepts dégagés au cadre théorique pour laisser parler les données afin que les premiers codes et catégorisations proviennent du sens émergeant du terrain.

C'est à partir de ces catégories émergentes que nous avons alors (et seulement alors) construit la conceptualisation de notre objet de recherche, en rappelant à ce moment (pour l'interprétation) un certain nombre de concepts disponibles (Desgagné, 1994), puisés entre autres à notre cadre théorique, en nous en inspirant dans la mesure seulement où ils pouvaient permettre d'expliquer le sens effectivement trouvé dans les données.

3.6.2. La démarche de codage émergente

Chacun des cas a été traité séparément. À un premier niveau de codification dite ouverte (Strauss et Corbin, 1990), nous avons essentiellement « associé une idée aux divers segments de transcriptions des données » (Savoie-Zajc, 2000, p. 188) ou aux morceaux de verbatim tirés des transcriptions d'enregistrements. Cette codification a été réalisée sur les retranscriptions de l'entrevue préalable, puis sur les retranscriptions des séances en classe, et enfin sur les retranscriptions de l'entrevue finale. Les codes privilégiés à cette étape sont ainsi proches du sens trouvé dans les données, et représentent un premier niveau de conceptualisation. Il ne s'agit pas d'expressions tirées de concepts théoriques existants, mais bien de mots, d'expressions qui traduisent le sens immédiat et premier des données, et utilisent d'ailleurs pour en rendre compte souvent le même langage que l'acteur (ou quelque chose de proche).

Cet exemple (tiré du codage de la retranscription de l'entrevue avec Jacques) illustre ce premier niveau de codage :

Partir des conceptions des élèves, de ce qu'ils savent pour construire là dessus

> « Moi, j'aime mieux partir, ...partir de ce que les élèves, les conceptions des élèves, de ce qu'ils pensent, puis ensuite après ça...j'aime toujours savoir ce que les élèves pensent avant...qu'est-ce qu'ils comprennent de ce qu'est un rapport, qu'est-ce qu'un taux. Puis après ça...on construit là dessus... » (lignes 56-66)

Un processus, à partir de ces codes, a alors été engagé, permettant de faire apparaître des catégories. Il s'agissait ici de réarranger les données d'une nouvelle façon, en mettant en relation les codes premiers, ce à quoi ils pouvaient se rattacher. Le premier travail de codage des données brut s'est donc poursuivi avec la recherche de relations entre les codes, puis la recherche de relations entre ces groupes de codes pour faire apparaître des catégories plus larges.

Ainsi le codage de la retranscription de l'entrevue, dans le cas de Jacques, a fait apparaître, comme nous le verrons par la suite, une catégorie (planification de l'enseignement) regroupant trois sous-catégories (grands thèmes, choix de situations, conception sous-jacente de l'enseignement), et onze sous-sous-catégories (découpage, préalables, contenus/progression; Casse tête, Recette, leçon anticipée; partir des connaissance/ conceptions des élèves, construire à partir de celles-ci, erreur anticipée; principes sous-jacents, résistances anticipées) regroupant elles-mêmes les codes premiers.

Cette codification s'est réalisée dans un va et vient, tout au long de l'analyse, entre les différents moments de la pratique investiguée (codification de l'entrevue; même processus repris pour les retranscriptions des séances en classe; puis sur la retranscription de la dernière entrevue). Ce fréquent retour aux données et cette progression ont permis de confirmer, raffiner, enrichir la codification et le sens émergent des catégories.

L'entrée dans la codification de chacun des cas, comme nous le verrons par la suite, dans la mesure où elle laissait parler les données et mettait de côté des cadres théoriques prédéterminés, nous a conduit à dégager une codification fort différente pour rendre compte de chacune des pratiques. Pour éclairer la conceptualisation progressive qui se dégage de cette analyse et l'interprétation, nous avons alors eu recours à un ensemble de « concepts disponibles » situés dans le champ théorique de notre objet, qui permettaient de faire parler ces données. Des concepts différents sont ainsi apparus davantage porteurs pour l'analyse dans chacun des cas, à cette étape de l'interprétation, comme nous le verrons par la suite, celui de cohérence pour le premier cas (la pratique de Maurice) et celui de geste professionnel dans le second cas (la pratique de Jacques).

3.7. Critères de rigueur et de scientificité

Nous référons ici aux critères de rigueur que nous retrouvons en recherche qualitative/interprétative (Savoie-Zajc, 2000) et précisons comment nous avons tenu compte de ces derniers dans notre recherche

3.7.1. Le critère de crédibilité

Pour Savoie-Zajc (2000) le critère de crédibilité « consiste en une vérification de la plausibilité de l'interprétation du phénomène étudié » (p. 142). Pour notre étude, ce critère est d'abord rencontré par un engagement prolongé sur le terrain : lors des rencontres préalables avec l'enseignant, les observations dans la classe, lors des entrevues avec les enseignants.

Cette crédibilité est aussi assurée par un retour aux participants. Savoie-Zajc (1993) souligne l'importance de cette validation par les participants du sens reconstruit par le chercheur. Nous avons, en cours de collecte, à plusieurs occasions eu recours à des mini entretiens d'explicitation qui permettaient de valider le contenu de ce qui était en train de se préciser. Nous n'avons pu toutefois réaliser ce retour aux participants de l'analyse, une fois celle-ci complétée (le temps très long qu'a exigé cette analyse ne nous a en effet pas permis, comme nous l'aurions aimée, de retourner vers les enseignants pour valider notre interprétation, les enseignants étaient sur d'autres sujets, avec d'autres élèves, l'expérimentation était loin).

Finalement cette crédibilité a été assurée par une triangulation, permettant de croiser les informations, les points de vue : triangulation des données provenant de plusieurs sources (observation, entrevues semi-structurées, mini entrevues d'explicitation, questionnaire écrit auprès des élèves), triangulation du chercheur, en soumettant nos données à notre comité de recherche, et à d'autres chercheurs dans le cadre de divers séminaires, choix d'outils guidé par le souci de leur complémentarité.

3.7.2. Le critère de fiabilité

Ce critère porte sur « la cohérence entre les questions posées au début de la recherche, l'évolution qu'elles ont subie, la documentation de cette évolution et les résultats de la recherche. Est-ce que le fil conducteur de cette recherche est clair? Est-ce que les différentes décisions que le chercheur a été amené à prendre pendant la recherche sont justifiées? » (Savoie Zajc, 2000, p. 143).

Dans le cas du protocole d'entrevue et de l'élaboration des questionnaires, cette fiabilité a été assurée par :

- La vérification des choix, des questions, tâches proposées par les chercheurs du comité de recherche (triangulation du chercheur).
- Une confrontation à des données de recherche sur les mêmes tâches (pour le questionnaire écrit/ triangulation du chercheur).
- Une pré-expérimentation des problèmes auprès d'autres élèves du secondaire, nous permettant de nous assurer de leur compréhension par les élèves, et de la pertinence de ces tâches en regard de ce qu'elles vont chercher (questionnaire écrit).
- Tout au long de la recherche, confrontation de nos choix, procédures, analyses par les chercheurs du comité.

3.7.3. Le critère méthodologique (la confirmation)

Ce critère renvoie au « processus d'objectivation pendant et après la recherche. Est-ce que cette recherche est convaincante et crédible? Est-ce que les données sont cueillies et analysées de façon rigoureuse? La démarche de recherche empruntée est-elle clairement décrite? » (Savoie-Zacj, 2000, p. 144)

Cette confirmation peut être retracée à travers

- Des instruments de collecte fondés, justifiés (recours à une analyse préalable des tâches et de ce qu'elles vont chercher, des variables considérées dans le cas du questionnaire par exemple).
- Une démarche de recherche rigoureuse et facile à retracer.
- Une vérification à différentes étapes de la recherche par le comité de recherche.

3.7.4. Le critère de transférabilité

Ce critère « constitue un critère partagé entre le chercheur et le lecteur de la recherche dans la mesure où ce dernier [...], s'interroge sur la pertinence. La plausibilité, la ressemblance qui peut exister entre le contexte décrit par cette recherche et son propre milieu de vie. » (Savoie-Zajc, 2000, p. 143).

L'idée ici est celle d'une contextualisation des données, de manière à rendre disponible suffisamment d'informations contextuelles au lecteur et à l'utilisateur potentiel de la recherche. Celle-ci a été assurée par la présence prolongée sur le terrain et la description contextuelle de chacun des cas. L'usage du journal de bord a été ici un support important, en permettant de consigner, pour les donner par la suite, les informations pertinentes.

Dans ce qui suit nous allons procéder à une analyse en profondeur de la pratique d'enseignement de chacun des enseignants. Nous cherchons de cette manière à comprendre comment se caractérise chacune de ces pratiques, à différents moments, en lien avec l'activité mathématique induite par les élèves dans des problèmes de proportion.

Il est important de souligner que les différentes données obtenues seront analyses dans un ordre chronologique déterminé par l'ordre dans laquelle les différentes données ont été obtenues. Ce choix repose sur le fait que nous voulons essayer d'être les plus fidèles possibles à la rationalité (peut-être sous-jacente) qui guide manière dont l'enseignant vit sa pratique. Comme souligne Giddens (1987) cette rationalité peut être perçue (construite) par le chercheur à travers la reconstruction d'une temporalité (de son histoire). Pour nous le respect de cette rationalité liée à introduction de la proportionnalité en classe de secondaire I passe par une analyse que se fera dans l'ordre dans laquelle les données seront obtenues soit, d'abord l'analyse de la première entrevue portant sur la planification; ensuite des notes de cours préparées pour les élèves ou encore des situations qui seront proposées dans les séances en classe; des séances en classe et en dernier de l'entrevue portant sur un retour réflexif avec l'enseignant sur sa pratique. Une fois ces analyses faites, nous aborderons alors l'analyse de la production écrite des élèves pour comprendre quelle activité mathématique a été induite, vu que nous connaissons la pratique de l'enseignant dans les 3 moments que nous nous sommes prêté à observer.

CHAPITRE 4

ANALYSE DES RÉSULTATS

L'analyse dans une étude de cas, selon Mucchielli (2004), comporte différents niveaux de description du cas. Ce sont ces différents niveaux dont nous avons essayé de rendre compte et que le lecteur rencontrera dans la lecture de ce chapitre et du chapitre suivant : un premier niveau qui est, comme le souligne Mucchielli « plus descriptif », et qui correspond au codage ouvert décrit précédemment, à ce niveau on doit être en mesure de retracer l'évolution des événements; un niveau d'abstraction supérieur par la suite, où une explication des événements sera possible et qui va permettre de comprendre les liens unissant ces différents événements vécus par l'acteur[38]. En faisait référence à la mise en forme d'une étude de cas, Mucchielli met en évidence que :

> « Il faut donc être très prudent (ici il fait référence au chercheur) et d'abord s'assurer d'avoir bien rapporté la situation *telle qu'elle a été vécue par les acteurs* concernés, car c'est l'essence même d'une étude de cas de rendre explicite ce que les acteurs ont vécu, et cela à partir de leur système de pertinence » (p. 94).

Le souci de rendre explicite la situation telle qu'elle a été vécue par les acteurs (des enseignants dans notre cas), leur pratique en classe, leur discours lors des entrevues, et de garder présente la temporalité dans laquelle s'inscrit leur action, nous a conduit à retenir une certaine forme de présentation de ce chapitre d'analyse qui pourra paraître au lecteur redondante. Cette remarque préalable est importante, il y a en effet là un choix de la chercheure. Nous aurions pu choisir de présenter, comme cela se fait habituellement, les catégories de sens qui émergent des données sous leur forme finale, en annonçant ces différentes catégories, puis en en précisant leur contenu et leurs liens. La présentation retenue n'est pas celle-ci, elle suit ainsi l'ordre temporel : entrevue préalable, séances en

---

[38] Cette analyse sera davantage développée dans le chapitre V.

classe puis entrevue a posteriori, et les mêmes extraits pourront être repris ainsi à différents moments.

Un autre point important qui mérite d'être souligné est celui, comme nous l'avons indiqué dans le chapitre précédent (cf. cadre d'analyse), des concepts théoriques qui seront repris dans chacun des cas pour rendre compte du sens émergeant des données, et ce de l'intérieur de chacune de ces pratiques. L'analyse inductive des données nous a en effet conduit, dans notre souci d'être à l'écoute du sens émergeant des données, à l'élaboration de catégories de sens différentes dans chacun des cas, de sorte que les concepts théoriques porteurs pour l'analyse ne seront pas, comme vous le verrez par la suite, de même nature. Nous avons ainsi été amenés à avoir recours à cette étape de l'analyse à deux angles d'analyses différents. Ce choix nous a permis de rendre compte de la richesse de chacune de ces pratiques, de l'intérieur de celles-ci, à travers des caractéristiques qui se dégagent du sens émergeant des données. Ce n'est que dans un deuxième temps, lors d'une lecture davantage transversale des deux cas, qu'un nouveau regard sur ces pratiques sera porté croisant les deux cadres d'analyses utilisés (chapitre V).

4.1. Premier cas : Analyse de la pratique d'enseignement de Maurice en lien avec l'apprentissage de la proportionnalité

Description du contexte afin d'ancrer l'analyse de la pratique d'enseignement de la proportionnalité de Maurice par la suite.

L'enseignant Maurice (nom fictif) : il a une formation en enseignement des mathématiques au secondaire. Il enseigne depuis 3 ans en classes de secondaire 1, 2 et 3. Il travaille dans une grande école polyvalente de la banlieue de Montréal. Cette école est située dans un milieu dit « régulier ». Elle contient des groupes d'élèves de l'enseignement régulier et professionnel. Elle offre aussi le programme international.

Moment de l'année scolaire où a eu lieu la collecte de données : la collecte de données a eu lieu à la première étape de l'année scolaire, c'est-à-dire aux mois de septembre et octobre 2004. J'ai observé toutes les séances portant sur l'enseignement de la proportionnalité (9 séances de 1h15 chacune). Des mini-entrevues avec l'enseignant sont venues compléter l'observation (les 21 septembre, 24 septembre, 30 septembre et 01 octobre 2004).

Une entrevue a, de plus, été réalisée avec l'enseignant avant l'observation (13 septembre 2004) et après (10 novembre 2004). Un questionnaire portant sur la résolution de problèmes de proportion a en outre été distribué aux élèves avant le début de la séquence sur la proportionnalité (le 13 septembre 2004) et après (le 10 novembre 2004).

La classe : plus particulièrement la classe qu'on a accompagnée fait partie du programme international. Elle est composée de 34 élèves.

Le programme international : pour être accepté au programme international, l'élève doit présenter une moyenne supérieure aux examens d'admission du programme, soit en mathématiques, en français et en habiletés intellectuelles.

Les élèves du programme international doivent participer à des projets d'études où ils doivent intégrer les matières traditionnelles à l'une des cinq aires dites d'interactions, soit : apprendre à apprendre; le service communautaire; la santé et la formation sociale; l'*homofaber* (la créativité) et l'environnement. Les projets d'études sont encadrés par des enseignants de l'école, ils ne sont pas nécessairement liés au domaine dans lequel l'enseignant a une expertise.

Le groupe : il est formé d'élèves de secondaire 2 qui ont environ 13/14 ans. Les élèves travaillent toujours en équipes de 2. La classe présente un climat agréable et détendu. Pendant la période où l'on a observé les séances en classe, on n'a pas observé de problèmes de discipline, et les élèves avaient plutôt une attitude positive, agréable et participative envers leurs pairs et l'enseignant.

Le matériel pédagogique : un document écrit, donné aux élèves, a été construit par l'enseignant. Il prend la forme d'un document photocopié, qui constitue ses notes de cours pour la partie proportionnalité et inclut un répertoire d'exercices et problèmes. Notons que les sources qui ont été utilisées par l'enseignant pour le construire ne nous sont pas connues. L'analyse de ce matériel sera abordée plus loin dans ce chapitre.

Le codage des données de l'entrevue

L'entrevue a été construite avec l'objectif de faire parler l'enseignant sur sa planification, et les questions étaient axées plus explicitement sur les points suivants : la planification globale du thème de la proportionnalité sur l'année, le contenu de la planification, les situations plus précises qui seront exploitées avec les élèves, l'articulation sur les connaissances antérieures des élèves et l'anticipation des difficultés de la part des élèves. (cf. chapitre III) Les questions de recherche qui nous ont guidées dans l'analyse de l'entrevue sont :

4) *Quels éléments sont présentés par l'enseignant à propos de sa planification?*

   - Quelle est la progression qu'il pense a priori pour sa séquence? Autour de quelle activité, quels problèmes, quelles tâches cette progression est-elle pensée?

   -Quels sont les choix didactiques de l'enseignant? (Y retrouve-t-on par exemple une prise en compte des erreurs, des difficultés, des procédures de résolution des élèves, différents types de problèmes prenant en compte différentes variables des problèmes?...)

   - Quels sont les principes qui le guident? Sur quels domaines de justification tels qu'explicités par l'enseignant s'appuie t-il?

On s'attendait donc à ce que ces points soient approchés dans l'entrevue, mais on ne savait pas bien sûr comment l'enseignant allait les aborder. Le codage des données devait donc permettre d'aller chercher ce que recouvrait chacun de ces points pour l'enseignant. Ne sachant pas *a priori* comment ceux-ci allaient être explicités, n'ayant pas de grille déterminée *a priori* (l'entrevue n'a pas été construite à partir d'un cadre de référence pré-établi), les catégories que nous allons dégager de l'analyse du discours de l'enseignant sont donc des catégories émergentes. Nous nous inspirons ici des procédés d'analyse qualitative de Miles et Huberman (2003).

La démarche qui a été utilisée est la suivante : une fois que le verbatim de l'entrevue a été fait, je suis allée repérer d'abord à quels moments l'enseignant parlait de la séquence (dimension de planification de son enseignement) et à quels moments il parlait des élèves (cette séquence s'adresse à des élèves. Comment les prend-il en compte?). Ce premier niveau de codage m'a permis de repérer deux grandes catégories et de voir à quels moments du verbatim l'enseignant parlait de l'une et de l'autre.

Après ce premier codage du verbatim, je suis entrée dans un niveau plus fin d'analyse en allant chercher pour chacune de ces deux catégories (séquence / et élèves), à quoi l'enseignant faisait référence quand il en parlait.

J'ai pu alors identifier, quand il parle de la séquence, de nouvelles catégories (des sous-catégories) : l'analyse plus fine de son discours à propos de la séquence nous conduit à voir qu'il fait référence dans sa planification au savoir mathématique, mais pas toujours de la même façon. Parfois certains savoirs (qu'il identifie) sont vus comme des préalables, parfois il fait référence aux étapes de la séquence, ou encore aux situations et problèmes à travailler en classe. Quand il parle des élèves, il en parle aussi de différentes façons. Son discours porte parfois sur les connaissances antérieures des élèves, parfois sur les difficultés anticipées des élèves. On retrouve aussi ses attentes par rapport aux élèves, ou encore les procédures de résolution qu'il anticipe. Ce deuxième codage des données (plus fin) fait apparaître plus de subtilités (à travers nos sous-catégories).

À partir de ces premiers résultats, je suis allée encore un peu plus en profondeur afin d'identifier les manières dont l'enseignant parle de chacune de ces sous-catégories qu'on a dégagées à partir de l'entrevue, par exemple, des préalables de sa séquence. Je me suis rendue compte que les préalables n'étaient pas tous abordés de la même façon par l'enseignant.

Dans ce troisième temps de codage je suis entrée dans un niveau beaucoup plus fin que les précédents, que je ne pouvais absolument pas prévoir à la lumière des questions de l'entrevue. En effet, lorsque Maurice parle de sa séquence, par exemple (que ce soit en termes de préalables, d'étapes, de situations, ...), deux dimensions du savoir en jeu peuvent être toujours dégagées du discours de l'enseignant : les savoirs auxquels il réfère (le contenu) mais aussi le statut, la fonction de ces savoirs à l'intérieur de la séquence, par exemple quand il fait référence aux rapports et aux taux (le contenu) il leur attribue un statut de contenu qui sert à introduire la matière, comme l'illustre l'extrait suivant :

« L'idée de rapport, taux et autres c'est plus pour introduire »

Dans ce niveau d'analyse on retrouve aussi une référence aux élèves, par exemple, quand Maurice fait référence aux connaissances antérieures des élèves, ces connaissances sont parfois considérées par rapport au contenu, parfois par rapport au statut qu'elles prennent dans l'apprentissage des élèves.

Enfin, avec l'objectif de répondre à mes questions de recherche par rapport à la planification de l'enseignant, je suis allée repérer à quels moments Maurice parlait de ses choix didactiques, et à quoi il faisait référence dans ce cas.

Comme j'avais déjà, dans un premier moment, identifié à quels moments de l'entrevue l'enseignant parle de sa séquence et des élèves, repérer à quoi (en lien avec la séquence / les élèves) ses choix didactiques font référence était un travail plus simple.

En gardant toujours les questions de recherche en vue, le dernier moment du codage de l'entrevue a porté sur les domaines de justification explicités dans son discours. J'ai procédé de la même façon que pour le codage des choix didactiques, c'est-à-dire que je suis allée repérer dans le verbatim à quels moments il justifie ses choix didactiques et sur quels domaines de justification portent ses choix didactiques.

L'arbre ci-dessous nous aide à visualiser chacun des moments du codage des données de l'entrevue.

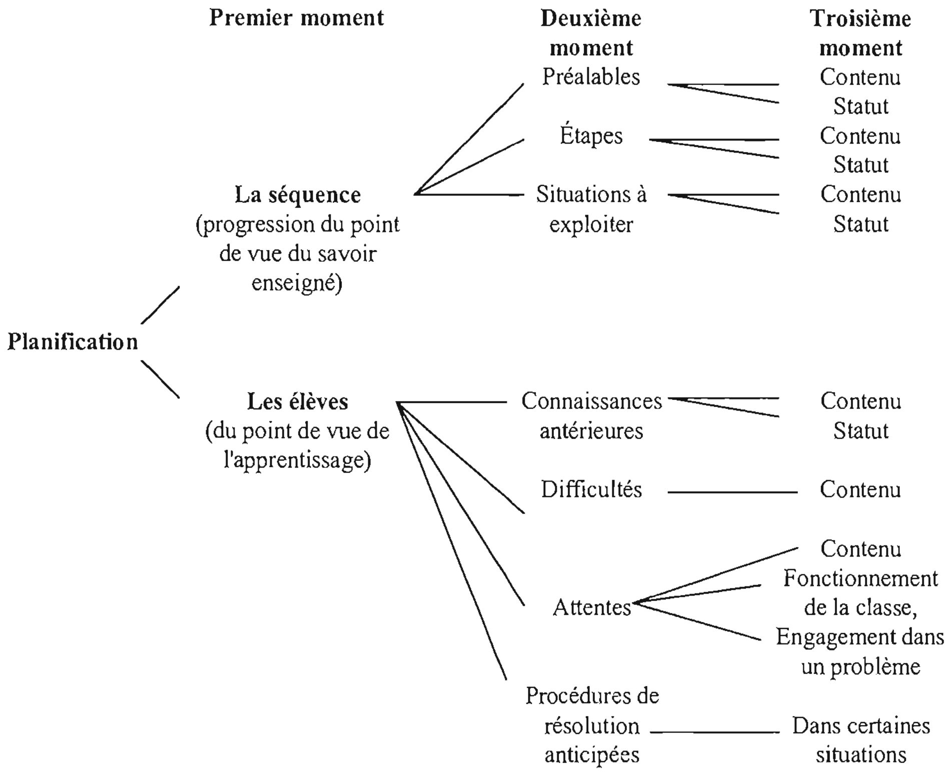


Figure 4.1- Les moments du codage des données de l'entrevue

Après avoir documenté cette analyse, nous reviendrons, dans un deuxième temps, sur les choix didactiques de l'enseignant, les principes sous-jacents qui le guident, et à quels domaines de justification sa séquence d'enseignement telle qu'élaborée nous renvoie *a priori*.

4.1.1. Analyse de l'entrevue sur la planification : les principes directeurs préalables qui le guident dans l'élaboration de son enseignement

4.1.1.1. Un premier moment d'analyse de l'entrevue :

a) La séquence

Comment l'enseignant organise-t-il *a priori* la progression de sa séquence? Trois points ressortent de l'analyse : les préalables, les étapes de la séquence et des idées de situations (à exploiter qui sont *a priori* pensées par l'enseignant).

Les préalables :

Le contenu

En analysant l'entrevue faite sur la planification de Maurice sous l'angle des contenus (savoirs de référence), on peut observer un premier point quant aux contenus qu'il considère comme préalables à l'apprentissage du concept de proportionnalité. Ainsi l'emphase est d'abord mise sur les tables de valeurs et sur les graphiques qui ont été vus au début du secondaire 2, et ensuite sur les fractions vues en secondaire 1.

> « Ils ont vu tables de valeurs et graphiques. On va arriver dans les situations de proportionnalité. Ils vont déjà savoir comment faire les tables de valeurs et les graphiques, c'est juste qu'on va les appliquer aux situations de proportionnalité. Pour le reste, c'est avec des fractions surtout. Pourrait servir. Ça sert, mais si je pense préalable là. »

L'enseignant met aussi en évidence l'importance des apprentissages des élèves dans d'autres matières, comme étant des apprentissages qui vont être réutilisés pour le concept de proportion, cela en faisant référence à rapport et à taux.

> « C'est important qui… en tout cas, pour moi ça, ça commence avec ça, c'est savoir qu'est-ce que c'est un rapport, c'est quoi la différence, c'est quoi la notation, deux points par exemple, des choses qu'on a déjà vues en 1 en géographie effectivement »

Le statut

Quel est le statut de ces contenus préalables (dans la séquence)? Comment l'enseignant pense-t-il les réinvestir? Ces contenus sont vus par l'enseignant (dans le cas de tables de valeurs et des graphiques) comme étant des outils pour résoudre des situations proportionnelles, comme nous le montre l'extrait ci-dessous. Ils ont un statut d'application. Le statut des autres contenus restent indéterminés parce qu'ils ne sont pas explicités dans l'entrevue.

> « Ils ont vu tables de valeurs et graphiques. On va arriver dans les situations de proportionnalité. Ils vont déjà savoir comment faire les tables de valeurs et les graphiques, c'est juste qu'on va les appliquer aux situations de proportionnalité. »

Les étapes de la séquence

Le contenu

D'abord, on va essayer de dégager la manière dont les contenus sont aménagés par l'enseignant dans l'ensemble de la séquence sur la proportionnalité. Comment les grandes étapes de la séquence ont-elles été pensées?

Quand on analyse les étapes qui sont prévues par l'enseignant pour l'enseignement de la proportionnalité, on peut noter que, d'une manière générale, sa progression *a priori* est très élaborée. On y retrouve des grandes étapes. Dans chacune de ces grandes étapes on trouve aussi des sous-étapes :

-Rapport et taux : *définition, différence, liens, comparaison :*

Dans les extraits d'entrevue ci-dessous, Maurice donne une certaine importance à la distinction entre rapport et taux, comme aussi à l'écriture des unités et à la comparaison. Selon lui, ces derniers vont servir à faire de proportions.

> « Oui, juste pour en arriver, c'est (???) dans le sens … distinguer entre les deux. […] je veux qu'ils sachent écrire bien les unités, par exemple qu'ils ont. Si je ne le fais pas, ils ne feront jamais, c'est le lien entre rapport et taux. »

> « C'est sûr qu'il y a toute une partie que, j'ai peut-être oublié un peu, quand on rentre dans les rapports et taux avant de faire des proportions, trouver la valeur manquante, toute la comparaison et modification de un paramètre sur l'autre. Mettons j'ai plusieurs situations, par exemple lequel est l'eau plus salée, moins salée? Être capable de comparer dans le fond, des rapports et des taux. » (lignes 107-111)

-Proportions : *caractéristiques, propriétés, recherche d'une valeur inconnue dans une proportion, suites proportionnelles, problèmes avec des proportions :*

Pour ce qui est des proportions, Maurice donne une certaine emphase aux caractéristiques et propriétés d'une proportion, et aussi à la recherche d'une valeur inconnue. Afin de résoudre ensuite des problèmes de proportion.

> « Suite à ça, c'est sûr qu'il y aura une partie où là on va rentrer dans les proportions puis c'est quoi les caractéristiques des proportions, des propriétés des proportions mais aussi éventuellement la recherche d'une valeur inconnue dans une proportion que ce soit du type genre fraction équivalente, si on prend ça comme une fraction. […]. Ensuite des proportions, des propriétés des proportions, la valeur inconnue, la recherche d'une valeur inconnue […] Ensuite les problèmes avec les proportions »

-Reconnaissance de situations proportionnelles ou non-proportionnelles :

La dernière étape de sa séquence porte sur la reconnaissance des situations proportionnelles et elle arrive avec l'objectif d'amener les élèves à réfléchir sur le fait que ce ne sont pas toutes les situations qui sont proportionnelles.

> « et ensuite partir de ça pour les mélanger, vu qu'il pensent que tout dans la vie est proportionnel ... pour qu'ils se rendent compte que dans le fond, non, puis qu'il y a une question qu'on aurait dû se poser à chacun de problèmes qu'on a fait avant : est-ce que ça a de l'allure ou pas? Est-ce que cette situation est proportionnelle ou pas? Donc on va développer des outils dans le fond pour vérifier si cette situation est proportionnelle ou est pas proportionnelle. »

Le statut

Par rapport à la progression de la séquence, on peut observer que pour l'enseignant les contenus ont des statuts particuliers dans l'ensemble des séances. Il y a des contenus qui sont plus perçus comme des outils qui vont permettre la reconnaissance de situations proportionnelles

> « Et ensuite partir de ça pour les mélanger, vu qu'ils pensent que tout dans la vie est proportionnel ... pour qu'ils se rendent compte que dans le fond, non, puis qu'il y a une question qu'on aurait dû se poser à chacun de problèmes qu'on a fait avant : est-ce que ça a de l'allure ou pas? Est-ce que cette situation est proportionnelle ou pas? Donc on va développer des outils dans le fond pour vérifier si cette situation est proportionnelle ou est pas proportionnelle. »

Les rapports et les taux sont perçus plutôt comme étant des savoirs qui serviront lors de l'introduction des proportions :

> « L'idée de rapport, taux et autres c'est plus pour introduire. Propriété des proportions ... plus ou moins, dans le sens que sont pas vraiment les objectifs qui sont les plus souvent visés par les examens de fin d'année, mais dans le sens que c'est plutôt naturel. »

Si les rapports et taux sont vus comme des contenus qui servent à introduire la matière, les proportions sont des outils qui vont permettre de résoudre des problèmes faisant appel à la proportionnalité et d'analyser des graphiques, des tables de valeurs et de se débrouiller dans la vie courante (face à des situations de comparaison impliquant un raisonnement proportionnel) :

> « Les autres (*en faisant référence aux proportions*) sont des notions qui nous aident à résoudre des problèmes, si on fait des proportions c'est pour être capables de résoudre des problèmes, ou être capable d'analyser des graphiques ou des tables de valeurs dans des situations proportionnelles ou pour être capables de comparer des choses dans la vraie vie. »

Les proportions sont vues comme des « outils » essentiels qui vont permettre de résoudre des problèmes de proportions, d'analyser des situations proportionnelles, de reconnaître si une situation est proportionnelle ou non. Les problèmes et l'analyse de situations proportionnelles prennent de l'ampleur dans le discours de l'enseignant comme on peut le remarquer dans ce qui suit :

> « Ça c'est important, ça c'est important des proportions, des problèmes avec des proportions sont importants. Juste faire une proportion avec la valeur manquante ça ne veut rien dire, s'il n'y a pas de problème. Sont les problèmes, les problèmes, des situations de proportionnalité, les tables de valeurs et les graphiques (*sous-entendu qui sont importantes*) »

Les idées de situations anticipées

En ce qui concerne les situations proposées aux élèves, Maurice fait une brève référence à des projets[39], mais comme il n'est pas encore sûr de le faire, il dit attendre les séances en classe pour voir s'il va les mettre en place et de quelle manière.

---

[39] En lien dans ce cas avec le programme international

Dans le cas d'une classe qui participe au programme international, les élèves ont des projets à faire pendant l'année. C'est à ces projets que Maurice fait référence et les heures d'interaction sont les heures qui sont destinées à l'accompagnement de l'élève par l'enseignant dans le cadre du projet.

> « Si je peux faire des projets ... en dehors de tout ça là, faire des projets, j'ai deux idées...Je pourrais t'en parler ... longuement ... mais ça va prendre du temps un peu, mais il faut que je vise à travers le projet des heures d'interaction. C'est un peu... c'est pas que soit pas mathématique mais ... parce qu'on a 5heures d'interactions, si j'ai le temps c'est parce que je vais utiliser les heures d'interaction, mais génie créatif humain et autre *homofaber* l'évolution un peu à travers l'histoire des mathématiques. C'est sûr que les questions vont porter moins sur le contenu que sur l'accomplissement, pas l'accomplissement sur la prise de conscience de (???). »

L'enseignant fait référence aussi à ses notes de cours écrites en mettant en évidence qu'il veut travailler à partir des problèmes. Donc, des idées de situations qui sont anticipées par Maurice, et qui vont être utilisées dans le cours[40].

> « Je fais un document photocopié et qui est en construction encore parce que je suis en train de réviser certaines affaires, pour l'instant j'ai déjà 75 problèmes, fait que ça risque d'être autour de ça à la fin. Peut-être un peu plus, peut-être un peu moins, mais beaucoup de choses, de travail avec les problèmes. » (lignes 134 à 138)

b) Les élèves / les apprentissages des élèves

L'enseignant parle-t-il des connaissances antérieures des élèves? Y fait-il référence? Quel est le statut que prennent ces connaissances dans la séquence?

---

[40] Les notes de cours de l'enseignant seront analysées par la suite

Les connaissances antérieures des élèves mises en évidence par l'enseignant :

Le contenu auquel il renvoie : quelles sont ces connaissances antérieures?

Dans l'entrevue avec Maurice, il fait référence à l'occasion à des connaissances antérieures des élèves. Celles-ci renvoient, d'une part, à des connaissances issues de la vie courante (en dehors de l'école) « de la vraie vie », d'autre part à des contenus appris en secondaire 1. Dans l'extrait ci-dessous de l'entrevue, Maurice s'appuie sur les connaissances que les élèves ont de rapport / taux dans la vie courante (des notions qui leur sont implicitement familières) :

- En faisant référence aux connaissances de la vie de tous les jours :

> « Dans la vraie vie, ils ont tendance à faire des choses [...] si, j'ai... plusieurs cas, j'essaye de ... à côté de rapport et de taux, qu'ils voient partout sur des boîtes de céréales et ailleurs, il est là dans la vraie vie. »

- En faisant référence aux connaissances scolaires des élèves :

> « Au début! Dans les exercices ... Comme je dis je ne vais pas commencer à dire telle ou telle affaire on va faire des exercices, sauf peut-être pour rapport et taux au début, parce qu'ils connaissent quelques uns, on va essayer d'aller voir qu'est-ce qu'ils connaissent ça, ça, ça, peut-être essayer de comparer au début c'est quoi, puis être capable de distinguer, notation ... Je pense qu'il faut la définir »
>
> « On va arriver dans les situations de proportionnalité. Ils vont déjà savoir comment faire les tables de valeurs et les graphiques, c'est juste qu'on va les appliquer aux situations de proportionnalité. »

Le statut des connaissances antérieures des élèves dans la séquence d'apprentissage : comment sont-elles envisagées par l'enseignant?

Dans le rapport aux connaissances antérieures des élèves, qu'on est capable de dégager de l'entrevue avec l'enseignant, on peut observer que les connaissances antérieures des élèves sont réinvesties par l'enseignant (il pense les réinvestir) de deux façons : celles qui sont appliquées dans une nouvelle situation, et celles qui servent comme amorce du cours. Maurice met en évidence quelles sont les connaissances que les élèves ont et comment il pense utiliser ces connaissances à l'intérieur de son cours.

Le réinvestissement comme application de connaissances des élèves dans une nouvelle situation :

> « On va arriver dans les situations de proportionnalité. Ils vont déjà savoir comment faire les tables de valeurs et les graphiques, c'est juste qu'on va les appliquer aux situations de proportionnalité. Pour le reste, c'est avec des fractions surtout. Pourrait servir. Ça sert, mais si je pense préalable là. »

Le réinvestissement comme amorce de son cours :

> « On va essayer d'aller voir qu'est-ce qu'ils connaissent ça, ça, ça, peut-être essayer de comparer au début c'est quoi, puis être capable de distinguer, notation je pense pas, qu'il faut la définir. »

Les difficultés des élèves anticipées par l'enseignant :

Dans la première entrevue, Maurice met en évidence quelques difficultés qu'il croit trouver chez ses élèves par rapport à la proportionnalité. La première difficulté nommée par Maurice est celle des fractions. Ensuite, il fait référence aux difficultés liées aux comparaisons de rapports et de taux, comme aussi à la difficulté des élèves à reconnaître si une situation est proportionnelle ou non, à partir des problèmes, ou à partir des graphiques qui représentent une situation proportionnelle. Dans ces grandes catégories on trouve des références à des difficultés plus spécifiques.

- On trouve ainsi des difficultés qui sont énoncées d'une façon générale :

Une première difficulté nommée : est une difficulté générale qui fait référence aux fractions. L'enseignant ne développe pas pourquoi cela est une difficulté, il ne fait que l'énoncer.

> « en gros le but est, ...l'histoire des fractions, ça c'est la première chose qu'ils vont accrocher »

Une autre difficulté nommée : fait référence à la comparaison de rapports. La difficulté est nommée par l'enseignant de façon générale, ce qui est différent des exemples qu'il donne pour justifier d'autres difficultés.

> « La difficulté avec la comparaison (***sous-entendu de rapports***) »

Une autre difficulté nommée : porte sur la reconnaissance d'une situation non-proportionnelle qui est énoncée d'une façon générale.

> « La difficulté c'est quand j'arrive et que je fais des situations non proportionnelles ou d'identifier une situation qui n'est pas proportionnelle »

- On trouve aussi des difficultés qui sont précisées, dans certains cas avec des exemples :

La difficulté nommée : porte sur l'écriture du taux. Maurice énonce la difficulté et la met en évidence à partir d'un exemple.

> « C'est juste que ce qui est une difficulté souvent c'est qu'ils ne savent pas quoi diviser par quoi, s'ils décident de faire un taux unitaire sauf qu'en même temps si on a travaillé le taux ils savent que si je fais mettons des dollars par millilitre ou millilitres par dollar. Ils vont écrire les unités puis ensuite on peut interpréter le taux par rapport aux unités parce que s'ils ne l'ont pas comment savoir lequel est le plus cher, le moins cher. »

La difficulté nommée : fait référence aux situations proportionnelles. L'enseignant met l'accent sur la reconnaissance des situations proportionnelles, les élèves ont de la difficulté à vérifier si la situation est proportionnelle ou pas, à rester en contrôle jusqu'au bout de la résolution.

> « La partie de situation de proportionnalité, souvent la situation peut être proportionnelle au début mais pas à la fin puis ils ne vont pas vérifier jusqu'à la fin pour voir si c'est toujours le même taux, le même rapport, pour vérifier si c'est proportionnel, c'est pas évident »

La difficulté nommée : porte sur les graphiques qui sont dans un premier moment cités de façon générale. Dans un deuxième temps, Maurice précise un peu sur quoi porte la difficulté qui est toujours en lien avec la reconnaissance d'une situation proportionnelle ou non, à partir cette fois de l'analyse du graphique.

> « À part ça, c'est toutes les difficultés reliées aux graphiques. Hun, sont déjà pas mal hein. Des fois, dans certains cas surtout avec les coupures d'axes il faut faire attention là... avec les graphiques a toujours proportionnel parce que ça a l'air de passer à zéro, mais qu'en fait c'est parce qu'ils ont fait une erreur dans le graphique. Ça a l'air proportionnel, mais dans le fond ça ne l'est pas. La différence entre partiel puis proportionnel »

> « Parce que tu penses que c'est une droite, c'est une difficulté, il pense qu'il a un moment donné une droite »

- Et nous trouvons en plus des difficultés qui sont précisées, avec de plus dans ce cas un diagnostic :

La difficulté nommée : fait référence à un problème visant à trouver le complément d'un rapport. L'enseignant mentionne la difficulté à partir d'un exemple, en posant en même temps un diagnostic.

> « Aussi ils vont accrocher dans le sens de dire tu as 12 gars sur 30 élèves qui portent des lunettes combien n'en portent pas... étonnamment ils se trompent... c'est parce qu'ils lisent mal la question »

Attentes (anticipées) en classe :

Quand on analyse quelles sont les attentes de l'enseignant (explicitées dans son discours), on peut observer qu'elles vont dans deux sens : celles qui sont liées au fonctionnement anticipé des élèves lorsqu'il donnera un problème et celles liées aux apprentissages des élèves relativement au contenu couvert par la séquence.

En ce qui a trait au déroulement même des situations (ce qu'il anticipe), les attentes de Maurice sont surtout dirigées vers l'engagement des élèves dans la situation. En ce qui a trait aux apprentissages, Maurice s'attend surtout à ce que les élèves soient capables de réutiliser les apprentissages qu'ils ont acquis au préalable dans de nouvelles situations.

Attentes relatives au fonctionnement des élèves en classe face à un problème donné

Dans l'extrait d'entrevue qui suit, Maurice nous montre, face à un problème, quel est le mode de fonctionnement qu'il attend de la classe. Il s'attend à un engagement de la part des élèves quant à la résolution du problème proposé. Pour lui quand il propose un problème, il s'attend à ce que l'élève fasse son problème. On peut aussi observer qu'il explicite de quelle manière il compte travailler par la suite, dans l'exploitation de leurs solutions et dans le retour sur la question posée aux élèves (pour faire ressortir la solution qui est bonne, l'erreur).

> « Je pars d'un problème. Puis, à travers les problèmes je les laisse essayer dans le fond, puis ils proposent des choses, puis évidemment ils font des erreurs, puis je

> profite plus de leurs erreurs, pour dire dans le fond il y en a qui ont la bonne solution, il y en a qui ne l'ont pas, pourquoi c'est vert pourquoi c'est pas vert quand ce sera le temps, qu'est-ce que vous allez dire que c'est bon ou c'est pas bon »

Encore par rapport au mode de fonctionnement auquel l'enseignant s'attend en classe, nous voyons qu'il fait référence à des déroulements précis en les appuyant par un exemple du type de fonctionnement qu'il prévoit (nous voyons davantage, dans ce cas, comment il compte *a priori* revenir sur les solutions des élèves, sur quoi il veut mettre l'accent) : une idée d'exploitation de solutions différentes pour faire ressortir la plus avantageuse, un souci de justification (s'il s'agit juste d'un truc, il va chercher à voir le sens sous-jacent).

> « Je me fie qu'ils vont avoir un réflexe naturel vers quelque chose, soit bon ou pas bon, ils vont l'essayer. De temps en temps ça va être bon, de temps en temps ça ne sera pas bon. Idéalement, je vais leur demander leurs démarches avant un problème, pour qu'ils fassent eux mêmes. Ils vont peut-être avoir 3 ou 4 façons différentes de le faire, on va regarder les 3 ou 4 on va essayer de retenir ce qui est plus avantageux. Peut-être que les 3 ou 4 sont équivalentes. Si c'est juste un truc de calcul par contre, on va essayer de voir pourquoi est-ce que son calcul là, lui il est bon. »

On observe aussi que Maurice a des attentes concernant le jugement des élèves face à l'erreur. Il nous laisse ici voir quel est l'objectif qu'il a en arrière par rapport à ses choix de problèmes et à ce que les élèves devront apprendre de leurs expériences.

> « Qu'est-ce que vous allez dire que c'est bon ou c'est pas bon, pour qu'ils réfléchissent la prochaine fois, pour qu'ils fassent pas d'erreur. En gros c'est ça, ou sinon il y a des choses que je ne montre pas du tout. Je les laisse faire le problème, je sais qu'il y a une difficulté, je vais revenir plus tard, ou après si tout le monde a la même question, voir dans le fond qu'est-ce que se passe là-dedans, puis ils vont se rendre compte de leur erreur. »

Attentes relatives aux apprentissages des élèves sur les concepts à l'étude dans la séquence

Quand Maurice fait référence au contenu dans sa séquence, il nous laisse voir quels sont ses objectifs et de quelle manière il s'attend à ce que les élèves fonctionnent par rapport à certains apprentissages, en s'appuyant sur des exemples de situations que les élèves trouvent dans la vraie vie.

> « Dans la vraie vie, ils ont tendance à faire des choses [...] Des rapports et des taux tu as l'intérêt de dire le rapport de 16 pour 9, ça veut dire quoi, versus 4 pour 3 là. [...] j'essaye de chercher une situation de proportionnalité qu'ils voient là, ... mais si disons une paire de jeans. 2 paires de jeans coûtent 40 dollars, ils savent que s'ils en achètent 5 ça coûterait 100 dollars, par exemple. »

Dans ce cas, l'enseignant reconnaît que les élèves connaissent des choses, qu'ils sont capables de se débrouiller.

On note par ailleurs que comprendre ce qu'est un rapport et un taux, une situation proportionnelle, prend une place importante chez Maurice. Il fait référence à ce contenu à différents moments de son entrevue, dans les attentes par rapport aux apprentissages des élèves, en appuyant par un exemple.

- On observe d'abord qu'il veut que les élèves soient capables de comparer des rapports et des taux, et aussi que la comparaison de rapport et taux se fasse avant de voir les proportions et le produit croisé, comme nous le montrent les extraits d'entrevue ci-dessous :

> « Ok. Encore une fois, il faut qu'ils soient capables de comparer des rapports et des taux, parce qu'il y en a un peu partout dans la vie de tous les jours. Qu'ils soient capables si jamais il y a un rapport ou un taux, puisqu'ils connaissent une

> valeur, par exemple comme tantôt un exemple simple, pour deux choses, mettons les jeans c'est 40 dollars, combien ce serait pour 5?
>
> « Je veux qu'ils soient capables de faire le transfert ... ou trouver le taux unitaire, mais ça avant, ok, le produit croisé, puis les proportions et autres »

Il accorde aussi de l'importance au sens. Maurice veut que les élèves soient capables de reconnaître une situation proportionnelle :

> « Mais il y a un sens à tout ça, mais pour ça il faut que ce soit une situation proportionnelle. Un des deux c'est que à la fin ils soient capables de dire si ma situation est proportionnelle. C'est une situation proportionnelle ou pas. Si elle n'est pas, je ne pourrai pas calculer de la même façon, puis par rapport à ça, surtout parce que ça vient en secondaire 3, 4 et 5. Il faut pas s'isoler en 2. Qu'ils soient capables de reconnaître si une situation est proportionnelle par rapport à une table de valeurs et un graphique versus d'autres types de variation du genre partielle. Je ne dis pas que c'est partiel, mais on va comparer les, ... on va faire les deux. Ça c'est proportionnel, ça c'est une autre. (***variantion***) »

Procédures de résolution anticipées par l'enseignant :

Maurice pendant l'entrevue reconnaît d'une manière globale que les élèves ont des procédures de résolution. Ainsi, il fait référence à la capacité des élèves à résoudre certaines situations, mais il n'explique pas quelles procédures pourront être utilisées par ces derniers.

> « Ils ont déjà vu une fois, comme j'avais dit sur la boîte de n'importe de quelle affaire il y a souvent des taux, les rapports ils ont vu ... si ehhh... naturellement, ils savent que si sont... proportionnelles, j'essaye de chercher une situation de proportionnalité qu'ils voient là, ... mais si disons une paire de jeans. 2 paires de jeans coûtent 40 dollars, ils savent que s'ils en achètent 5 ça coûterait 100 dollars, par exemple. Tu n'as pas besoin de leur dire, ils vont faire le calcul. »

> « Il y a beaucoup de choses comme ça, tu sais, qu'ils vont faire le calcul par eux mêmes proportionnellement pour réussir à savoir combien ça serait pour une

> valeur plus grande ou plus petite. Si tu as 4, je sais pas cartables pour 5 dollars, combien va coûter 1 cartable, normalement ils vont savoir c'est quoi. Ils sont capables de calculer sans même le réaliser. »

À ce moment de l'analyse, on peut observer que, pour l'enseignant Maurice, au niveau de la séquence d'enseignement, les contenus préalables et les étapes de la séquence sont bien structurées et qu'ils ont une fonction pour l'enseignant. C'est-à-dire que les connaissances préalables des élèves vont être réinvesties dans le cours pour l'apprentissage du concept de proportionnalité.

Au niveau des étapes de la séquence, nous avons pu observer qu'elles sont pensées à l'avance par l'enseignant. Il sait pourquoi il va, par exemple, travailler les rapports, taux et proportions avant les problèmes de proportions et les situations proportionnelles. Dans ce cas, les rapports, taux et proportions vont servir de base pour résoudre des problèmes de proportion et pour la reconnaissance de situations proportionnelles.

Quand on observe comment les élèves sont perçus par Maurice dans son entrevue, on peut noter que, selon lui, les élèves ont des connaissances antérieures qui ont été acquises dans la vie courante ou à l'école et qui seront réutilisées dans l'apprentissage de la proportionnalité. De même, ils possèdent des stratégies qui leur permettront de résoudre un certain nombre de situations proposées en classe.

Un autre point qu'on peut observer chez Maurice c'est le fait qu'il s'attend à ce qu'il y ait un engagement des élèves par rapport à la résolution de problèmes. Mais cet engagement est aussi suivi du fait que Maurice nomme des difficultés présentes chez les élèves et qui vont d'une certaine manière guider sa façon d'intervenir en classe.

4.1.1.2. Un deuxième moment d'analyse de l'entrevue :

Dans la première partie de cette analyse, nous avons pu observer que Maurice attribue une certaine importance aux contenus qui devront être travaillés. Le savoir mathématique de référence prend ainsi une place importante dans la planification, l'organisation et l'anticipation du fonctionnement des séances.

Nous essaierons maintenant de dégager, pour aller plus loin, quels sont les principes sous-jacents qui guident Maurice dans la structuration de sa séquence (cohérence, rationalité de l'acteur).

Dans ce deuxième moment, nous chercherons à répondre aux questions de recherche suivantes :

-Quels sont les choix didactiques de l'enseignant? (Y retrouve-t-on par exemple une prise en compte des erreurs, des difficultés, des procédures de résolution des élèves, différents types de problèmes prenant en compte différentes variables des problèmes?...)

- Quels sont les principes qui le guident? Sur quels domaines de justification tels qu'explicités par l'enseignant s'appuie t-il?

Les choix didactiques

Après avoir fait une première analyse de la séquence d'enseignement de Maurice sur la proportionnalité, en essayant de dégager les principes qui le guident dans l'élaboration de son enseignement, nous allons essayer de dégager quels sont ses choix didactiques par rapport à deux points : structuration de la séquence et réalisation en classe (fonctionnement anticipé).

Sur la structuration de la séquence :

En analysant l'entrevue faite avec Maurice, ce qui attire notre attention tout d'abord est l'importance que prend, pour lui, le savoir en jeu dans la séquence. C'est ce savoir qui guide pour Maurice la progression pensée *a priori* dans l'organisation de ses étapes et sous-étapes. Il est par ailleurs possible d'identifier comment il introduit des procédures de résolution et pourquoi elles sont introduites.

Un premier fil directeur : le savoir mathématique de référence

Nous pouvons observer que, pour cet enseignant, le savoir prend une place importante et cela peut être observé à partir de différents aspects. Tout d'abord, il met l'emphase sur les concepts de rapport et de taux, et sur leur distinction / lien en développant les raisons de cette importance. Cette emphase devient plus importante à partir du moment où nous ne la retrouvons pas explicitée dans le programme d'étude du Québec (1994), programme en vigueur au moment de l'étude.

> « Oui, juste pour en arriver, c'est dans le sens ... distinguer entre les deux (*en faisant référence à rapport et taux*). Même si ce n'est pas un objectif ... terminal ... même si c'est juste intermédiaire puis qu'ils disent de ne pas mettre l'accent là-dessus en sciences ... surtout ces élèves-là de l'international, c'est encore plus important. Il y en a beaucoup ... Ils vont beaucoup en sciences et il faut qu'ils soient autonomes là-dedans »

> « Si je ne le fais pas, ils ne feront jamais, c'est le lien entre rapport et taux. [...]. Savoir c'est quoi un rapport entre ... distinguer ... ben la je reviens en arrière, mais au début entre une fraction puis un rapport »

> « C'est important qui... en tout cas, pour moi ça, ça commence avec ça, c'est savoir qu'est-ce que c'est un rapport, c'est quoi la différence, c'est quoi la notation, deux points par exemple, des choses qu'on a déjà vues en 1 en géographie. »

Il mettra aussi l'accent sur la notion de proportion, ses caractéristiques, la recherche de valeurs manquantes. Un autre aspect qui prend de la place est celui de la notation mathématique utilisée pour rendre compte des taux. L'enseignant insiste sur l'importance de la notation écrite.

> « Je veux qu'ils sachent écrire bien les unités, par exemple qu'ils ont. »

Choix didactique pour la progression des séquences : les principes sous-jacents

Un souci d'introduire :

L'enseignant choisit de commencer les séances sur la proportionnalité par les concepts de rapport et de taux. Sa justification est basée sur le fait que ces contenus sont des contenus qui vont permettre d'introduire l'idée de proportions, qu'ils vont servir de base pour résoudre des problèmes de proportions et des situations proportionnelles par la suite. La justification utilisée par Maurice est basée sur le fait que ces contenus sont « plutôt naturels ».

> « L'idée de rapport, taux et autres c'est plus pour introduire. [...] mais dans le sens que c'est plutôt naturel »

Les problèmes : une place importante

Pour ce qui est des proportions et de leurs propriétés, nous pouvons observer que, pour Maurice, la place de ces contenus dans la séquence est justifiée à partir du moment où ces contenus ont du sens, seulement quand ils sont vus dans des problèmes.

> « Ça c'est important, ça c'est important des proportions, des problèmes avec des proportions sont importants. Juste faire une proportion avec la valeur manquante

> ça ne veut rien dire, s'il n'y a pas de problème. Sont les problèmes, les problèmes, des situations de proportionnalité, les tables de valeurs et les graphiques. »

Pour Maurice l'étude des proportions va servir à résoudre des problèmes, à analyser des situations proportionnelles, à traiter des situations de la vie quotidienne. Les proportions n'ont de sens qu'en lien avec cette visée, et non par elles-mêmes :

> « Parce que ça couvre, les autres sont des notions qui nous aident à résoudre des problèmes, si on fait des proportions c'est pour être capable de résoudre des problèmes, ou être capable d'analyser des graphiques ou des tables de valeurs dans des situations proportionnelles ou pour être capable de comparer des choses dans la vraie vie »

Déséquilibrer les élèves

Dans le premier moment de notre analyse, nous avons pu observer d'abord dans quel ordre Maurice présente sa progression (les rapports, les taux, les proportions, les problèmes avec des proportions et les situations proportionnelles et non proportionnelles), et dégager ensuite, dans ce qui précède, deux principes qui le guident dans cette structuration. Un troisième principe guide la fin de cette séquence.

Ainsi, pour lui, présenter des situations non proportionnelles à la fin de la séquence permet de déséquilibrer les élèves pour qu'ils se rendent compte que toute situation n'est pas une situation proportionnelle. Pour l'enseignant, c'est une manière d'amener les élèves à réfléchir.

> « Et ensuite partir de ça pour les mélanger, vu qu'ils pensent que tout dans la vie est proportionnel ... pour qu'ils se rendent compte que dans le fond, non, puis qu'il y a une question qu'on aurait dû se poser à chacun de problèmes qu'on a fait avant : est-ce que ça a de l'allure ou pas? Est-ce que cette situation est proportionnelle ou pas? Donc on va développer des outils dans le fond pour vérifier si cette situation est proportionnelle ou n'est pas proportionnelle. »

Sur le choix des situations qui seront proposées en classe à l'appui de cette séquence : principes sous-jacents

Dans cette partie, nous allons essayer de dégager comment l'enseignant voit l'aménagement du travail en classe sur le contenu à travailler. Ainsi, sur quels choix repose la réalisation anticipée de cette séquence en classe?

Nous pouvons observer que Maurice construit d'abord lui-même les documents qui seront donnés aux élèves : pour la partie plus « théorique » et pour les problèmes[41].

Beaucoup de travail autour des problèmes

Maurice met en évidence que l'organisation des séances va être faite d'une manière progressive, en augmentant le niveau de difficulté avec le temps, avec un travail centré sur la résolution de problèmes. Quand nous lui demandons s'il a déjà choisi les activités et les problèmes, il nous répond :

> « Oui [...] ceux qui sont dans mon document étant donné que je choisis un peu partout que je fais un document photocopié et qui est en construction encore parce que je suis en train de réviser certaines affaires, par l'instant j'ai déjà 75 problèmes, fait que ça risque d'être autour de ça à la fin. Peut-être un peu plus, peut-être un peu moins, mais beaucoup des choses, de travail avec les problèmes. »

Une visée : devenir efficace en résolution de problèmes

Nous pouvons observer aussi que pour Maurice l'efficacité dans la résolution de problèmes semble quelque chose d'important.

---

[41] Maurice a préparé deux documents qu'il a donnés aux élèves à la toute première séance sur le concept de proportionnalité : des notes de cours sur la proportionnalité et un cahier avec des problèmes sur le raisonnement proportionnel. Les notes de cours présentent les contenus qui seront traités en classe et le cahier de problème présente 95 problèmes qui vont faire le tour des contenus proposés. L'analyse des notes de cours et du cahier de problèmes sera présentée par la suite.

> « Des problèmes et des exercices, mais c'est surtout des problèmes, mais ça devient quasiment répétitif à un moment donné, mais ... juste pour les mettre à l'aise et rapides, parce que je suis du genre à faire des examens des fois qui sont un peu longs ... par rapport à d'autres profs, mais je veux qu'ils soient capables de faire pareil. »

Des problèmes gradués

Un autre point qui paraît important pour Maurice réside dans le fait qu'il veut que les élèves deviennent efficaces, et cette efficacité va venir d'un travail sur la résolution de problèmes qui est introduit de façon graduelle, progressive.

> « C'est plus gradué, très gradué comme ça, je ne mélange pas trop, je vais mélanger à la fin proche des examens, pas avant. »

Quels problèmes? Critères de choix

Dans l'entrevue avec Maurice on peut identifier des critères de choix pour les problèmes qui seront présentés aux élèves :

Variété de problèmes :

Dans cet extrait de l'entrevue, Maurice nous parle de l'importance de la variété de problème en soulignant qu'il entend s'assurer d'avoir tous ces différents problèmes dans les exercices qu'il propose aux élèves.

> «Dans le sens que si c'est comparer des rapports et des taux, c'est sûr que je vais m'assurer d'avoir une variété de problèmes; où est-ce qu'on compare des rapports et des taux, si dans les objectifs... »

Choix guidée par les difficultés

Un autre point qui guide le choix de problèmes de l'enseignant est celui du niveau de difficulté des problèmes. Comme nous l'avons souligné auparavant, les problèmes seront présentés d'une façon graduelle et nous pourrions ajouter, à ce choix d'échelonnement des problèmes, le niveau de difficulté qui, à notre avis, sera lui aussi progressif. Il s'agira de partir de problèmes plus simples pour arriver à la fin à de problèmes plus complexes.

> « Tu sais sont quelles les difficultés qu'ils arriveront à attraper. C'est pour ça que je choisis les problèmes par rapport aux difficultés, parce que je m'attends qu'ils fassent. »

> « C'est plus gradué, très gradué comme ça, je ne mélange pas trop, je vais mélanger à la fin proche des examens, pas avant. »

Problème avec modification d'un paramètre :

L'enseignant attribue aussi de l'importance, dans le choix de ses problèmes, au type de problème et aux consignes qui sont données dans le programme d'études.

> « Si la modification d'une donnée qu'influence un rapport ou un taux, c'est dans les objectifs, donc je m'assure d'avoir des problèmes là-dessus »

Problèmes amenant à un réinvestissement des graphiques et tables de valeurs :

Nous pouvons noter aussi que, pour Maurice, être capable de réinvestir des connaissances qui ont été développées auparavant semble être un aspect important. Par conséquent, il s'assure d'avoir des problèmes qui vont permettre ce réinvestissement.

> « situations de proportionnalité, je m'assure d'avoir des problèmes des graphiques et des tables de valeurs parce que ça revient sur la matière qu'on a faite autant que

> possible [...] Le but quand même, c'est d'être capable de réutiliser ce qu'ils connaissent déjà pour retravailler, puis d'autres problèmes »

Statut des exercices :

Ici, nous souhaitons souligner l'importance que prend la résolution de problèmes par l'enseignant. Cette importance est aperçue dans le choix du type exercices que les élèves vont retrouver dans l'examen.

> « Idéalement les exercices que je fais, ils ne vont se retrouver pas nécessairement dans l'examen parce que c'est une intermédiaire puis au dernier examen. Je vois plus comme un examen souvent je me disais que sont des choses qu'on faisait des résolutions de problèmes de choses comme ça on devrait arriver à ça, c'est la que je m'en vais. »

Critères de construction des examens : quels choix?

La place des problèmes et des situations :

Dans l'extrait d'entrevue ci-dessous, Maurice met en évidence l'importance que prend pour lui la résolution de problèmes dans l'examen

> « Les exercices que je vais poser sont en fonction de ce que je veux atteindre, puis l'examen va représenter, parce que là j'essaie de ne pas tricher non plus là-dedans ... ce ne serait pas correct. La raison des examens? C'est sûr qu'il y a un suivi de leurs travail tout ça, mais l'évaluation va être basée sur les objectifs, encore une fois, c'est toujours le même genre de problème synthèse. Comme j'ai dit tantôt, j'essaie, peut-être qui peut avoir des petits côtés techniques, mais le plus possible laisser de côtés les choses qui sont trop techniques pour laisser plus la place aux problèmes, c'est mon objectif, puis les situations. »

Des questions « attrape »[42] *:*

Un autre choix de Maurice, par rapport à la construction de l'examen, porte sur des questions *« attrape »*. Il met en évidence des questions qui lui permettront de voir si les élèves ont surmonté leurs difficultés.

> « Puis évidemment dans les examens j'essaie d'avoir une portion qui est entre guillemets « attrape » pour voir s'ils ont bien vaincu leurs difficultés puis qu'ils ont appris à réfléchir avec le jus ou s'ils risquent de repartir sur leurs conceptions de base là ce serait déjà un début qu'ils aient appris à bien observer les choses parce qu'ils savent qu'il y a des pièges dans le fond et il ne faut pas qu'ils se fassent avoir. »

Les choix didactiques sur le mode de fonctionnement en classe anticipé

Dans cette partie nous entendons dégager les principes sous-jacents qui guident l'enseignant dans la réalisation en classe des situations.

Partir des élèves

D'une manière générale, l'enseignant parle de partir du travail des élèves pour ensuite faire évoluer ces derniers dans ses stratégies. En référence à l'activité des élèves, Maurice met en évidence le fait qu'il va les laisser essayer par eux-mêmes, pour ensuite travailler à partir de leurs erreurs.

> « Souvent je vais partir avec un problème, des problèmes, je ne sais pas encore lequel, mais c'est pas grave. Théoriquement c'est ça que je fais. Je pars d'un problème. Puis, à travers les problèmes je les laisse essayer dans le fond, puis ils proposent des choses, puis évidemment ils font des erreurs »

---

[42] Terme utilisé par Maurice lors de l'entrevue.

> « Comme je dis je ne vais pas commencer à dire telle ou telle affaire on va faire des exercices [...] on va essayer d'aller voir qu'est-ce qu'ils connaissent ça, ça, ça »

> « Idéalement, je vais leur demander leurs démarches avant un problème, pour qu'ils fassent eux mêmes. »

> « C'est leurs autres en faisant, c'est voir c'est quoi leurs démarches, c'est quoi leurs solutions, soit qu'on les accepte et qu'on le fasse progresser ou soit qu'on en propose d'autres nouvelles pour les rendre plus compétents. »

Une institutionnalisation guidée

Néanmoins, on observe que le travail des élèves est organisé à tout moment par l'enseignant qui a une place privilégiée dans la situation didactique. D'une certaine manière, il est le responsable de l'enseignement et de l'apprentissage des élèves. L'enseignant possède, *a priori,* une bonne idée de ce qu'il veut faire du travail amorcé par les élèves.

> « Puis je profite plus de leurs erreurs, pour dire dans le fond il y en a qui ont la bonne solution, il y en a qui ne l'ont pas, pourquoi c'est verte pourquoi c'est pas verte quand sera le temps, qu'est-ce que vous allez dire que c'est bon ou c'est pas bon, pour qu'ils réfléchissent la prochaine fois, pour qu'ils fassent pas d'erreur. »

> « Ils vont peut-être avoir 3 ou 4 façons différentes de le faire, on va regarder les 3 ou 4 on va essayer de retenir ce qui est plus avantageux. Peut-être que les 3 ou 4 sont équivalentes. Si c'est juste un truc de calcul par contre, on va essayer de voir pourquoi est-ce que son calcul là, lui il est bon. »

Une démarche organisée par l'enseignant dans la résolution de problèmes

A propos de la structuration de la démarche pour la résolution de problèmes, nous pouvons observer qu'elle est faite par l'enseignant. Cette structuration de la manière de résoudre le problème semble être importante pour Maurice.

> « Ensuite les problèmes avec les proportions parce que là ils sont obligés d'écrire pour chaque problème une proportion et faire le lien entre le problème écrit où tu as certaines valeurs et tu cherches la valeur manquante dans un problème. »

> « Je veux qu'ils sachent écrire bien les unités, par exemple qu'ils ont. Si je ne le fais pas, ils ne feront jamais, c'est le lien entre rapport et taux. »

> « J'insiste pour qu'ils écrivent mettons une rangée c'est des millilitres l'autre c'est des dollars pour que ça soit clair, pour que leur démarche soit bien structurée. Sinon, ils risquent de se mélanger de toute façon eux-mêmes »

À ce moment de l'analyse, nous pouvons souligner que, pour l'enseignant Maurice, le savoir mathématique prend une place importante dans la justification de ces choix didactiques. C'est le savoir qui guide ses choix pour la construction et progression de la séquence d'enseignement.

Au niveau des choix didactiques explicités par Maurice dans l'entrevue, *pour conclure sur cette étape de notre analyse*, nous souhaitons souligner l'importance centrale du travail autour de problèmes. Ce travail se fait de manière progressive, avec un niveau de difficulté croissant au cours des séances et une variété de problèmes. Ce processus vise l'acquisition, par les élèves, d'efficacité dans la résolution de problèmes.

En observant le mode de fonctionnement anticipé par l'enseignant en classe, nous constatons qu'il entend travailler à partir des connaissances antérieures des élèves. Il sait ce qu'il va faire du travail amorcé par les élèves. À partir de son discours, nous apercevons un type d'institutionnalisation guidée, où la démarche des élèves est organisée par l'enseignant (structuration de la démarche). Mais sur quels domaines de justification portent les choix didactiques de l'enseignant?

4.1.1.3. Un troisième moment d'analyse de l'entrevue

Dans la première partie de cette analyse, nous avons constaté que Maurice attribue une certaine importance aux contenus qui devront être travaillés. Le savoir prend une place importante dans la planification et l'organisation de sa séquence.

Dans la deuxième partie nous avons isolé les principes sous-jacents qui guident Maurice dans la structuration de cette séquence : l'importance du savoir mathématique de référence, la place occupée par les problèmes, le travail des élèves, la place de l'institutionnalisation.

Dans cette troisième partie, nous allons tenter d'identifier le domaine de justification auquel renvoient, lorsqu'elles sont développées, les explications qu'il nous a données sur sa planification et sur la forme qui prend sa pratique en classe. Sur quoi s'appuie-t-il au moment de justifier ses choix?

Les domaines de justification

Comme nous l'avons mis en évidence auparavant dans le cadre conceptuel, les domaines de justification de pratiques qui sont cités dans la littérature (Ngono, 2003) sont les suivants. Elle peut être cognitive, elle prend alors en compte les itinéraires cognitifs que les enseignants adoptent pour leurs élèves. Elle peut être médiative au sens où elle concerne les accompagnements des enseignants pendant le déroulement des séances, les interactions avec les élèves. Elle peut être encore personnelle, c'est-à-dire relative aux conceptions des enseignants, à leur histoire personnelle, à leur expérience professionnelle. Elle sera ensuite sociale, quand elle renvoie à l'appartenance à un certain « habitus », à un métier. Enfin elle peut prendre une forme institutionnelle et se rapportera dès lors aux programmes et aux instructions officielles.

En analysant l'entrevue faite avec Maurice, son discours nous conduit à différents domaines de justification. Un de ces domaines est celui de la composante institutionnelle.

En référence aux études ultérieures de ces élèves (orientation)

En ce qui concerne l'orientation future de ses élèves, il présente des justifications d'ordre personnel. C'est lui qui a décidé de mettre de l'emphase sur les rapports et taux, sur la différence entre les deux, sur la notation parce que, selon lui, cela est essentiel quand on se destine à des études en science.

> « Oui, juste pour en arriver, c'est dans le sens ... distinguer entre les deux (*en faisant référence à rapport et taux*). Même si ce n'est pas un objectif ... terminal ... même si c'est juste intermédiaire puis qu'ils disent de ne pas mettre l'accent là-dessus en sciences ... surtout ces élèves-là de l'international, c'est encore plus important. Il y en a beaucoup ... Ils vont beaucoup en sciences et il faut qu'ils soient autonomes là-dedans. »

En référence au programme et aux objectifs qu'on y retrouve

Même si Maurice explicite des choix quant aux contenus qui sont à travailler, sans qu'ils soient nécessairement liés aux programmes d'études, il fait aussi référence aux objectifs du programme. Il souligne ainsi que si des contenus sont dans le programme, il va s'assurer d'être en possession de problèmes qui tiennent compte de ces objectifs.

> « Dans le sens que si c'est comparer des rapports et des taux, c'est sûr que je vais m'assurer d'avoir une variété de problèmes où est-ce qu'on compare des rapports et des taux, si dans les objectifs… ça c'est basé sur le programme au début quand même, c'est pas moi qui ai inventé les objectifs pour le fun. Si la modification d'une donnée qu'influence un rapport ou un taux, c'est dans les objectifs, donc je m'assure d'avoir des problèmes là-dessus»

La contrainte du temps :

Cette contrainte va apparaître également comme un élément de justification dans le choix d'amener certaines procédures de résolution.

> « C'est que j'amène quand même assez vite le produit croisé sinon ce serait trop long … je l'ai fait déjà et c'était trop long. »

Cette contrainte du temps va jouer aussi dans l'aménagement proposé de l'examen.

> « L'examen souvent est en deux parties. Je dis ça hors propos parce que le premier examen pour les tables de valeurs et graphique et aussi jusqu'aux proportions, des problèmes avec des proportions, parce que les situations de proportionnalité se trouvent dans le deuxième examen, sinon ça serait trop tard pour le premier examen et si je faisais juste avec tables de valeurs et graphiques ça serait trop tôt »

La Composante personnelle :

On peut observer que l'enseignant a une certaine conception de l'enseignement de ce contenu qui cherche à faire des liens avec la vie quotidienne.

> « Propriété des proportions … plus ou moins, dans le sens que sont pas vraiment les objectifs qui sont les plus souvent visés par les examens de fin d'année, mais dans le sens que c'est plutôt naturel. »

> « Ok. Encore une fois, il faut qu'ils soient capables de comparer des rapports et des taux, parce qu'il y a un peu partout dans la vie de tous les jours. »

La Composante cognitive :

Dans ce qui se réfère à la composante cognitive, on note qu'apparaît, dans les justifications de Maurice, une idée de réinvestir ce que les élèves connaissent.

> « Le but quand même, c'est d'être capable de réutiliser ce qu'ils connaissent déjà pour retravailler, puis d'autres problèmes, comment je regarde tout, bon je regarde ce que sort d'intéressant, puis ce qui me semble fort »

À ce moment de l'analyse, nous pouvons souligner qu'il y a deux domaines de justification qui sont plus présents chez Maurice, soit la composante personnelle et la composante institutionnelle. Nous observons cela à partir du moment où il explicite l'importance que prennent les rapports et taux, par exemple (composante personnelle), ou encore lorsqu'il introduit des contenus plus rapidement à cause du temps que cela lui prendrait s'il faisait différemment (composante institutionnelle).

Même si les domaines de justification ne sont pas trop explicites chez Maurice, ce que nous avons pu identifier nous donnent une idée des champs de justifications les plus importants pour lui.

4.1.1.4. Bilan global de l'analyse de l'entrevue sur la planification

Dans la première partie de l'analyse, Maurice attribue une certaine importance aux contenus qui devront être travaillés. Le savoir mathématique de référence prend une place importante dans la planification, l'organisation et l'anticipation du fonctionnement des séances. On a noté aussi que la séquence d'enseignement (les contenus préalables et les étapes) est bien structurée et qu'elle est pensée à l'avance par l'enseignant. Parmi les contenus pensés à cette étape par l'enseignant, les concepts de taux et rapport occupent une place importante.

Discussion autour de la prise en compte par Maurice d'un travail sur rapport et taux

À partir de l'importance attribuée par Maurice, lors de l'entrevue sur la planification, aux concepts de rapport et taux, à leur comparaison et à leur distinction par les élèves (éléments considérés par lui comme une étape importante de la séquence), nous nous sommes demandée pourquoi cet enseignant insiste tant sur ces deux concepts, en particulier pourquoi il enseigne la distinction entre ces deux concepts, et ce dans la partie qui porte sur la proportionnalité ?

Un retour sur le cadre théorique et le concept de proportionnalité

Dans les analyses théoriques que nous avons consultées (Noelting, 1978; Post, Behr et Lesh, 1988; René de Cotret, 1991; Vergnaud, 1991; Hersant, 2001) du concept de proportionnalité, les chercheurs ne s'attardent pas à cette distinction entre rapport et taux. Cette distinction ne semble donc pas pertinente à leurs yeux. À l'instar de ces chercheurs, nous ne nous sommes pas attardée non plus, dans notre analyse du concept de proportionnalité (voir chapitre II) à ces concepts.

Mathématiquement, aujourd'hui, une telle distinction n'a pas vraiment de sens ni de pertinence. Il est en effet usuel de considérer possible une division/ un quotient d'une certaine grandeur par une autre grandeur référant à des unités de natures différentes (120 km en 3 heures donnera 40km par heure, ou encore 2/3 km en 1 minute). *Alors pourquoi tant insister sur cette distinction?*

Un détour du côté d'une analyse épistémologique

Une brève analyse historique/ épistémologique du concept de proportion nous permet de mieux comprendre d'où origine une telle distinction.

Janvier, Charbonneau, René de Cotret (1989), dans leur utilisation de l'histoire pour analyser le développement de la notion de variable, ont mis en évidence l'obstacle épistémologique qu'a constitué la proportion, dans sa forme d'écriture traditionnelle, à la construction du concept de variable.

Les auteurs nous rappellent quelle est la forme de cette écriture qui s'exprime comme une mise en relation entre deux grandeurs

> « ...depuis les grecs jusqu'au XV$^{\text{ème}}$ siècle, la proportion a été écrite selon une formule discursive et non pas comme une égalité de rapports écrits sous forme de fractions. Ainsi une loi bien connue de la physique s'écrivait chez Galilée : les espaces parcourus par un corps en chute libre sont entre eux comme le carré des temps pris pour les parcourir » (p. 68).

Cette écriture, et ce qu'elle sous-entend sur le plan conceptuel, a constitué un obstacle à la notion de variable, en occultant complètement, comme nous le montrerons les auteurs, l'aspect fonctionnel

> « .. la proportion s'étant imposée comme un instrument d'analyse à quatre entrées efficace et universel, a empêché l'avènement de la prise en compte de la variable en ne permettant pas de la mettre directement en relation avec la grandeur dont elle dépend » (p 69).

Quelle est la nature plus précise de cet obstacle? L'expression d'une proportion telle qu'elle se déclinait à l'époque ne permettait pas une mise en relation entre des unités différentes.

> « Pendant longtemps de plus, on n'a jamais combiné à l'intérieur de chacun des rapports d'une proportion des unités de types différentes. Par exemple, les aires de deux cercles sont entre elles comme le carré de leurs rayons était la formulation habituelle et courante, alors que l'expression l'aire de C1 est au carré de son rayon r1 comme l'aire de C2 est au carré de son rayon r2 était inusitée » (p 68-69).

Il est en effet impossible, pour les grecs, de combiner des aires et des longueurs, des grandeurs de natures différentes.

> « Le rapport donne un nombre « pur » exprimant le nombre de fois qu'une mesure se retrouve dans une autre, comme c'est le cas dans la tradition grecque, la combinaison ou le mélange d'unités se retrouve écartée » (p 69).

La prise en compte de grandeurs de natures différentes dans l'expression d'un rapport a donc bel et bien été un obstacle historiquement, comme le mettent en évidence ces travaux. Sous-jacent à cette conceptualisation du rapport telle qu'elle s'exprime à cette époque, se retrouve une idée de mise en relation entre des mesures, fort différente de la conceptualisation que nous en avons aujourd'hui.

> « Il faut bien comprendre que le rapport, en tant que mise en relation, se distingue d'un quotient, ce qui aujourd'hui avec l'écriture contemporaine échappe à plusieurs » (p 69).

Cette distinction entre grandeurs homogènes (même nature) et non homogènes (nature différente) a donc eu une importance historiquement, on le voit dans ce qui précède, et a été à la source d'un obstacle épistémologique important à l'élaboration de la notion de variable.[43] Toutefois cette distinction apparaît aujourd'hui, alors que

---

[43] Cet obstacle a également été mis en évidence dans certains travaux de recherche en didactique des mathématiques chez les élèves (Vergnaud, 1979), les élèves ayant ici recours plus fréquemment dans

cet obstacle est depuis longtemps dépassé, caduque, comme nous le montrent d'ailleurs, à titre d'illustration, quelques manuels anciens consultés sur ce contenu.

Ainsi dans le nouveau traité d'arithmétique décimale[44], on retrouve la définition suivante « on appelle rapport de deux nombres le quotient de la division de ces deux nombres. Le rapport de 3 à 4 s'écrit 3 : 4 ou 3/4. Le rapport de 12 à 4 est 3. Le rapport de 15 à 7 est 15/7 ou 2 1/7 » (p 229). Et plus près de nous, dans l'arithmétique des clercs de St Viateur[45] au Québec, on retrouve la définition suivante « Le rapport d'un nombre à un autre est la fraction qui a pour numérateur le premier nombre et pour dénominateur le deuxième nombre. La fraction 6/9 peut donc se lire le rapport de 6 à 9 » (p 122).

Dans ces livres, il n'y est fait mention que de rapports, ces derniers étant associés à une fraction, à un quotient.

Alors pourquoi cet enseignant, dans le cas que nous avons observé, insiste t-il tant sur cette distinction?

Notre analyse nous a amenée à rechercher du côté des contraintes institutionnelles une origine possible à l'entrée de cet objet de savoir dans l'enseignement de la proportionnalité. Nous nous sommes intéressée dans un premier temps à la manière dont ces deux concepts sont abordés dans le programme d'études du Québec (1994), programme en vigueur lors de notre collecte de données. Ensuite, de quelle manière ces concepts sont abordés dans le manuel didactique utilisé en classe.

---

des problèmes de proportion à des stratégies scalaires, en évitant ainsi d'avoir recours à la notion de taux ou de combiner des unités de mesure.

[44] Nouveau Traité d'arithmétique décimale (1870). Paris : Poussielgue Frères.

[45] Arithmétique 8ème et 9ème année (1946). Les clercs de St Viateur. Montréal : Librairie St Viateur.

Dans le programme d'études au Québec (MEQ, 1994)

Comme nous avons pu l'imaginer, l'emphase donnée aux rapports et aux taux dans les classes de secondaire II, n'est rien d'autre qu'une mise en œuvre des objectifs énoncés dans le programme d'études. Nous le verrons dans ce qui suit.

À l'objectif général 2, il est annoncé que l'élève sera amené à établir des rapports ou des taux :

> « l'élève sera, à l'occasion, amené à comparer des nombres ou des quantités pour établir des rapports ou des taux; l'objectif n'est pas ici d'engager un débat sémantique sur les termes « rapport » et « taux » mais de présenter aux élèves des situations où l'on compare des éléments de même nature pour établir un rapport et des situations où l'on compare des éléments de nature différente pour établir un taux »[46] (p. 28)

Cela dit, nous pouvons observer qu'une place est attribuée aux rapports et aux taux. En allant un peu plus loin dans notre analyse, nous avons pu observer que tout l'objectif terminal 2.1 était dédié à « résoudre des problèmes portant sur des rapports et des taux » (p. 30). Alors, effectivement, une place importante est attribuée à ces deux concepts dans le programme d'études (1994). Même si nous nous questionnons sur la pertinence du temps attribué en classe par les deux enseignants observés (nous verrons plus tard que la même observation a été faite chez Jacques) et le coût associé (vu les difficultés et les incidents critiques lors des séances en classe dans le cas de Jacques par exemple, voir 4.2.2.2.) pour établir la distinction entre ces deux concepts, nous faisons l'hypothèse que ce choix a principalement comme origine une contrainte

---

[46] Dans la formulation de cet objectif, on voit bien cependant que pour les concepteurs du programme, il ne s'agit nullement de s'attarder à la différence entre ces deux termes, mais davantage de confronter l'élève à différents types de situations (faisant intervenir des éléments de même nature ou de nature différente).

institutionnelle, ces concepts ayant une place importante dans le programme, comme nous le montre l'extrait ci-dessous :

> « L'élève devra établir, lire, interpréter, comparer des rapports et des taux et saisir qu'un rapport ou un taux traduit une relation » (p. 30)

Plus précisément, nous pouvons observer le « poids » institutionnel qu'exerce le besoin de traiter les rapports et les taux pour le développement d'un raisonnement proportionnel :

> « Souvent, le mot « proportion » désigne tout ensemble constitué de quatre nombre a, b, c et d avec lesquels on établit l'égalité des rapports a : b = c : d. » (p. 28)

Si une proportion peut être définie comme étant l'égalité des rapports, le besoin que l'élève soit en mesure de faire la différence entre un rapport et un taux se justifie. Dans le même ordre d'idée, le programme dédie tous les objectifs intermédiaires (2.1) aux rapports et aux taux :

- Traduire une situation par un rapport ou un taux.
- Interpréter un rapport ou un taux.
- Comparer des rapports et des taux.
- Interpréter les effets d'une modification à une des quantités qui forment un rapport ou un taux dans une situation donnée.
- L'ordre de changement d'un rapport ou d'un taux étant donné, indiquer la ou les modifications apportées aux quantités qui forment ce rapport ou ce taux. (p. 31)

Cette constatation nous éclaire sur le pourquoi du temps passé en classe sur ces concepts[47]. Même si un regard sur le programme d'études nous éclaire déjà sur le choix des enseignants de traiter les rapports et les taux en lien direct et nécessaire ~~à~~ avec l'apprentissage de la proportionnalité, une analyse sommaire du manuel didactique employé par un des deux enseignants que nous avons observé, Jacques, nous permettra d'avoir une compréhension plus fondée de ce choix[48].

Dans ce manuel scolaire en vigueur sous ce programme, comme nous le verrons par la suite, nous trouvons également cette distinction entre un rapport et un taux.

Dans le manuel scolaire « carrousel mathématique »

En témoignant de ce qui est prescrit dans le programme d'études du secondaire (MEQ, 1994), nous retrouvons dans la partie consacrée aux proportions de ce manuel scolaire une grande emphase mise sur les rapports et les taux, comme nous pouvons l'observer à partir des points indiqués dans l'itinéraire 2 « Les proportions »

Les grandes idées :	**Objectifs terminaux :**
• Compréhension et interprétation des notions de rapport et de taux;	Résoudre des problèmes portant sur des rapports ou des taux.
• Comparaison de rapports et de taux;	Résoudre des problèmes portant sur des proportions.

---

[47] Le programme d'étude met par ailleurs l'accent ultérieurement sur la notion de fonction, on peut se demander si l'insistance qui est mise sur les concepts de taux et rapport n'est pas aussi liée à cette entrée par la suite vers les fonctions.

[48] Pour ce qui est de Maurice, nous verrons plus loin que dans les notes de cours qu'il a préparée pour les élèves le concept de rapport et de taux prend une place importante, en étant présenté dans les mêmes lignes que les indications trouvées dans le programme d'études (MEQ, 1994). Pour cette raison, nous ne nous attarderons pas à cette étape à une analyse (pour plus de détails voir 4.1.2.)

- Variation de rapports ou de taux;
- Analyse de situations de proportionnalité;
- Construction de graphique;
- Compréhension de la notion de proportion;
- Recherche d'un terme manquant dans une proportion.

Par la suite, les situations de proportionnalité sont introduites comme étant « des situations donnant lieu à des rapports ou à de taux équivalents » (p. 73). Ce qui fait référence directe à ce qui a été vu précédemment dans le manuel en termes de séquence prévue (progression présentée pour les rapports et les taux).

Nous pouvons observer (cf. définition ci-dessous) de plus que dans le manuel utilisé le rapport est défini en termes d'une relation (dont on ne spécifie nullement la nature, cette dernière demeure en effet ambiguë, si l'on parle de division par la suite, elle est associée avant tout à la notation) entre grandeurs de même nature (avec une insistance mise sur les mêmes unités)[49].

> « Un rapport est un mode de comparaison entre deux grandeurs de même nature exprimées dans les mêmes unités et faisant intervenir la notation de division » (p. 54)

Et un taux est défini en termes d'une relation (dont on ne spécifie pas la nature non plus) entre grandeurs de nature différentes ou en référence à un certain vocabulaire (le sens profond de la relation semble évacué) :

---

[49] On verra dans le cas de Jacques par la suite (cf. 4.2.2.2.) que ces différents éléments seront repris, posant plusieurs difficultés lors de la séance en classe avec les élèves autour de ce que veut dire rapport et taux.

> « Si la comparaison met en relation deux grandeurs de nature différente ou emploie des mots tels que *en, par, pour, chacun,* etc., on parle alors de **taux** au lieu de rapport » (p. 55).

Cette façon de définir un rapport et un taux pourrait être à l'origine de la confusion qui va s'opérer chez Jacques[50].

Ces informations viennent ainsi nous éclairer sur les raisons possibles qui, dans la pratique de Maurice, font qu'il accorde un temps si important aux rapports et aux taux, dans la partie consacrée aux proportions en secondaire II. Cette contrainte institutionnelle est d'ailleurs explicitement mentionnée par ce dernier dans l'entrevue (cf. 4.1.1.)

D'autres éléments semblent aussi justifier dans ce cas l'introduction de cette distinction

Dans le cas de Maurice, nous avons pu noter qu'il fait référence à un cheminement des élèves vers les sciences et justifie à travers cela l'importance de faire la distinction entre un rapport et un taux.

> « Oui, juste pour en arriver, c'est dans le sens … distinguer entre les deux (*en faisant référence à rapport et taux*). Même si ce n'est pas un objectif … terminal … même si c'est juste intermédiaire puis qu'ils disent de ne pas mettre l'accent là-dessus, en sciences … surtout ces élèves-là de l'international, c'est encore plus important. Il y en a beaucoup … Ils vont beaucoup en sciences et il faut qu'ils soient autonomes là-dedans » (1er entrevue)

Il fait aussi référence à un autre aspect, soit à l'importance que ces concepts prennent dans la vie courante (composante personnelle) :

---

[50] Pour plus de détails voir 4.2.2.2.

> « Ok. Encore une fois, il faut qu'ils soient capables de comparer des rapports et des taux, parce qu'il y a un peu partout dans la vie de tous les jours. »

Néanmoins, il est important de souligner que même si Maurice fait référence aux sciences ou à la vie courante pour justifier le choix de faire la distinction entre ces deux concepts, ni lui ni Jacques (comme nous le verrons par la suite) n'explicitent beaucoup les raisons qui les amènent à passer tant de temps sur les rapports et les taux. Nous faisons l'hypothèse que cette importance est une conséquence d'une contrainte institutionnelle, présente d'abord dans le programme d'études, ensuite dans les manuels scolaires, comme nous l'avons vu.

De retour au bilan sur la première entrevue

Selon Maurice, les élèves ont des connaissances antérieures qui ont été acquises dans la vie courante ou à l'école, et qui seront réutilisées dans l'apprentissage de la proportionnalité. Un autre point qu'on peut observer chez Maurice c'est le fait qu'il s'attend à ce qu'il y ait un engagement des élèves par rapport à la résolution de problèmes, tout en ayant conscience des difficultés présentes chez ces derniers. Ces difficultés vont, d'une certaine manière, guider sa façon d'intervenir en classe.

Dans la deuxième partie, nous avons pu souligner les principes sous-jacents qui guident Maurice dans la structuration de cette séquence : l'importance du savoir mathématique de référence, la place occupée par les problèmes, le travail des élèves, la place de l'institutionnalisation.

Pour Maurice, le savoir mathématique occupe une place importante dans la justification de ses choix didactiques. C'est le savoir qui guide ses choix pour la construction et la progression de la séquence d'enseignement. Il compte structurer sa séquence à partir d'un travail sur les problèmes qui vont être présentés d'une manière progressive et qui permettra aux élèves, à la fin de la séquence, de développer une efficacité dans la résolution de problèmes.

Quand on observe le mode de fonctionnement anticipé par l'enseignant en classe, on note que c'est lui qui organise le travail des élèves. Cette organisation apparaît à partir d'un travail de structuration de la démarche des élèves.

Dans la troisième partie, les domaines de justification auxquels Maurice fait référence sont la composante institutionnelle et personnelle. On a pu observer aussi que même si ces justifications ne sont pas beaucoup développées dans son discours, elles nous donnent une idée du champ d'intérêt sur lequel porte ses choix. Il nous reste alors à observer comment, en classe, Maurice met en pratique sa planification.

4.1.2. Analyse des notes de cours remises aux élèves

Pour appuyer l'analyse des notes de cours de Maurice, nous avons tenu compte de certaines actions entreprises en classe (par exemple, à quel moment et de quelle manière les notes de cours ont-elles été distribuées aux élèves? Est-ce qu'il les présentait? En disant quoi?). Cette avancée sur la pratique en classe nous a aidés à comprendre le statut que Maurice attribue aux notes de cours.

Nous savons que les notes de cours ont été données aux élèves à la séance précédant la séquence sur la proportionnalité et qu'elles sont partagées en deux parties. La première partie introduit le contenu mathématique de cette séquence et la deuxième porte sur des exercices et des problèmes devant être faits par les élèves au fur et à mesure de l'avancée des séances. Pendant l'entrevue, Maurice nous parle un peu de ses notes de cours, en nous disant que comme il les donne au départ, qu'il ne va pas revenir sur tout le contenu, mais juste sur quelques exemples :

> « Étant donné que je les donne les notes de cours, que je donne l'information, puis que je ne passerai pas tout ça, c'est sûr que je vais revoir les examens (*exercices*) importants avec eux, mais souvent je vais partir avec un problème, des problèmes, je ne sais pas encore lequel, mais c'est pas grave. » (lignes 248 à 251).

Pendant l'entrevue, Maurice fait aussi référence à ses notes de cours en parlant des problèmes qu'il propose aux élèves. Il explicite que c'est lui qui construit les notes de cours en choisissant un peu partout des problèmes, parce qu'il veut s'assurer qu'il y ait, entre autres, des problèmes qui présentent des structures différentes.

> « Je fais un document photocopié et qui est en construction encore parce que je suis en train de réviser certaines affaires, pour l'instant j'ai déjà 75 problèmes, fait que ça risque d'être autour de ça à la fin. » (lignes 134 à 137)

> « C'est sûr que je vais m'assurer d'avoir une variété de problèmes, où est-ce qu'on compare des rapports et des taux, si dans les objectifs… […]. Si la modification d'une donnée qu'influence un rapport ou un taux, c'est dans les objectifs, donc je m'assure d'avoir des problèmes là-dessus, situations de proportionnalité, je m'assure d'avoir des problèmes des graphiques et des tables de valeurs » (lignes 157 à 163).

Ceci dit, on voit que Maurice a le souci de présenter aux élèves différents types de problèmes qui correspondent aux différentes parties des notes de cours (rapports et taux, modification d'un paramètre, situation de proportionnalité) et la préparation des notes de cours semble occuper une place importante pour lui.

Lorsqu'on a analysé dans l'entrevue la manière dont Maurice a structuré la progression de sa séquence, on a pu observer que les étapes sont organisées en fonction du contenu mathématique de la façon suivante : Rapports et taux (définition, notation, différence, liens, comparaison), proportions (caractéristiques, propriétés, recherche d'une valeur inconnue dans une proportion, suites proportionnelles, problèmes avec des proportions) et reconnaissance de situations proportionnelles ou non-proportionnelles. Nous analyserons maintenant plus en détail la façon dont Maurice aborde cette progression dans ses notes de cours :

Comment chacune des étapes se concrétise-t-elle? Quelles sont les procédures de résolution plus spécifiques que l'enseignant essaie de mettre en place chez les élèves? Quels sont les éléments auxquels il semble tenir (ses choix didactiques)?

Compte tenu du rôle que semblent jouer pour lui ces notes de cours, notes qui sont distribuées aux élèves au début de la séquence sur la proportionnalité, il nous est apparu important d'en faire une analyse afin de dégager, d'une part, comment se concrétisent dans ce matériel donné aux élèves, cette progression, et les choix didactiques qu'il fait, *a priori* et, d'autre part, de caractériser l'activité mathématique susceptible d'être induite chez les élèves en lien avec l'apprentissage de la proportionnalité.

Actualisation des différentes étapes :

Les notes de cours (partie théorique) sont organisées en trois grandes étapes : tout d'abord les rapports et taux, ensuite les proportions et problèmes de proportionnalité et, enfin, la reconnaissance de situations proportionnelles. On retrouve bien là les grandes étapes annoncées dans l'entrevue. Nous analyserons chacune de ces étapes en essayant de dégager ce que l'enseignant valorise, et comment il présente ces étapes dans le document.

Dans la première partie des notes de cours (les points 2.1, 2.2, 2.3 et 2.4) sont présentées les notions de rapport, de taux et la comparaison des rapports et des taux. On trouve surtout dans cette section des définitions et quelques exemples. On trouve en plus deux méthodes pour comparer les rapports et les taux, ainsi qu'une section sur l'effet de la modification d'un des termes d'un rapport ou taux sur l'autre.

Dans la deuxième partie (les points 2.5, 2.6 et 2.7) apparaissent la notion de proportion et la définition de trois propriétés des proportions. Une autre section porte sur la recherche d'un terme inconnu dans une proportion et sur la présentation de deux techniques pour trouver ce terme manquant.

Dans la troisième et dernière partie (les points 2.8 et 2.9), l'enseignant présente les situations proportionnelles et non-proportionnelles.

4.1.2.1. Analyse de la première partie des notes de cours portant sur rapport et taux

Une première référence aux rapports et taux a été faite par l'enseignant lors de l'entrevue initiale. L'analyse de cette première partie fait ressortir le fait qu'il aborde les taux et les rapports comme des concepts qui vont permettre d'introduire la notion de proportion. En outre, ils seront réutilisés dans la vérification de l'égalité de rapports et dans la recherche d'un terme manquant, en concordance avec ce que nous disait l'enseignant dans l'entrevue.

> « L'idée de rapport, taux et autres c'est plus pour introduire. Propriété des proportions ... plus ou moins, dans le sens que ce sont pas vraiment les objectifs qui sont les plus souvent visés et (???) par les examens de fin d'année, mais dans le sens que c'est plutôt naturel. C'est sûr qu'il y a toute une partie que j'ai peut-être oubliée un peu, quand on rentre dans les rapports et taux avant de faire des proportions, trouver la valeur manquante, toute la comparaison et modification d'un paramètre sur l'autre. » (1^{ere} entrevue, lignes 104 à 109).

Dans les notes de cours, ces contenus sont présentés au tout début du document fourni aux élèves, ce qui nous permet de croire qu'ils seront utilisés pour introduire les proportions. Mais au-delà de ce statut accordé au contenu mathématique, que ressort-il de l'analyse du document fourni aux élèves?

Avant d'entrer dans cette analyse, il est important d'expliciter la façon dont nous l'avons abordée. D'une part, nous avons cherché à montrer que certaines des catégories de sens, qui avaient été identifiées à l'occasion de l'analyse de l'entrevue (cf. 4.1.1), comme par exemple le sens donné au contenu mathématique, sont précisées dans les notes de cours. D'autre part, cette analyse permet de mettre en lumière l'apparition de nouvelles catégories de sens au sein des notes de cours qui n'apparaissaient pas lors de l'analyse de l'entrevue.

L'analyse de cette première partie des notes de cours va être présentée de façon émergente, en suivant le document donné aux élèves. Nous avons choisi ce mode de présentation pour éviter de perdre le fil conducteur qui a conduit l'enseignant à structurer ainsi ces notes de cours. Nous dégagerons par la suite *a posteriori* les catégories de sens qui émergent de cette analyse.

À propos de la notion de rapport[51], on trouve dans cette section d'abord la définition de ce qu'est un rapport, avec une emphase mise sur le fait que les unités sont de même nature « *Un **RAPPORT** est une comparaison entre 2 quantités de **même nature*** ». Ensuite, il introduit la notation, à cette occasion il met les élèves en garde contre une certaine façon de lire celle-ci « *Le rapport 2/5 se lit **2 POUR 5** (et non 2 cinquième*). À ce moment, on peut se demander si cette mise en garde correspond pour l'enseignant à une façon d'éviter l'erreur liée à la lecture de fractions.

À plusieurs moments, l'enseignant explicite aux élèves une certaine marche à suivre. Ces marches à suivre pouvant être vues comme étant en quelque sorte l'expression

---

[51] Tous les rectangles en gris ont été insérés par la chercheure et sont des points sur lesquels on veut attirer l'attention (voir figure 4.2 pour cette première partie des notes de cours).

de ses attentes « *Lorsqu'on a les* ***MÊMES UNITÉS, on ne les écrit pas!*** » ou encore « *On* ***SIMPLIFIE (réduit)*** *les rapports.* »

Un autre point qui nous paraît important est celui de l'introduction par l'enseignant du sens de la notion de rapport (deux sens sont ici introduits : partie-tout et partie-partie). Ici, encore, on sent que l'enseignant fait des mises en garde, ce que nous amène encore une fois à penser qu'il cherche à éviter l'erreur chez les élèves « ***Note :*** *Tous les pourcentages ont le sens PARTIE D'UN TOUT.* » Comme aussi : « *2 filles* ***POUR*** *3 garçons →* ***2 : 3***

Attention : *Il y a 5 enfants en tout!* »

A priori[52] quelle activité mathématique risque d'être induite chez les élèves par cette approche?

D'après la façon dont Maurice présente l'organisation de sa séquence dans l'entrevue et la manière dont il structure les notes de cours données aux élèves dans cette partie, on dénote un certain encadrement des élèves et un certain souci par rapport à la structuration de leur démarche. Voici d'ailleurs ce qu'il disait dans l'entrevue à ce sujet.

> « C'est plus gradué, très gradué comme ça, je ne mélange pas trop, je vais mélanger à la fin proche des examens, pas avant. » (lignes 172 à 173).

> « L'idée c'est de toujours écrire la proportion pour savoir c'est quoi qui est quoi parce que j'insiste pour qu'ils écrivent mettons une rangée c'est des millilitres l'autre c'est des dollars pour que ça soit clair, pour que leurs démarche soit bien structurée. Sinon, ils risquent de se mélanger de toute façon eux-mêmes » (lignes 225 à 228).

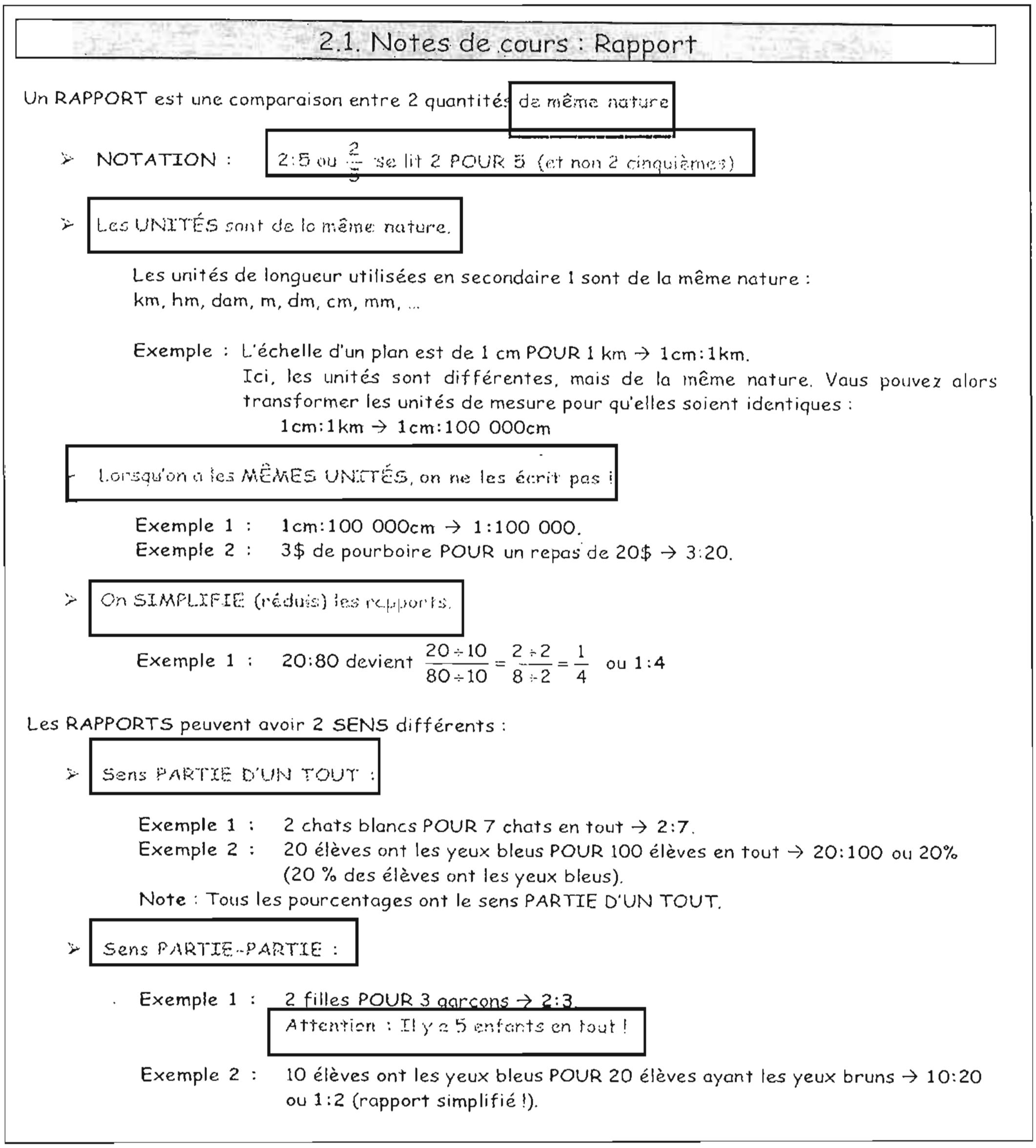
---

[52] Il s'agit ici d'une hypothèse *a priori* faite par la, chercheure en regard des éléments qui se dégagent des notes de cours.

On retrouve ces caractéristiques dans les notes de cours de Maurice, à travers entre autres les marches à suivre conseillées aux élèves, et les attentes explicitées. L'importance que semble prendre pour Maurice la structuration de la démarche peut avoir une influence sur l'activité mathématique qui risque d'être induite chez les élèves. Dans le cas de rapports, on remarque que l'accent est mis sur la notation et sur la simplification des rapports. Ici, les élèves sont amenés à écrire le problème en respectant une certaine forme d'écriture « *3$ de pourboire POUR un repas de 20$ → 3:20.* » ou encore en simplifiant d'une manière donnée :

$$\frac{20 \div 10}{80 \div 10} = \frac{2 \div 2}{8 \div 2} = \frac{1}{4} \text{ ou } 1:4$$

Dans le cas des taux, l'accent est mis aussi sur une façon de noter, la nécessité d'indiquer les unités, et le passage obligé par le taux unitaire. Dans la comparaison, la simplification et le recours au taux unitaire seront réinvestis.



2.1. Notes de cours : Rapport

Un RAPPORT est une comparaison entre 2 quantités de même nature

- NOTATION : 2:5 ou $\frac{2}{5}$ se lit 2 POUR 5 (et non 2 cinquièmes)
- Les UNITÉS sont de la même nature.

Les unités de longueur utilisées en secondaire 1 sont de la même nature :
km, hm, dam, m, dm, cm, mm, ...

Exemple : L'échelle d'un plan est de 1 cm POUR 1 km → 1cm:1km.
Ici, les unités sont différentes, mais de la même nature. Vaus pouvez alors transformer les unités de mesure pour qu'elles soient identiques :
1cm:1km → 1cm:100 000cm

- Lorsqu'on a les MÊMES UNITÉS, on ne les écrit pas !

Exemple 1 : 1cm:100 000cm → 1:100 000.
Exemple 2 : 3$ de pourboire POUR un repas de 20$ → 3:20.

- On SIMPLIFIE (réduis) les rapports.

Exemple 1 : 20:80 devient $\frac{20 \div 10}{80 \div 10} = \frac{2 \div 2}{8 \div 2} = \frac{1}{4}$ ou 1:4

Les RAPPORTS peuvent avoir 2 SENS différents :

- Sens PARTIE D'UN TOUT :

Exemple 1 : 2 chats blancs POUR 7 chats en tout → 2:7.
Exemple 2 : 20 élèves ont les yeux bleus POUR 100 élèves en tout → 20:100 ou 20%
(20 % des élèves ont les yeux bleus).
Note : Tous les pourcentages ont le sens PARTIE D'UN TOUT.

- Sens PARTIE-PARTIE :

Exemple 1 : 2 filles POUR 3 garçons → 2:3.
Attention : Il y a 5 enfants en tout !
Exemple 2 : 10 élèves ont les yeux bleus POUR 20 élèves ayant les yeux bruns → 10:20 ou 1:2 (rapport simplifié !).

Figure 4.2 – Notes de cours sur Rapport[53]

---

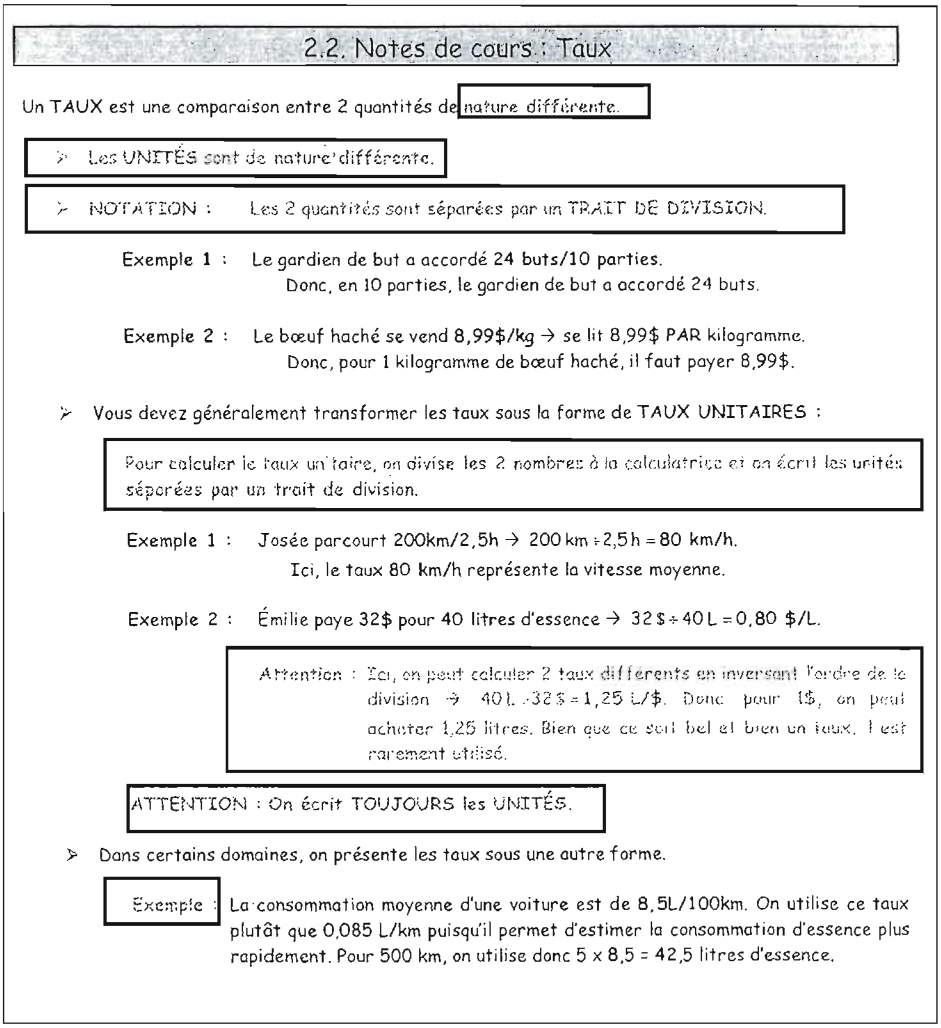
[53] Nous ne nous prononçons pas dans la lecture que nous ferons des notes de cours par la suite sur les contradictions qu'on y retrouve en référence au savoir mathématique. La même attitude sera reprise pour toute la thèse. Il ne s'agit pas en effet pour nous de juger l'enseignant sur le contenu qu'il présente et les erreurs qu'il fait, mais de comprendre cette pratique du point de vue de l'acteur qu'est l'enseignant.

Les Taux

Par rapport à la partie sur la notation de taux, la première remarque que nous pouvons faire porte sur le sens qui lui est donné. Nous observons que Maurice reprend le même pattern de présentation de notes de cours que celui qu'il a utilisé pour les rapports. Il définit ainsi au départ un taux en mettant l'accent sur la notation (choix didactiques auxquelles il tient). Pour ce qui est de la notation, Maurice la verbalise en mettant les élèves en garde (*mises en garde*) pour qu'ils ne lisent pas des taux de la même façon que se lisent des fractions « *2 : 5 ou 2 / 5 se lit 2 POUR 5 (et non 2 cinquièmes)* ». Dans les rapports, l'enseignant verbalisait aussi la notation, mais ici il nomme surtout les grandeurs du problème « *8,99$/Kg -> se lit 8,99$ PAR Kilogramme* ».

Dans la façon dont Maurice présente la transformation des taux, il est possible d'identifier quelles sont ses attentes. Pour lui, les taux doivent être transformés en taux unitaires « *Vous devez généralement transformer les taux sous la forme de TAUX UNITAIRES* ». Pour cela il donne aux élèves une marche à suivre (une procédure de résolution) « *Pour **calculer** le taux unitaire, on **divise les 2 nombres** à la calculatrice et on écrit **les unités séparées par un trait de division*** ». Une autre attente de l'enseignant en référence aux taux est celle de l'écriture « *ATTENTION : On écrit TOUJOURS les UNITÉS* ». Nous avions vu aussi qu'une importance portée à l'écriture des unités était aussi présente quand il présentait les rapports (point 2.1) ainsi que lors de l'entrevue.

Nous retrouvons aussi une mise en garde faite aux élèves par rapport aux différents types d'écriture possibles dans le cas des taux, par laquelle il indique que certaines écritures sont plus appropriées que d'autres « ***Attention :*** *Ici, on peut calculer 2 taux différents en inversant l'ordre de la division -> 40L ÷ 32$ = 1,25 L/$. Donc, pour 1$, on peut acheter 1,25 litre. Bien que ce soit bel et bien un taux, il est rarement utilisé* ». Nous pourrions croire que l'enseignant s'attend à ce que les élèves, dans d'autres situations similaires, utilisent le taux le plus familier (le plus courant dans la vie de tous les jours).



2.2. Notes de cours : Taux

Un TAUX est une comparaison entre 2 quantités de nature différente.

➢ Les UNITÉS sont de nature différente.

➢ NOTATION : Les 2 quantités sont séparées par un TRAIT DE DIVISION.

Exemple 1 : Le gardien de but a accordé 24 buts/10 parties.
Donc, en 10 parties, le gardien de but a accordé 24 buts.

Exemple 2 : Le bœuf haché se vend 8,99$/kg → se lit 8,99$ PAR kilogramme.
Donc, pour 1 kilogramme de bœuf haché, il faut payer 8,99$.

➢ Vous devez généralement transformer les taux sous la forme de TAUX UNITAIRES :

Pour calculer le taux unitaire, on divise les 2 nombres à la calculatrice et on écrit les unités séparées par un trait de division.

Exemple 1 : Josée parcourt 200km/2,5h → 200 km ÷ 2,5 h = 80 km/h.
Ici, le taux 80 km/h représente la vitesse moyenne.

Exemple 2 : Émilie paye 32$ pour 40 litres d'essence → 32 $ ÷ 40 L = 0,80 $/L.

Attention : Ici, on peut calculer 2 taux différents en inversant l'ordre de la division → 40 L ÷ 32 $ = 1,25 L/$. Donc pour 1$, on peut acheter 1,25 litres. Bien que ce soit bel et bien un taux, il est rarement utilisé.

ATTENTION : On écrit TOUJOURS les UNITÉS.

➢ Dans certains domaines, on présente les taux sous une autre forme.

Exemple : La consommation moyenne d'une voiture est de 8,5L/100km. On utilise ce taux plutôt que 0,085 L/km puisqu'il permet d'estimer la consommation d'essence plus rapidement. Pour 500 km, on utilise donc 5 x 8,5 = 42,5 litres d'essence.

Figure 4.3 – Notes de cours sur Taux

Comparaison des rapports et taux

Pour ce qui est de la section relative à la comparaison des rapports et des taux, nous retrouvons aussi un certain sens donné par l'enseignant à cette comparaison. Comme pour les parties précédentes il donne d'abord la définition « ***comparer*** *2 rapports ou 2 taux, c'est déterminer s'ils sont égaux ou si un est plus grand que l'autre. Lorsque 2 rapports ou 2 taux sont* ***égaux****, on dit qu'ils sont* ***ÉQUILAVENTS*** »

Ensuite, nous assistons aussi à la présentation d'une marche à suivre, dans laquelle sont présentées deux méthodes[54] pour comparer des rapports et des taux. Ces méthodes sont appuyées par des exemples. Dans la présentation des méthodes, certains éléments sont à souligner. D'abord, l'enseignant réinvestit ce qu'il a introduit précédemment avec le taux unitaire « *comparons le prix unitaire de chacun en trouvant le prix d'une seule canette* ». Ceci vient confirmer l'analyse précédente, où revenir au taux unitaire semble être pour lui quelque chose d'important.

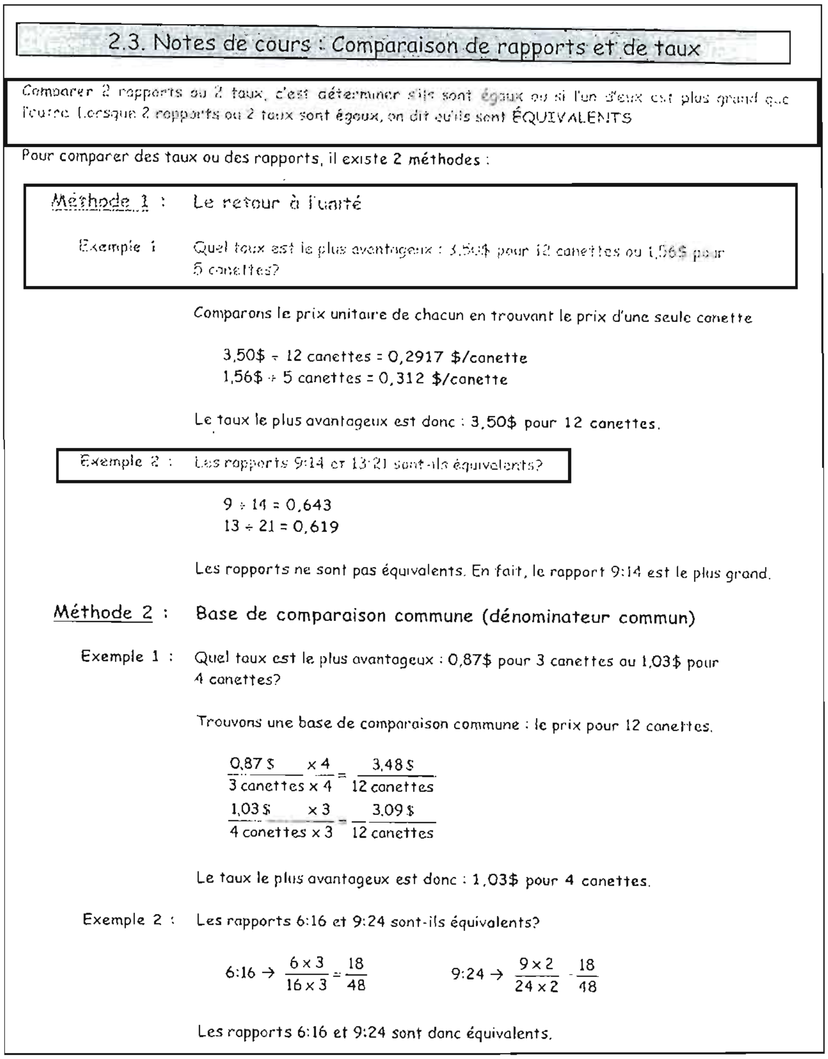
Le deuxième point que nous avons souligné à partir de l'analyse est en relation avec les exemples qu'il donne. Ici, pour chacune des méthodes présentées, Maurice donne deux exemples : le premier est présenté dans un contexte avec l'écriture des unités, et le deuxième contient seulement des données numériques (dans ce cas nous pouvons observer qu'il y a une perte de sens, la comparaison n'est plus en référence à un contexte, mais reste uniquement numérique). Veut-il préparer ainsi une certaine décontextualisation, et un passage à une méthode plus générale?

Dans cette partie, nous ne retrouvons pas de mise en garde, ni l'explicitation d'attentes de la part de l'enseignant (mais nous pouvons penser que les méthodes introduites correspondent à des attentes de la part de l'enseignant sur la démarche à suivre). Ces deux catégories ne sont pas présentes sans doute (c'est la supposition que

---

[54] C'est le terme utilisé explicitement dans les notes de cours par l'enseignant.

nous faisons ici), parce que les rapports et les taux ont été déjà abordés et parce que les mises en garde et les attentes par rapport à ces contenus ont été déjà précisés. Il reste à voir si nous allons retrouver des mises en garde et l'explicitation d'attentes dans les prochains développements des notes de cours.



2.3. Notes de cours : Comparaison de rapports et de taux

Comparer 2 rapports ou 2 taux, c'est déterminer s'ils sont égaux ou si l'un d'eux est plus grand que l'autre. Lorsque 2 rapports ou 2 taux sont égaux, on dit qu'ils sont ÉQUIVALENTS

Pour comparer des taux ou des rapports, il existe 2 méthodes :

Méthode 1 : Le retour à l'unité

Exemple 1 Quel taux est le plus avantageux : 3,50$ pour 12 canettes ou 1,56$ pour 5 canettes?

Comparons le prix unitaire de chacun en trouvant le prix d'une seule canette

3,50$ ÷ 12 canettes = 0,2917 $/canette
1,56$ ÷ 5 canettes = 0,312 $/canette

Le taux le plus avantageux est donc : 3,50$ pour 12 canettes.

Exemple 2 : Les rapports 9:14 et 13:21 sont-ils équivalents?

9 ÷ 14 = 0,643
13 ÷ 21 = 0,619

Les rapports ne sont pas équivalents. En fait, le rapport 9:14 est le plus grand.

Méthode 2 : Base de comparaison commune (dénominateur commun)

Exemple 1 : Quel taux est le plus avantageux : 0,87$ pour 3 canettes ou 1,03$ pour 4 canettes?

Trouvons une base de comparaison commune : le prix pour 12 canettes.

$$\frac{0{,}87\,\$ \quad \times 4}{3 \text{ canettes} \times 4} = \frac{3{,}48\,\$}{12 \text{ canettes}}$$

$$\frac{1{,}03\,\$ \quad \times 3}{4 \text{ canettes} \times 3} = \frac{3.09\,\$}{12 \text{ canettes}}$$

Le taux le plus avantageux est donc : 1,03$ pour 4 canettes.

Exemple 2 : Les rapports 6:16 et 9:24 sont-ils équivalents?

$$6{:}16 \rightarrow \frac{6 \times 3}{16 \times 3} = \frac{18}{48} \qquad 9{:}24 \rightarrow \frac{9 \times 2}{24 \times 2} = \frac{18}{48}$$

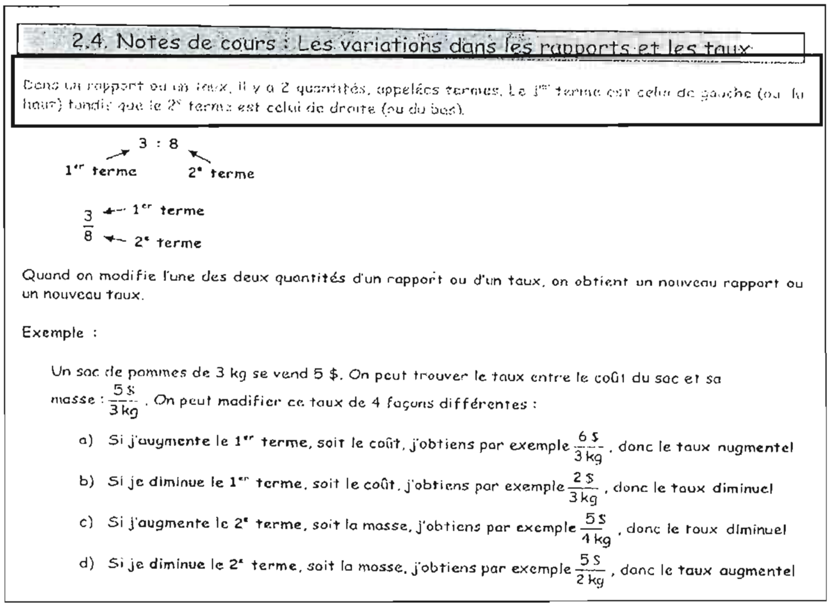
Les rapports 6:16 et 9:24 sont donc équivalents.

Figure 4.4 – Notes de cours sur la comparaison de Rapports et de Taux

Modification d'un paramètre

Quand Maurice présente la variation dans les rapports et les taux (point 2.4), il s'agit là du sens accordé par l'enseignant au contenu, il la présente comme une transformation « *Quand on modifie l'une des deux quantités, d'un rapport ou d'un taux, on obtient un nouveau rapport ou un nouveau taux* ».

Le premier point que nous pouvons observer réside dans l'importance qui est accordée, immédiatement après cette définition, à la notation et, à cette occasion, au vocabulaire. À ce stade, Maurice présente le 1^{er} et le 2^e terme. Nous supposons que ces termes sont présentés à la fin de la partie sur les rapports et les taux parce qu'ils vont être réutilisés (nous le verrons par la suite) dans les proportions. Ensuite, il donne un exemple de ce que se passe quand on modifie l'une des deux quantités d'un rapport ou d'un taux. Il tente ici de montrer aux élèves (mais ceci reste implicite) le rôle que joue ici chacune des quantités dans cette variation (effet direct ou inverse).



2.4. Notes de cours : Les variations dans les rapports et les taux

Dans un rapport ou un taux, il y a 2 quantités, appelées termes. Le 1^{er} terme est celui de gauche (ou du haut) tandis que le 2^e terme est celui de droite (ou du bas).

Quand on modifie l'une des deux quantités d'un rapport ou d'un taux, on obtient un nouveau rapport ou un nouveau taux.

Exemple :

Un sac de pommes de 3 kg se vend 5 \$. On peut trouver le taux entre le coût du sac et sa masse : $\frac{5\ \$}{3\ \text{kg}}$. On peut modifier ce taux de 4 façons différentes :

a) Si j'augmente le 1^{er} terme, soit le coût, j'obtiens par exemple $\frac{6\ \$}{3\ \text{kg}}$, donc le taux augmente!

b) Si je diminue le 1^{er} terme, soit le coût, j'obtiens par exemple $\frac{2\ \$}{3\ \text{kg}}$, donc le taux diminue!

c) Si j'augmente le 2^e terme, soit la masse, j'obtiens par exemple $\frac{5\ \$}{4\ \text{kg}}$, donc le taux diminue!

d) Si je diminue le 2^e terme, soit la masse, j'obtiens par exemple $\frac{5\ \$}{2\ \text{kg}}$, donc le taux augmente!

Figure 4.5 – Notes de cours sur les variations dans les rapports et les taux

À la fin de l'analyse de cette première partie des notes de cours de Maurice (points 2.1 à 2.4), différentes catégories émergent (qui constituent les catégories de sens construites par la chercheuse ou que nous avons construites au cours de notre analyse). Ces catégories prennent d'abord la forme d'un certain sens donné au contenu par l'enseignant. Elles concernent ensuite des attentes explicitées auprès des élèves (des éléments auxquels il tient), ainsi qu'une marche à suivre conseillée et enfin des mises en garde (pour éviter l'erreur). Voici les éléments qui ressortent de l'analyse précédente :

Rapport	Taux	Comparaison de rapports et taux	Variations dans les rapports et taux
Un certain sens accordé au contenu par l'enseignant			
Insistance mise sur des quantités de même nature	Insistance mise sur des quantités de natures différentes	Idée d'égalité introduite Insistance sur des rapports ou taux équivalents	Transformation du rapport ou du taux quand l'une des quantités est modifiée (variation directe, inverse)
Significations possibles (il se place sur un plan didactique) : -partie – tout -partie – partie	Significations possibles : Pas données	---	Présentation du vocabulaire / notation (1^{er} terme et 2^{e} terme)
Notation introduite en même temps que la notion (une insistance mise sur la notation, sa verbalisation) 2 : 5 ou 2 / 5 (verbalisée)	Notation introduite en même temps que la notion : 24 buts / 10 parties (verbalisée)	Un exemple en contexte et un exemple numérique	
Attentes explicites et implicites			
Sur l'écriture :			
On n'écrit pas les unités	On écrit toujours les unités Écriture du taux plus familière (à retenir)	Présentation des méthodes : -retour à l'unité -dénominateur commun	Explicitation d'un sens
Sur le calcul :			
On simplifie les rapports	On transforme en taux unitaire	---	---
Marche à suivre (procédure de calcul conseillée)			
On simplifie les rapports / on n'écrit pas les unités	On divise les 2 nombres (à la calculatrice) et on écrit les unités séparées pas un trait de division	Comparer le prix unitaire de chacun / aller chercher le dénominateur commun	---

Mises en garde (prévenir l'erreur?)			
2 / 5 se lit 2 pour 5 et non 2 cinquièmes	On écrit toujours les unités	---	---
2 filles pour 3 garçons. Attention : il y a 5 enfants en tout (il veut éviter que l'élève considère le rapport 2 pour 3 comme 2 tiers)	Deux taux sont possibles pour une même situation, mais il y a un choix plus approprié.		

Tableau 4.1 - Synthèse de la première partie des notes de cours

Bilan de l'analyse de la première partie des notes de cours

Après l'analyse de cette première partie des notes de cours (rapports et taux), nous pouvons dégager quelques caractéristiques de la pratique de l'enseignant. Une certaine réflexion didactique de la part de Maurice émerge à travers la verbalisation qu'il fait des notations, à travers le sens qu'il donne au rapport (partie-partie / partie-tout) et avec ses mises en garde, par lesquelles nous voyons que l'enseignant est conscient de certaines erreurs que peuvent faire les élèves. Par ailleurs, ce souci de prévenir l'erreur et de structurer les démarches montre, sans doute, qu'il veut que les élèves réussissent et qu'ils sachent comment aborder la résolution du problème. Cette démarche de l'enseignant nous conduit, toutefois, à nous interroger sur cette façon d'anticiper les erreurs des élèves. Constitue-t-elle un moyen de les faire progresser dans la connaissance d'une manière contrôlée?

Pour ce qui est de l'activité mathématique susceptible d'être induite chez l'élève, l'accent est mis sur la structuration de la démarche et sur l'écriture des unités. La présentation des calculs qui devront être faits est différente pour comparer des rapports ou pour comparer des taux. Cela est suivi de deux méthodes où, encore une fois, l'accent est mis sur l'écriture des unités dans les problèmes portant sur la comparaison des taux.

Dans ce sens, l'activité mathématique susceptible d'être induite chez l'élève est surtout placée sur des « manières » de résoudre le problème. Celles-ci reposent sur des points importants qui ont été soulignés par l'enseignant (par exemple, la nomenclature ou des méthodes à employer) et qui devront être prises en compte par les élèves.

Afin d'analyser les autres parties des notes de cours, nous allons nous référer à présent aux catégories de sens qui ont été dégagées dans l'analyse sur les rapports et les taux, que nous énumérons brièvement : le sens donné au contenu, les attentes explicitées, la marche à suivre et les mises en garde.

4.1.2.2. Analyse de la deuxième partie des notes de cours portant sur les proportions

Dans les notes de cours sur les proportions, nous remarquons d'abord l'explicitation de la notion de proportion, suivie de la définition de trois propriétés. À cette étape, nous pouvons nous interroger sur les raisons pour lesquelles l'enseignant présent ces propriétés.

Nous retrouvons également la recherche d'un terme inconnu dans une proportion, et la présentation, dans ce cas, de deux techniques pour trouver le terme manquant. Pourquoi l'enseignant présente-t-il ces techniques[55]?

L'analyse des notes de cours sous l'angle des catégories de sens dégagées précédemment nous permettra, entre autres, de répondre à ces questions.

Première catégorie : le sens accordé au contenu.

De la même manière que nous avons pu l'observer dans l'analyse de la section sur les rapports et les taux, nous remarquons que Maurice commence la partie sur les proportions par la définition d'une proportion « *Égalité de 2 rapports ou de 2 taux, donc 2 rapports ou 2 taux* ***équivalents*** ».

Une certaine insistance est donc mise dès le départ sur la définition. C'est par l'intermédiaire d'une définition[56] qu'il introduit le contenu dans les notes de cours.

---

[55] Le terme « technique » est employé par l'enseignant.

Cette définition, tout comme dans les sections précédentes, est illustrée par des exemples. Toutefois, des différences apparaissent ici quant à la nature des exemples considérés. Si dans la première partie (rapport et taux) nous avions au moins un exemple avec contexte, ici les deux exemples ne sont que des exemples numériques. Ceci confirme le souci qu'à l'enseignant d'une certaine décontextualisation et d'un passage à la généralisation.

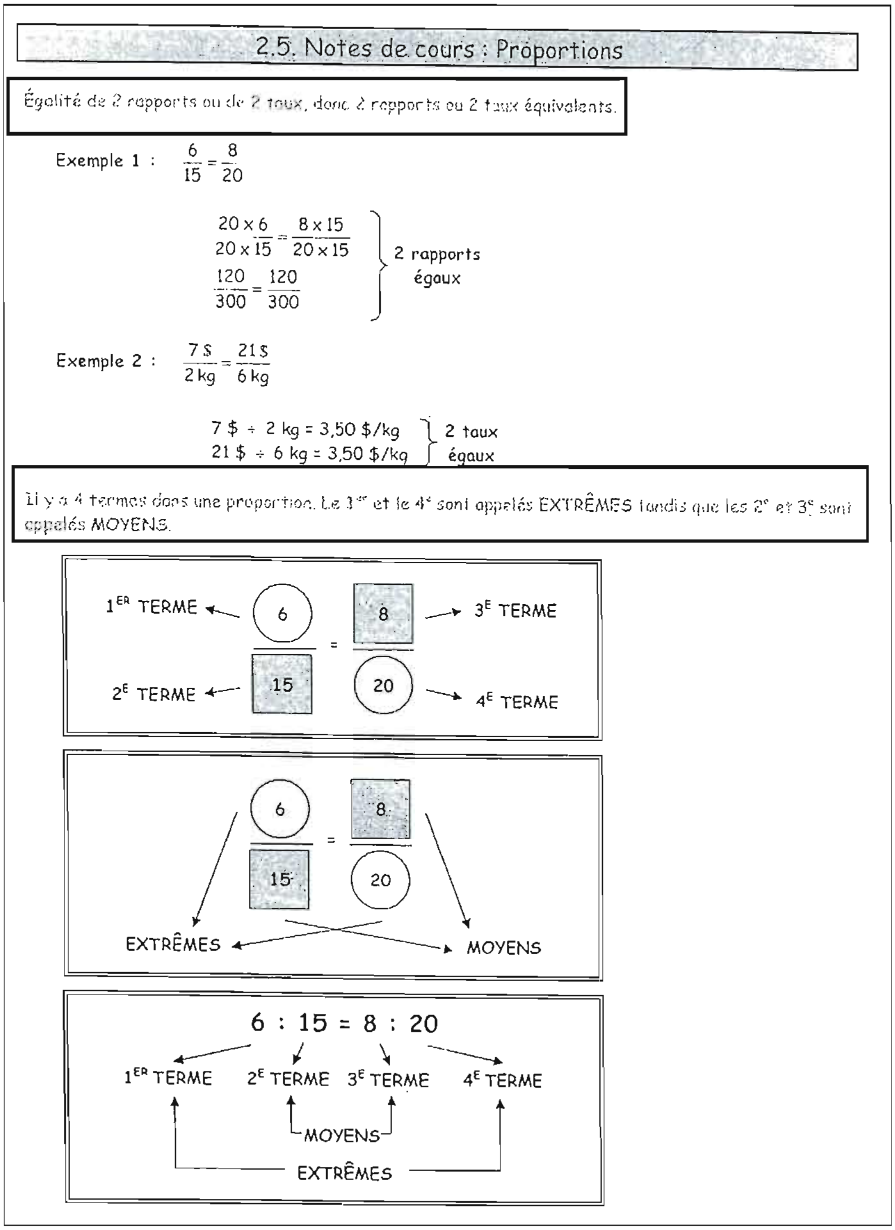
Dans la partie sur les proportions (point 2.5) Maurice introduit, tout comme précédemment, la notation et le vocabulaire « *Il y a 4 termes dans une proportion. Le 1er et le 4e sont appelés* ***EXTRÊMES*** *tandis que les 2e et 3e sont appelés* ***MOYENS*** »

Nous retrouvons ainsi la même organisation de la séance : définition, exemples, notation (reprise dans chaque section). Une certaine insistance est mise, comme dans le précédent, sur la notation et le vocabulaire, ce qui constitue un choix didactique.

Il présente ainsi deux terminologies différentes pour les proportions, celle de termes : 1er, 2e, 3e et 4e, et celle de Moyens et Extrêmes. Nous retrouvons ainsi un réinvestissement des notations qui ont été présentées dans le point précédent $\frac{6}{15} = \frac{8}{20}$ et $6:15 = 8:20$

---

[56] D'autres approches seraient possibles, par exemple, par le recours à des mises en situation, la résolution des problèmes. Ce choix est donc caractéristique de cet enseignant.



2.5. Notes de cours : Proportions

Égalité de 2 rapports ou de 2 taux, donc 2 rapports ou 2 taux équivalents.

Exemple 1 : $\frac{6}{15}=\frac{8}{20}$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{20\times 6}{20\times 15}=\frac{8\times 15}{20\times 15}\\ \frac{120}{300}=\frac{120}{300}\end{array}\right\}\text{2 rapports égaux}$$

Exemple 2 : $\frac{7\,\$}{2\,\text{kg}}=\frac{21\,\$}{6\,\text{kg}}$

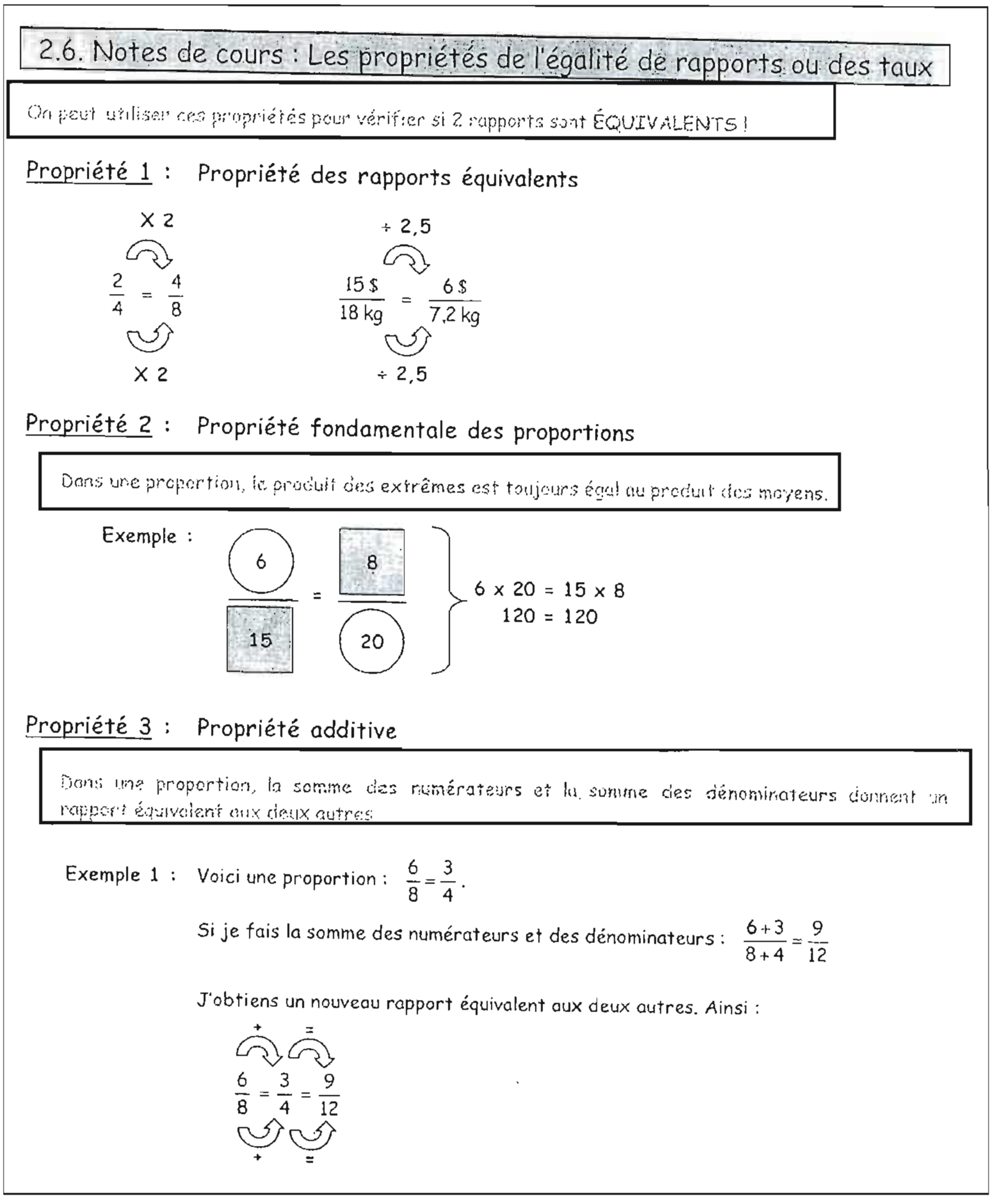
$$\left.\begin{array}{l}7\,\$ \div 2\text{ kg} = 3{,}50\text{ \$/kg}\\ 21\,\$ \div 6\text{ kg} = 3{,}50\text{ \$/kg}\end{array}\right\}\text{2 taux égaux}$$

Il y a 4 termes dans une proportion. Le 1^{er} et le 4^{e} sont appelés EXTRÊMES tandis que les 2^{e} et 3^{e} sont appelés MOYENS.

Figure 4.6 – Notes de cours sur les proportions

Ensuite, dans la partie dédiée aux propriétés de proportions (point 2.6), Maurice les présente avec l'objectif de vérifier si deux rapports ou deux taux sont équivalents. Une idée d'outil est sous-jacente à l'introduction de ces propriétés « *On peut utiliser ces propriétés pour vérifier si 2 rapports sont **ÉQUIVALENTS*** ».

L'enseignant présente ainsi trois propriétés : la propriété des rapports équivalents, la propriété fondamentale des proportions et la propriété additive. Pour la première propriété, l'un des exemples est présenté avec des unités et l'autre est numérique. Pour les deux autres propriétés, les exemples sont numériques, confirmant en quelque sorte un certain passage nécessaire pour l'enseignant à une décontextualisation.



2.6. Notes de cours : Les propriétés de l'égalité de rapports ou des taux

On peut utiliser ces propriétés pour vérifier si 2 rapports sont ÉQUIVALENTS !

Propriété 1 : Propriété des rapports équivalents

$$\begin{tikzcd} \frac{2}{4} \arrow[r, bend left, "\times 2"] \arrow[r, bend right, "\times 2"'] & \frac{4}{8} \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} \frac{15\,\$}{18\text{ kg}} \arrow[r, bend left, "\div 2{,}5"] \arrow[r, bend right, "\div 2{,}5"'] & \frac{6\,\$}{7{,}2\text{ kg}} \end{tikzcd}$$

Propriété 2 : Propriété fondamentale des proportions

Dans une proportion, le produit des extrêmes est toujours égal au produit des moyens.

Exemple :

$$\frac{\textcircled{6}}{\boxed{15}} = \frac{\boxed{8}}{\textcircled{20}} \left.\right\} \begin{array}{l} 6 \times 20 = 15 \times 8 \\ 120 = 120 \end{array}$$

Propriété 3 : Propriété additive

Dans une proportion, la somme des numérateurs et la somme des dénominateurs donnent un rapport équivalent aux deux autres.

Exemple 1 : Voici une proportion : $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

Si je fais la somme des numérateurs et des dénominateurs : $\frac{6+3}{8+4} = \frac{9}{12}$

J'obtiens un nouveau rapport équivalent aux deux autres. Ainsi :

$$\begin{tikzcd} \frac{6}{8} \arrow[r, bend left, "+"] \arrow[r, bend right, "+"'] & \frac{3}{4} \arrow[r, bend left, "="] \arrow[r, bend right, "="'] & \frac{9}{12} \end{tikzcd}$$

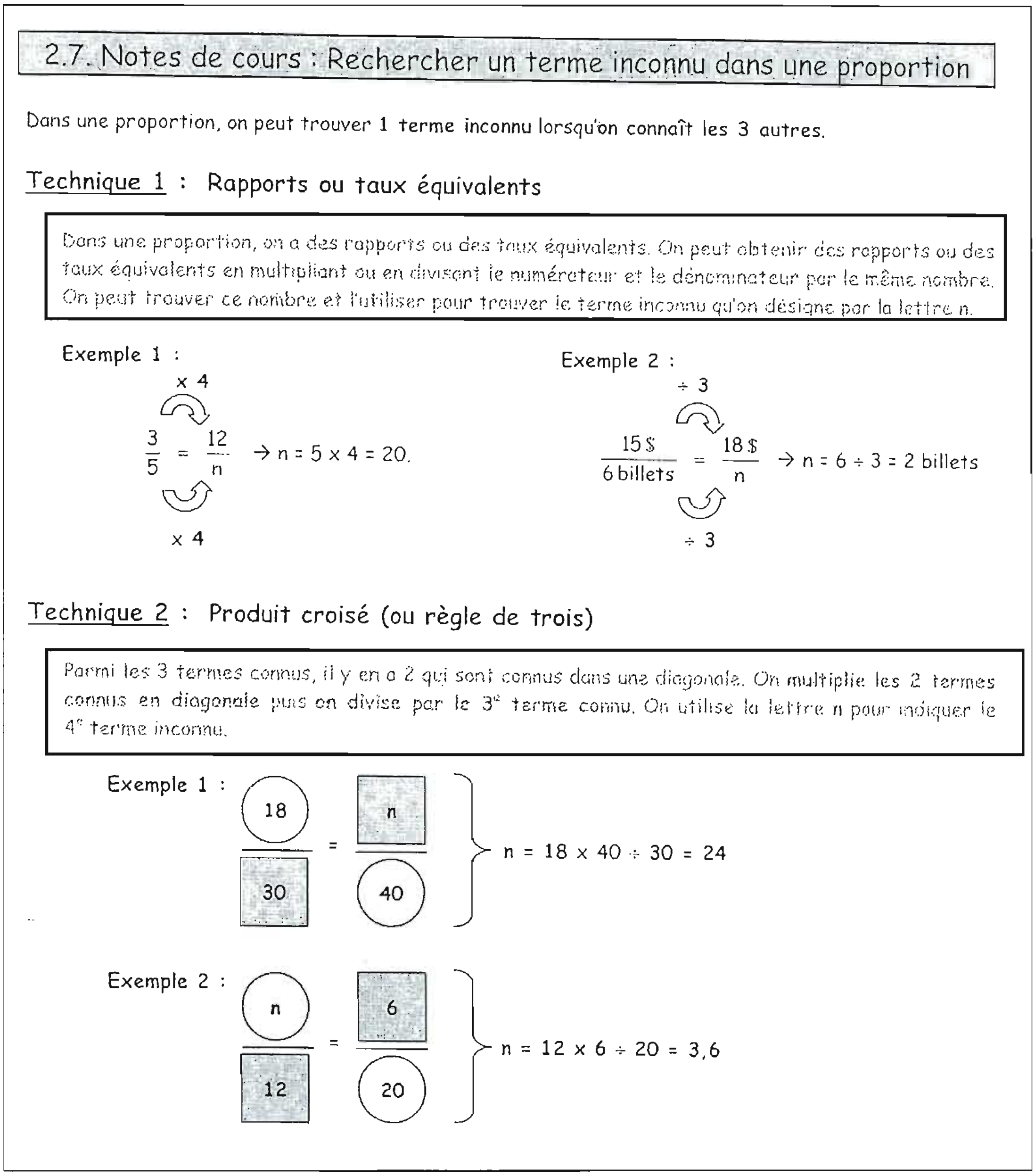
Figure 4.7 – Notes de cours sur les propriétés de l'égalité des rapports ou des taux

Dans le point 2.7 (dans lequel il s'agit de la recherche d'un terme inconnu dans une proportion), Maurice présente les notes de cours dans le même format que les parties antérieures. Il aborde les techniques qui seront utilisées pour trouver le terme manquant en donnant un certain sens à celles-ci à partir d'une verbalisation « *Dans une proportion, on a des rapports ou des taux équivalents. On peut obtenir des rapports ou des taux équivalents en multipliant ou en divisant le numérateur et le dénominateur par le même nombre. On peut trouver ce nombre et l'utiliser pour trouver le terme inconnu qu'on désigne par la lettre n* ». À ce moment, Maurice introduit aussi une nouvelle notation pour identifier le terme manquant dans une proportion, soit le « ***n*** ».

La deuxième technique, celle du produit croisé, est aussi verbalisée par Maurice « *Parmi les 3 termes connus, il y en a 2 qui sont connus dans une diagonale. On* ***multiplie les 2 termes connus en diagonale*** *puis* ***on divise par le 3^e terme connu****. On utilise la lettre n pour indiquer le 4^e terme inconnu* ». Dans ce cas, il donne en même temps, à partir de la technique suggérée, la marche à suivre pour trouver le terme inconnu et la nomenclature.

De la même manière que pour les propriétés des proportions, on note que pour la première technique présentée (à savoir celle des rapports ou taux équivalents), l'exemple qui fait référence aux rapports ne présente pas l'écriture des unités tandis que l'exemple des taux présente l'écriture des unités (en cohérence avec ce qu'il a valorisé dans la section 1). Pour ces deux techniques, des exemples numériques (hors contexte) sont présentés, plus particulièrement dans le cas du produit croisé.

Dans ce dernier cas, on voit, de plus, que l'enseignant introduit une certaine variation, sur la place possible de l'inconnu dans la notation (voir les exemples 1 et 2 ci-dessous). Une certaine réflexion didactique (implicite) est sans doute ici en jeu, visant à prévenir l'erreur éventuelle de l'élève qui consisterait à associer l'écriture des proportions à un certain format stéréotypé.



2.7. Notes de cours : Rechercher un terme inconnu dans une proportion

Dans une proportion, on peut trouver 1 terme inconnu lorsqu'on connaît les 3 autres.

Technique 1 : Rapports ou taux équivalents

Dans une proportion, on a des rapports ou des taux équivalents. On peut obtenir des rapports ou des taux équivalents en multipliant ou en divisant le numérateur et le dénominateur par le même nombre. On peut trouver ce nombre et l'utiliser pour trouver le terme inconnu qu'on désigne par la lettre *n*.

Exemple 1 :

$$\overset{\times 4}{\underset{\times 4}{\frac{3}{5} = \frac{12}{n}}} \rightarrow n = 5 \times 4 = 20.$$

Exemple 2 :

$$\overset{\div 3}{\underset{\div 3}{\frac{15\,\$}{6\text{ billets}} = \frac{18\,\$}{n}}} \rightarrow n = 6 \div 3 = 2 \text{ billets}$$

Technique 2 : Produit croisé (ou règle de trois)

Parmi les 3 termes connus, il y en a 2 qui sont connus dans une diagonale. On multiplie les 2 termes connus en diagonale puis on divise par le 3^e terme connu. On utilise la lettre *n* pour indiquer le 4^e terme inconnu.

Exemple 1 :

$$\frac{18}{30} = \frac{n}{40} \quad n = 18 \times 40 \div 30 = 24$$

Exemple 2 :

$$\frac{n}{12} = \frac{6}{20} \quad n = 12 \times 6 \div 20 = 3{,}6$$

Figure 4.8 – Notes de cours sur la recherche un terme inconnu dans une proportion[57]

---

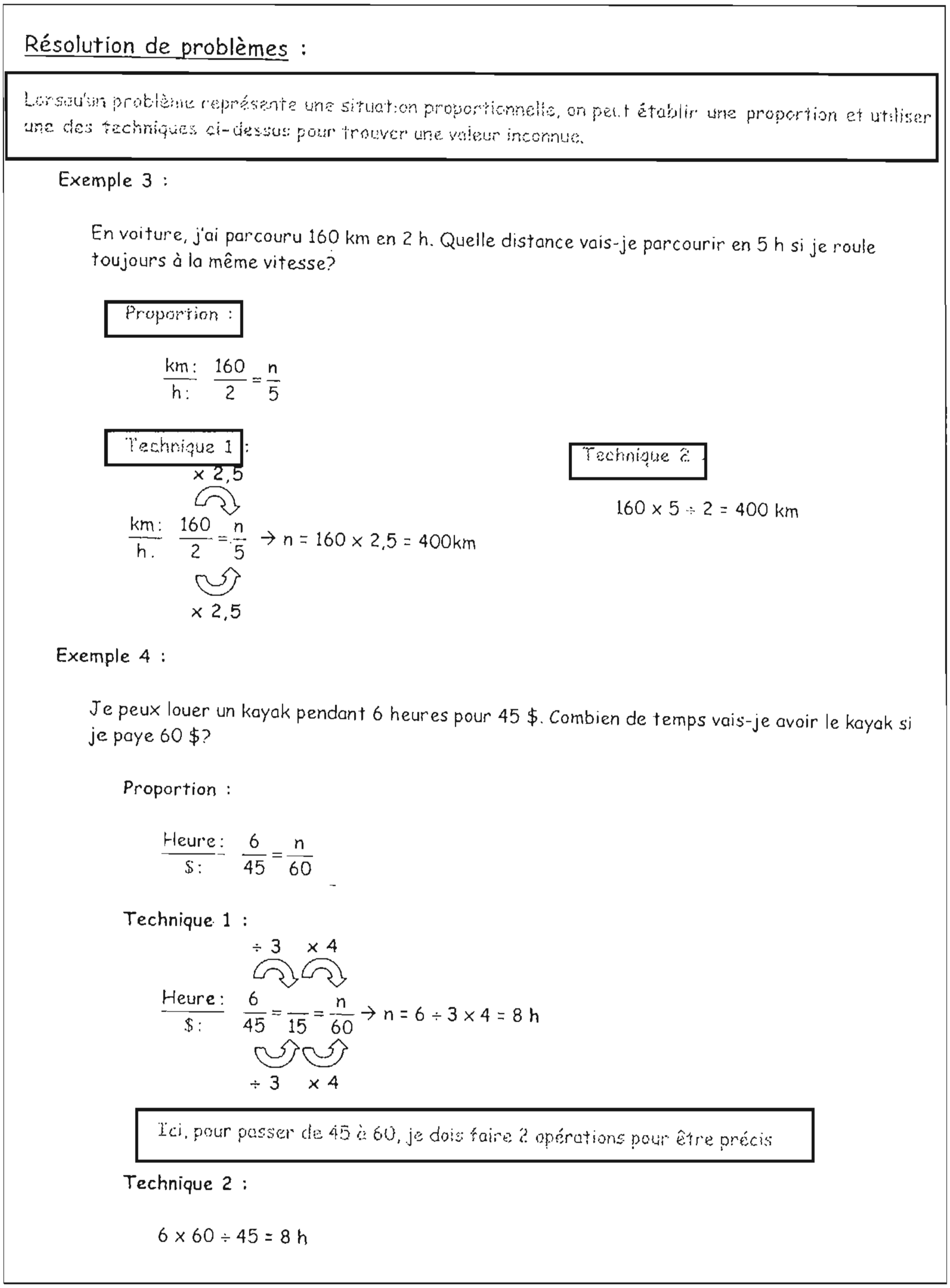
[57] À l'exemple 2 de la technique 1, nous pouvons observer probablement une erreur de transcription.

Pour ce qui est de la résolution de problèmes, Maurice présente aussi les techniques qui devront être utilisées pour trouver la valeur inconnue en donnant une certaine marche à suivre. « *Lorsqu'un problème représente une situation proportionnelle, on peut* ***établir une proportion*** *et* ***utiliser une des techniques ci-dessus*** *pour trouver une valeur inconnue* ».

Ensuite, une certaine emphase est mise sur l'écriture de la proportion. Comme Maurice l'avait annoncé dans l'entrevue, l'écriture de la proportion a comme objectif de structurer la démarche des élèves :

> « L'idée c'est de toujours écrire la proportion pour savoir c'est quoi qui est quoi parce que j'insiste pour qu'ils écrivent mettons une rangée c'est des millilitres l'autre c'est des dollars pour que ça soit clair, pour que leurs démarche soit bien structurée. » (1^{ere} entrevue, lignes 225 à 227)

Pour chacun des exemples, Maurice résout le problème en utilisant les deux techniques présentées auparavant. Il explicite à cette occasion une attente implicite « *ici pour passer de 45 à 60, je dois faire 2 opérations pour être précis* ». Maurice laisse en effet transparaître, d'une manière implicite, à ce moment, le besoin d'une précision et d'une efficacité dans ses notes de cours.



Résolution de problèmes :

Lorsqu'un problème représente une situation proportionnelle, on peut établir une proportion et utiliser une des techniques ci-dessus pour trouver une valeur inconnue.

Exemple 3 :

En voiture, j'ai parcouru 160 km en 2 h. Quelle distance vais-je parcourir en 5 h si je roule toujours à la même vitesse?

Proportion :

$$\frac{\text{km}:}{\text{h}:}\quad \frac{160}{2}=\frac{n}{5}$$

Technique 1 :

× 2,5

$$\frac{\text{km}:}{\text{h}.}\quad \frac{160}{2}=\frac{n}{5} \rightarrow n = 160 \times 2{,}5 = 400\text{km}$$

× 2,5

Technique 2

160 x 5 ÷ 2 = 400 km

Exemple 4 :

Je peux louer un kayak pendant 6 heures pour 45 $. Combien de temps vais-je avoir le kayak si je paye 60 $?

Proportion :

$$\frac{\text{Heure}:}{\$:}\quad \frac{6}{45}=\frac{n}{60}$$

Technique 1 :

÷ 3 x 4

$$\frac{\text{Heure}:}{\$:}\quad \frac{6}{45}=\frac{}{15}=\frac{n}{60} \rightarrow n = 6 \div 3 \times 4 = 8\ \text{h}$$

÷ 3 x 4

Ici, pour passer de 45 à 60, je dois faire 2 opérations pour être précis

Technique 2 :

6 x 60 ÷ 45 = 8 h

Figure 4.9 – Notes de cours sur la résolution de problèmes

Deuxième catégorie de sens : les marches à suivre.

Où pouvons-nous identifier des « marches à suivre » dans la partie sur les proportions?

Celles-ci sont présentes dans les propriétés de l'égalité des rapports et taux (point 2.6). Maurice donne un exemple et verbalise ainsi la propriété additive « *Voici une proportion [...] Si je fais la somme des numérateurs et des dénominateurs [...] J'obtiens un nouveau rapport équivalent aux deux autres [...]* »

Quand Maurice présente la deuxième technique pour trouver le terme manquant, il donne encore une marche à suivre aux élèves « *Parmi les 3 termes connus, il y en a 2 qui sont connus dans une diagonale. On* ***multiplie les 2 termes connus en diagonale*** *puis* ***on divise par le 3^e^ terme connu****. On utilise la lettre* ***n*** *pour indiquer le 4^e^ terme inconnu* ». Ce que cela nous dit, c'est que les techniques sont expliquées sous forme de marches à suivre.

Dans la partie portant sur la résolution de problèmes de proportion, l'enseignant propose aussi une marche à suivre, soit « *lorsqu'un problème représente une situation proportionnelle, on peut* ***établir une proportion*** *et* ***utiliser une des techniques ci-dessus*** *pour trouver une valeur inconnue* », tout en faisant référence aux techniques qui ont été vues auparavant. À cette étape, nous apercevons bien les raisons justifiant les étapes précédentes : proportion, propriétés, techniques. Nous voyons ainsi que les deux premières (proportion et propriétés de proportion) sont ici réinvesties. Pour écrire la proportion, Maurice suggère aussi un certain moyen dans l'exemple qu'il donne dans les notes de cours, à savoir une marche à suivre visant à écrire plus facilement la proportion. Il propose un certain arrangement, une écriture des unités, qui peut guider les élèves.

« $\frac{Km}{h} \quad \frac{160}{2} = \frac{n}{5}$ »

La justification sous-jacente de ces marches à suivre est donnée dans l'entrevue, où la « marche à suivre », la manière dont il guide l'élève dans un calcul ou un problème à résoudre, a pour but d'organiser la démarche de l'élève, d'aider celui-ci à se structurer :

> « L'idée c'est de toujours d'écrire la proportion pour savoir c'est quoi qui est quoi parce que j'insiste pour qu'ils écrivent mettons une rangée c'est des millilitres l'autre c'est des dollars pour que ça soit clair, pour que leurs démarche soit bien structurée. Sinon, ils risquent de se mélanger de toute façon eux-mêmes » (1^{ere} entrevue, lignes 227à 230).

Les deux autres catégories : attentes (explicites et implicites) et mises en garde.

Nous n'avons pas remarqué de mises en garde, ni d'attentes explicites dans les notes de cours sur les proportions. Nous faisons ainsi l'hypothèse que ces deux catégories ne se trouvent pas dans cette partie de notes de cours parce que Maurice réinvestit ici ce qu'il avait travaillé dans la partie sur les rapports et les taux. Néanmoins, nous trouvons, dans l'analyse des notes de cours, des attentes implicites. Par exemple, dans la partie dédiée aux proportions, certaines de ses indications nous semblent être des attentes implicites. Dans cette partie nous pouvons ainsi observer que l'enseignant semble se préoccuper de la précision des résultats « *Ici, pour passer de 45 à 60, je dois faire 2 opérations pour être précis* ». Une autre attente implicite porte sur l'écriture des proportions pour résoudre des problèmes « *lorsqu'un problème représente une situation proportionnelle, on peut **établir une proportion** [...]* ».

Bilan de l'analyse à cette étape

La première remarque porte sur le format de présentation des notes de cours. La structure « définition-exemples-notation » revient assez souvent. Nous remarquons aussi une certaine insistance mise sur la notation, le vocabulaire. Cela vient confirmer ce qu'il nous avait annoncé lors de la 1^{ere} entrevue, où nous avions noté que la notation, l'écriture des unités et le lien entre rapport et taux, étaient importants pour lui :

> « Je veux qu'ils sachent écrire bien les unités, par exemple qu'ils ont. Si je ne le fais pas, ils ne feront jamais, c'est le lien entre rapport et taux. » (Lignes 21 à 23)

Dans les consignes données aux élèves, l'écriture de la proportion prend aussi une place importante, place qui était auparavant attribuée à l'écriture des unités. Comme l'objectif précédent était de distinguer les rapports et les taux, l'enseignant définissait rapport et taux à partir de leur relation avec les unités dans chacun des cas (unités de même nature ou de nature différente). Il était nécessaire que les unités soient écrites. Or l'objectif est différent ici. Il concerne la proportion.

Dans le cas des proportions, l'attention est plutôt mise sur l'écriture de la proportion et sur la recherche du terme manquant. Dans ce cas, l'écriture des unités est moins importante. A ce stade, nous retrouvons plutôt l'indication d'utilisation d'une technique et un principe sous-jacent qui justifie cette dernière et qui réside dans l'idée d'efficacité, dans la contrainte de temps :

> « Ca fait plus type formule un peu là, mais on a quand même une bonne stratégie qu'on peut utiliser, mais c'est que j'amène quand même assez vite le produit croisé sinon ce serait trop long … je l'ai fait déjà et c'était trop long. » (1^{ere} entrevue, lignes 39 à 41)

La présentation de ces techniques est suivie d'exemples (qui sont décontextualisés) où l'on peut apercevoir un passage à une certaine généralisation.

La dernière remarque est basée sur le statut que prennent les proportions. Ces dernières ont un statut d'outil :

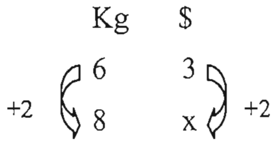
> « Ensuite les problèmes avec les proportions parce que là ils sont obligés d'écrire pour chaque problème une proportion et faire le lien entre le problème écrit où tu

as certaines valeurs et tu cherches la valeur manquante dans un problème. » (lignes 42 à 44)

Proportions	Les propriétés de l'égalité de rapports ou des taux	Recherche d'un terme inconnu dans une proportion	Résolution de problèmes
Un certain sens : des éléments valorisés par l'enseignant en lien avec....			
Un certain sens accordé à proportion « Égalité de 2 rapports ou de 2 taux, donc 2 rapports ou 2 taux équivalents »	Des propriétés vues comme un outil « on peut utiliser les propriétés pour vérifier si 2 rapports sont équivalents »	Insistance sur le vocabulaire	Résoudre un problème de proportion passe nécessairement par l'écriture de la proportion
Une insistance mise sur la notation et le vocabulaire 1er, 2e, 3e et 4e termes	Passage à une certaine généralisation (des exemples décontextualisés)	Définition introduite en même temps que la marche à suivre	Description de la technique introduite en même temps que la marche à suivre
Un passage à une certaine généralisation (des exemples décontextualisés)		Des exemples numériques	
Attentes explicites et implicites			
Insistance sur la précision « ici pour passer de 45 à 60, je dois faire 2 opérations pour être précis »	---	---	-Utilisation d'une proportion comme stratégie de résolution « Lorsqu'un problème représente une situation proportionnelle, on peut établir une proportion [...] »
Marche à suivre (procédure de calcul conseillée)			
---	Avec la verbalisation de la technique « Si je fais la somme des numérateurs et des dénominateurs [...] J'obtiens un nouveau rapport équivalent au deux autres »	---	-Utilisation d'une des techniques introduites en classe « Lorsqu'un problème représente une situation proportionnelle, on peut établir une proportion et utiliser une des techniques ci-dessus »

Tableau 4.2 - Synthèse de la deuxième partie des notes de cours

Quelle activité mathématique risque-t-elle d'être induite chez l'élève? La troisième propriété (additive) « *Dans une proportion, la* ***somme des numérateurs*** *et la* ***somme des dénominateurs*** *donnent un rapport équivalent aux deux autres* » pourrait être la source d'erreurs chez les élèves. Elle pourrait renforcer l'erreur des élèves sur l'addition de fractions : ajouter les numérateurs et les dénominateurs entre eux (6/8 + 3/4 = 9/12). Elle pourrait aussi venir renfoncer la difficulté reliée au passage des structures additives aux structures multiplicatives. Les élèves éprouve des difficultés à comprendre la relation de co-variation entre les grandeurs, par exemple : si 6 kilos de pomme de terre coûtent 3 dollars, combien dois-je payer pour 8 kilos de pomme de terre?



Donc, si 6 + 2 = 8. Alors 3 + 2 = 5
X= 5

D'autres risques découlent de cette démarche, à savoir une manière privilégiée de résoudre des problèmes de proportion et une certaine écriture.

4.1.2.3. Analyse de la troisième partie de notes de cours portant sur les situations proportionnelles et non-proportionnelles

À partir de la manière dont les notes de cours sont présentées dans la partie sur les situations proportionnelles (points 2.8 et 2.9), et par souci de clarté dans notre démarche d'analyse, nous emploierons la même démarche que celle qui a été utilisée auparavant pour la première partie des notes de cours, en faisant ressortir les catégories de sens au fur et à mesure de la progression de l'analyse. Après l'analyse de cette dernière partie, nous dégagerons les différences et similitudes qui ressortent.

Une première référence aux situations proportionnelles a été faite par Maurice pendant l'entrevue. À ce moment, il mettait en évidence l'importance de la reconnaissance d'une situation proportionnelle à travers les tables de valeurs et les graphiques. Une difficulté est signalée à cette occasion, quand il s'agit d'associer une droite, quelle qu'elle soit, à une situation proportionnelle.

> « Qu'ils soient capables de reconnaître si une situation est proportionnelle par rapport à une table de valeur et un graphique versus d'autres types de variation du genre partielle. Je ne dis pas que soit partielle, mais on va comparer les, ... on va faire les deux. Ça c'est proportionnel, ça c'est une autre. C'est une droite mais, c'est pas proportionnel. Parce que tu penses que c'est une droite, c'est une difficulté, penses qu'à un moment donné une droite, ça arrive toujours de la même façon donc c'est proportionnel... pas nécessairement. » (Lignes 343 à 349).

Mais quelle analyse se dégage de cette partie des notes de cours sur la reconnaissance de situations proportionnelles sous l'angle des catégories précédentes (par rapport au sens donné au contenu, aux marches à suivre, aux mises en garde et aux attentes explicitées)?

Dans un préambule de départ, nous trouvons d'abord une explicitation de ses intentions en tant qu'enseignant « *Il existe plusieurs types de situations. En secondaire 2, on va analyser plus profondément les situations de proportionnalité afin d'**être capable de reconnaître les situations de proportionnalité*** ». L'explicitation de son objectif est suivie de ses attentes par rapport au mode de représentation d'une situation proportionnelle « *On peut représenter les situations de proportionnalité par une **table de valeurs** et **un graphique*** ».

À certains moments, Maurice présente des marches à suivre qui devront être employées pour vérifier si une situation est proportionnelle ou non, et cela en mettant l'accent sur les calculs « *Pour vérifier si on a une **situation de proportionnalité**, on* *calcule* ***tous les rapports ou taux*** *qui doivent être* ***équivalents*** *pour que la situation soit proportionnelle* ». Ici, nous voyons qu'il réinvestit ce que les élèves avaient vu au début des séances sur la proportionnalité : les rapports et les taux.

Quand il fait référence à la représentation d'une situation proportionnelle dans un graphique il donne une autre marche à suivre aux élèves pour vérifier si le graphique représente une situation proportionnelle « *Pour qu'une situation soit proportionnelle, 2* ***conditions*** *doivent être respectées : on a une* ***droite****; la droite passe par le* ***point d'intersection des 2 axes*** ».

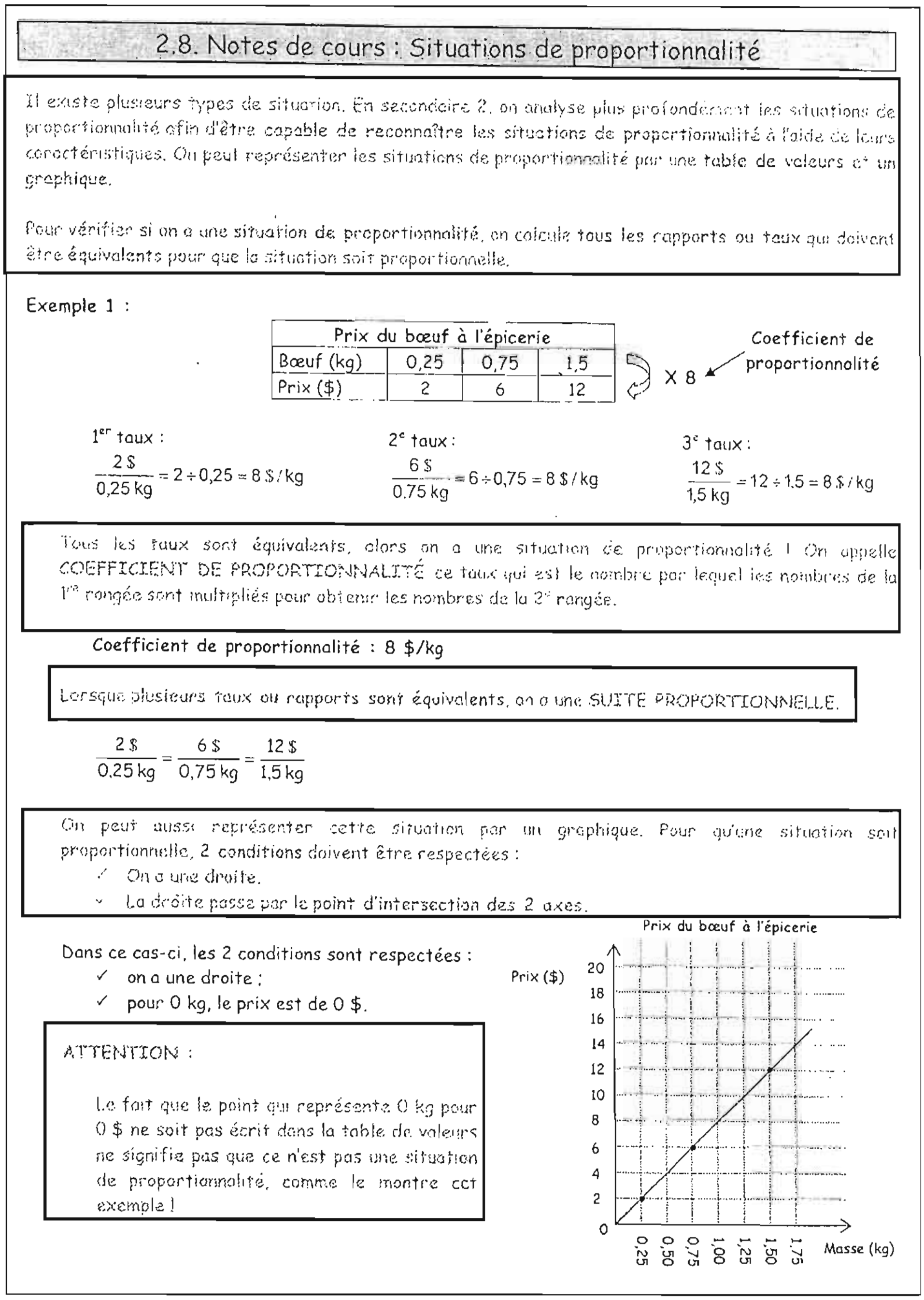
Dans les notes de cours, nous pouvons remarquer aussi que Maurice introduit la notation et le vocabulaire immédiatement après ses intentions et l'explicitation de la manière de vérifier si une situation est proportionnelle, soit au début du document. Nous retrouvons ainsi le même accent que précédemment mis sur la notation. À cette occasion, l'introduction du vocabulaire vient définir ce qu'est un coefficient de proportionnalité et une suite proportionnelle « *On appelle* ***COEFFICIENT DE PROPORTIONNALITÉ*** *ce taux qui est le nombre par lequel les nombres de la* 1^{ere} *rangée sont multipliés pour obtenir les nombres de la* 2^{e} *rangée* ». Ou encore pour les suites proportionnelles « *Lorsque* ***plusieurs taux ou rapports sont équivalents****, on a une SUITE PROPORTIONNELLE* ».

Pour ce qui est des mises en garde, nous observons qu'elles interviennent d'abord lorsque Maurice fait référence à la représentation d'une situation proportionnelle dans un graphique, en mettant l'accent sur le fait que même si le zéro n'est pas représenté dans la table de valeurs, la situation peut quand même être proportionnelle « *Le fait que le point qui représente 0 kg pour 0$ ne soit pas écrit dans la table de valeurs ne signifie pas que ce n'est pas une situation proportionnelle* ». À travers cette mise en garde, on voit qu'il attribue une certaine importance au zéro.

Ces mises en garde nous confirment une certaine réflexion didactique sous-jacente de sa part face aux erreurs des élèves. Le repérage d'une situation proportionnelle, plus précisément dans la représentation graphique, est une difficulté qu'il avait explicitée, dans l'entrevue :

> « C'est toutes les difficultés reliées aux graphiques. Hun, sont déjà pas mal hein. (???) Des fois, dans certains cas surtout avec les coupures d'axes il faut faire attention la… avec les graphiques c'est toujours proportionnel parce que ça a l'air de passer à zéro, mais en fait c'est parce qu'ils ont fait une erreur dans le graphique. Ça a l'air proportionnel, mais dans le fond ça ne l'est pas. » (Lignes 232 à 236).

La référence à la difficulté liée à la reconnaissance d'une situation proportionnelle dans l'entrevue ainsi que la mise en garde des élèves en lien avec cette difficulté, qui apparaît dans les notes de cours, nous conduisent à croire que le principe sous-jacent qui guide l'enseignant est d'éviter l'erreur chez les élèves. Les mises en garde, pour lui, apparaissent, dans ce sens, comme des façons de prendre en compte les erreurs des élèves et d'essayer de les éviter.



2.8. Notes de cours : Situations de proportionnalité

Il existe plusieurs types de situation. En secondaire 2, on analyse plus profondément les situations de proportionnalité afin d'être capable de reconnaître les situations de proportionnalité à l'aide de leurs caractéristiques. On peut représenter les situations de proportionnalité par une table de valeurs et un graphique.

Pour vérifier si on a une situation de proportionnalité, on calcule tous les rapports ou taux qui doivent être équivalents pour que la situation soit proportionnelle.

Exemple 1 :

Prix du bœuf à l'épicerie			
Bœuf (kg)	0,25	0,75	1,5
Prix ($)	2	6	12

X 8

Coefficient de proportionnalité

1er taux :

$$\frac{2\ \$}{0{,}25\ \text{kg}} = 2 \div 0{,}25 = 8\ \$/\text{kg}$$

2e taux :

$$\frac{6\ \$}{0.75\ \text{kg}} = 6 \div 0{,}75 = 8\ \$/\text{kg}$$

3e taux :

$$\frac{12\ \$}{1{,}5\ \text{kg}} = 12 \div 1{,}5 = 8\ \$/\text{kg}$$

Tous les taux sont équivalents, alors on a une situation de proportionnalité ! On appelle COEFFICIENT DE PROPORTIONNALITÉ ce taux qui est le nombre par lequel les nombres de la 1^{re} rangée sont multipliés pour obtenir les nombres de la 2^{e} rangée.

Coefficient de proportionnalité : 8 $/kg

Lorsque plusieurs taux ou rapports sont équivalents, on a une SUITE PROPORTIONNELLE.

$$\frac{2\ \$}{0{,}25\ \text{kg}} = \frac{6\ \$}{0{,}75\ \text{kg}} = \frac{12\ \$}{1{,}5\ \text{kg}}$$

On peut aussi représenter cette situation par un graphique. Pour qu'une situation soit proportionnelle, 2 conditions doivent être respectées :

- ✓ On a une droite.
- ✓ La droite passe par le point d'intersection des 2 axes.

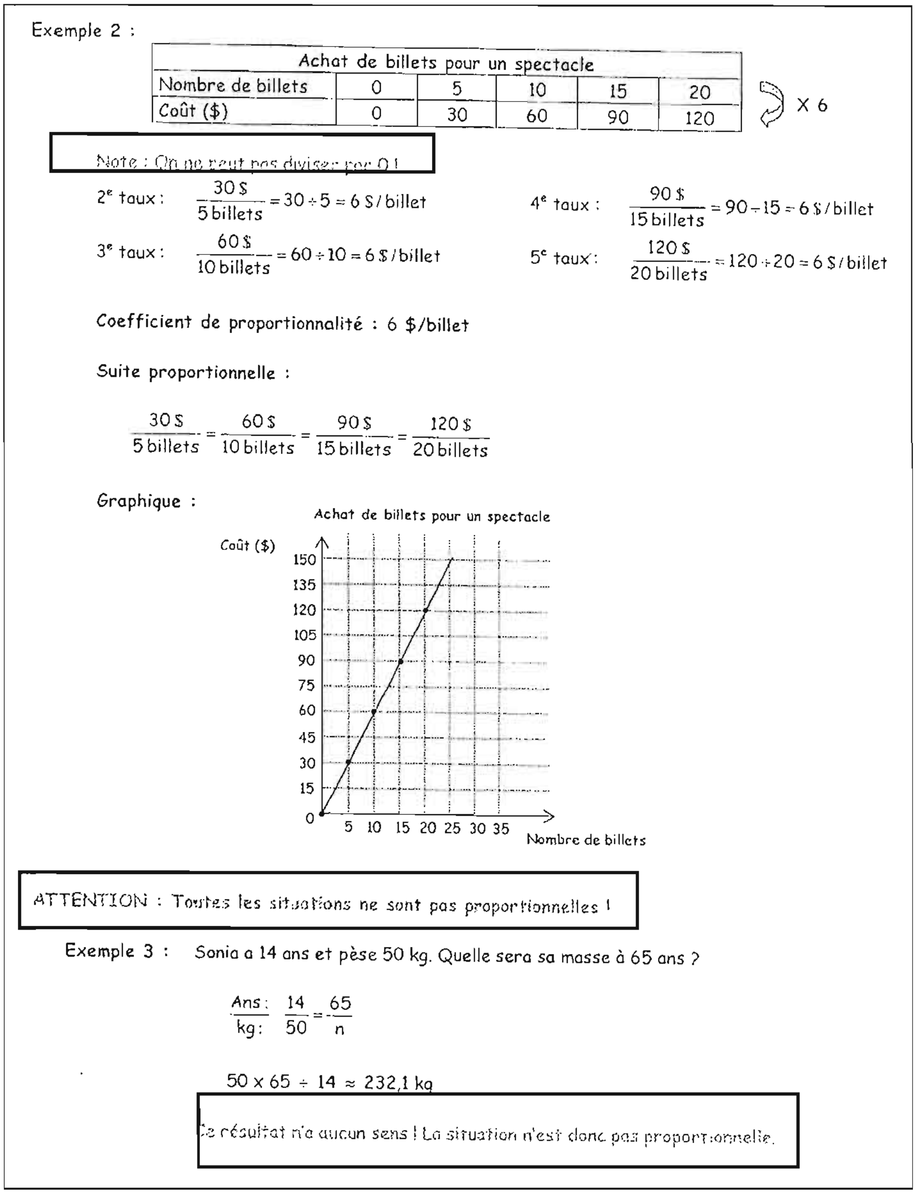
Dans ce cas-ci, les 2 conditions sont respectées :

- ✓ on a une droite ;
- ✓ pour 0 kg, le prix est de 0 $.

ATTENTION :

Le fait que le point qui représente 0 kg pour 0 $ ne soit pas écrit dans la table de valeurs ne signifie pas que ce n'est pas une situation de proportionnalité, comme le montre cet exemple !

Figure 4.10 – Notes de cours sur les situations de proportionnalité



Exemple 2 :

Achat de billets pour un spectacle					
Nombre de billets	0	5	10	15	20
Coût ($)	0	30	60	90	120

X 6

Note : On ne peut pas diviser par 0 !

2ᵉ taux : $\frac{30\,\$}{5\,\text{billets}} = 30 \div 5 = 6\ \$/\text{billet}$

3ᵉ taux : $\frac{60\,\$}{10\,\text{billets}} = 60 \div 10 = 6\ \$/\text{billet}$

4ᵉ taux : $\frac{90\,\$}{15\,\text{billets}} = 90 \div 15 = 6\ \$/\text{billet}$

5ᵉ taux : $\frac{120\,\$}{20\,\text{billets}} = 120 \div 20 = 6\ \$/\text{billet}$

Coefficient de proportionnalité : 6 $/billet

Suite proportionnelle :

$$\frac{30\,\$}{5\,\text{billets}} = \frac{60\,\$}{10\,\text{billets}} = \frac{90\,\$}{15\,\text{billets}} = \frac{120\,\$}{20\,\text{billets}}$$

Graphique :

ATTENTION : Toutes les situations ne sont pas proportionnelles !

Exemple 3 : Sonia a 14 ans et pèse 50 kg. Quelle sera sa masse à 65 ans ?

$$\frac{\text{Ans :}}{\text{kg :}}\quad \frac{14}{50} = \frac{65}{n}$$

50 x 65 ÷ 14 ≈ 232,1 kg

Ce résultat n'a aucun sens ! La situation n'est donc pas proportionnelle.

Figure 4.11 – Notes de cours sur les situations de proportionnalité (suite)

En ce qui a trait aux situations de proportionnalité, nous remarquons qu'elles sont introduites sous deux formes : par une table de valeurs et des graphiques. Pour vérifier si une situation est proportionnelle ou non, Maurice propose ces deux outils (table de valeurs et graphique). Dans le cas de tables de valeurs, l'élève est obligé de passer par un calcul pour vérifier si la situation est proportionnelle « *Pour vérifier si on a une situation de proportionnalité, on calcule tous les rapports ou taux [...]* ». Dans le cas des graphiques, l'élève doit regarder si la droite passe par zéro ou non « *Pour qu'une situation soit proportionnelle,* ***2 conditions*** *doivent être respectées : on a une* ***droite****; La droite passe par le* ***point d'intersection des 2 axes*** ».

L'analyse des situations proposées dans les notes de cours, à titre de situations non-proportionnelles, nous montre que trois types de situations sont présentés: Tout d'abord, des situations absurdes[58] « *Sonia a 14 ans et pèse 50 kg. Quelle sera sa masse à 65 ans?* », ensuite des situations faisant appel à des tables de valeurs dans lesquelles il n'existe pas de cœfficient de proportionnalité et enfin des graphiques dans lesquels la droite ne passe pas par l'origine.

---

[58] Nous appelons situation absurde, une situation trompeuse où le recours à une solution proportionnelle est inadéquate.

Exemple 4 : Gilbert est vendeur de voitures. Son salaire de base est de 300 $ par semaine et il reçoit 200 $ de commission par voiture vendue.

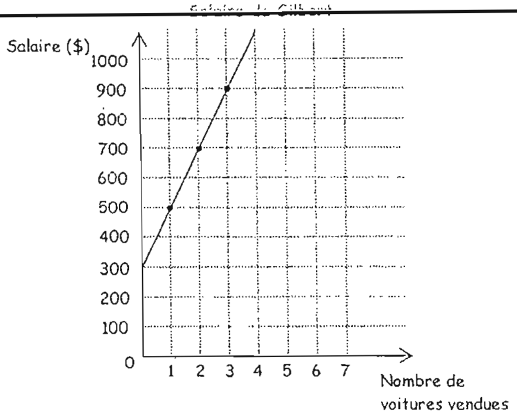
Salaire de Gilbert	
Nombre de voitures vendues	Salaire ($)
1	500
2	700
3	900

1er taux : $\dfrac{500\ \$}{1\ \text{voiture}} = 500 \div 1 = 500\ \$/\text{voiture}$

2^{e} taux : $\dfrac{700\ \$}{2\ \text{voitures}} = 700 \div 2 = 350\ \$/\text{voiture}$

Puisque les taux ne sont pas équivalents, cette situation n'est pas une situation de proportionnalité.

Graphique : Ce dernier exemple est un exemple de situation linéaire, représentée dans un graphique par une droite, mais non proportionnelle, car pour 0 voiture vendue, le salaire n'est pas de 0 $.



Dans une situation proportionnelle, les 3 propriétés des proportions sont vraies. Ainsi, si une des 3 propriétés des proportions ne s'applique pas à une situation, la situation n'est pas proportionnelle.

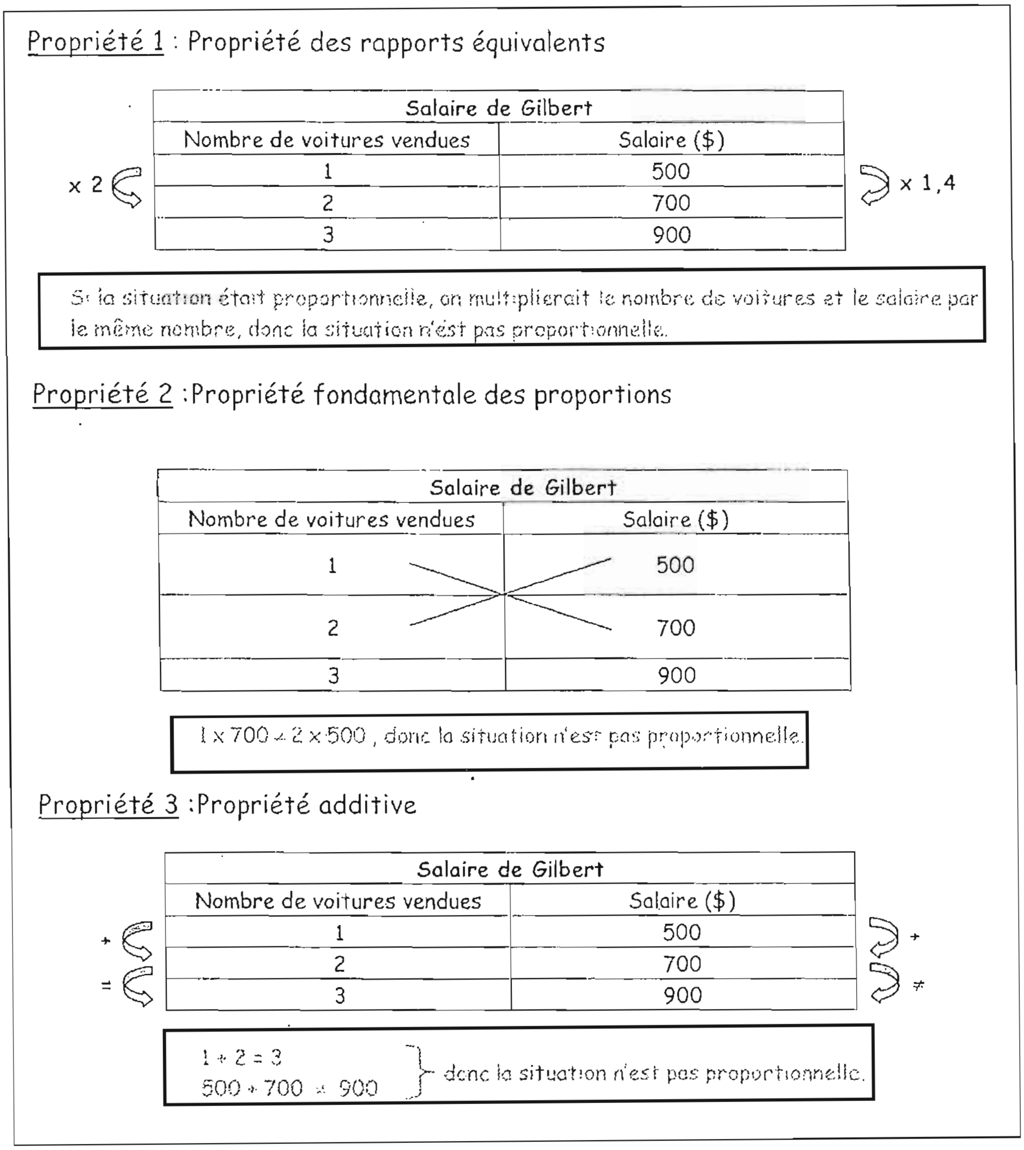
Reprenons l'exemple 4 ci-dessus et vérifions que les 3 propriétés des proportions ne sont pas vraies. En fait, ces 3 propriétés montrent que les rapports suivants ne sont pas équivalents :

$$\frac{\text{Voitures :}}{\text{Salaire :}}\quad \frac{1}{500} \neq \frac{2}{700}$$

Figure 4.12 – Notes de cours sur les situations de proportionnalité (suite)

Un autre point qu'il nous paraît important de soulever est celui de la manière dont Maurice présente le mode de vérification qui consiste à savoir si une situation est proportionnelle ou non. Selon les consignes données dans ses notes de cours, l'élève est invité à vérifier les trois propriétés des proportions pour voir si elles sont remplies, et cela à travers des calculs. Nous ne trouvons pas explicité dans ses notes un appel au raisonnement proportionnel pour reconnaître qu'une situation est proportionnelle ou non-proportionnelle. L'emphase est plutôt mise sur des calculs, où l'utilisation des tables de valeurs est favorisée.

De plus, la façon dont il propose de s'assurer de la proportionnalité d'une situation, par le biais des trois propriétés des proportions, nous conduit à interroger la pertinence d'une telle démarche « *Dans une situation proportionnelle, les 3 propriétés des proportions sont vraies. Ainsi, **si une des 3 propriétés des proportions ne s'applique pas à une situation, la situation n'est pas proportionnelle*** ».



Propriété 1 : Propriété des rapports équivalents

Salaire de Gilbert	
Nombre de voitures vendues	Salaire ($)
1	500
2	700
3	900

Si la situation était proportionnelle, on multiplierait le nombre de voitures et le salaire par le même nombre, donc la situation n'est pas proportionnelle.

Propriété 2 :Propriété fondamentale des proportions

Salaire de Gilbert	
Nombre de voitures vendues	Salaire ($)
1	500
2	700
3	900

1 x 700 ≠ 2 x 500 , donc la situation n'est pas proportionnelle.

Propriété 3 :Propriété additive

Salaire de Gilbert	
Nombre de voitures vendues	Salaire ($)
1	500
2	700
3	900

1 + 2 = 3
500 + 700 ≠ 900 } donc la situation n'est pas proportionnelle.

Figure 4.13 – Notes de cours sur les situations de proportionnalité (suite)

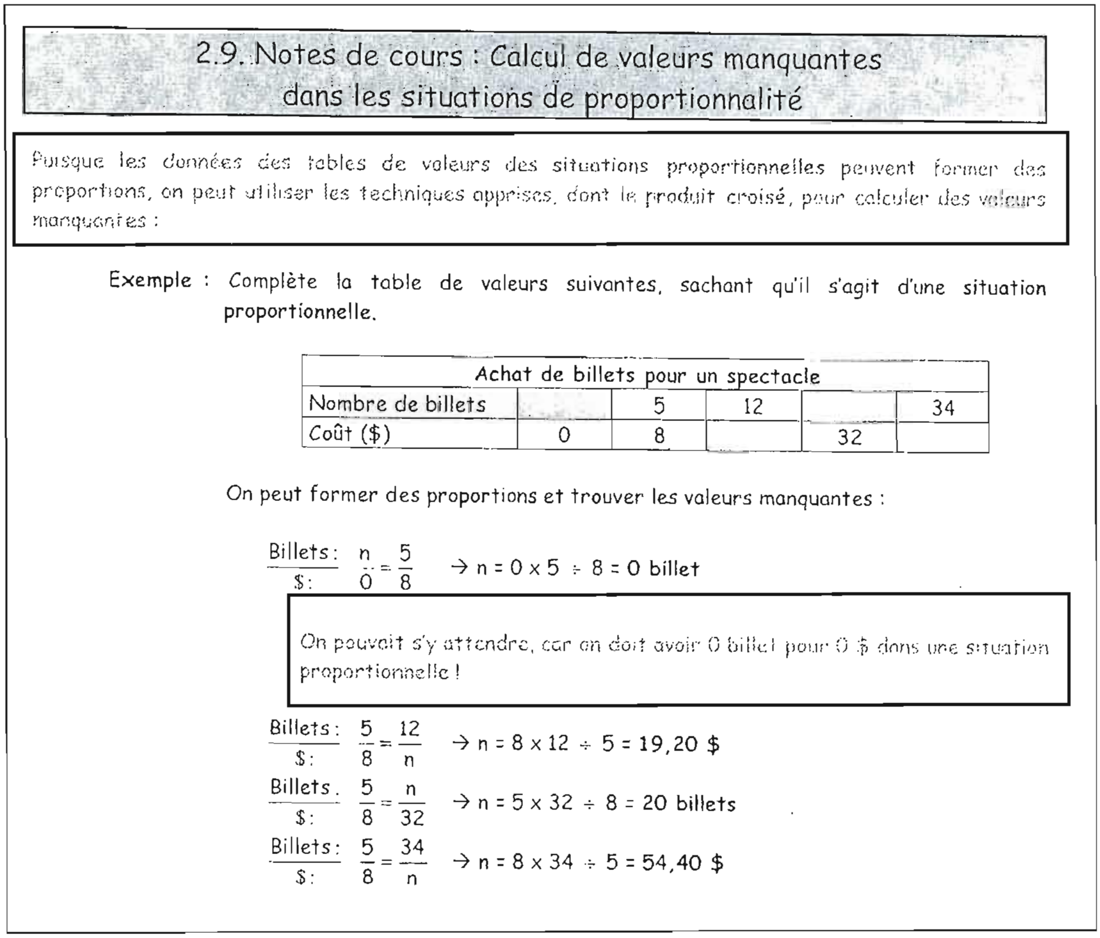
Relativement à la section « calcul de valeurs manquantes dans les situations de proportionnalité » (point 2.9), la première remarque que nous pouvons faire porte sur la manière dont Maurice présente la recherche de la valeur manquante. Celle-ci est basée sur l'utilisation des techniques qui ont été vues auparavant « *on peut utiliser les techniques apprises, dont le **produit croisé**, pour calculer des valeurs manquantes* ». Nous voyons ici l'importance que revêt la dimension progressive de la séquence de Maurice. Il réinvestit des contenus travaillés avec les élèves auparavant. Selon ce qu'il a explicité en entrevue, l'accent mis sur l'utilisation du produit croisé a comme origine sa propre expérience passée :

> « Ça fait plus type formule un peu là, mais on a quand même une bonne stratégie qu'on peut utiliser, mais c'est que j'amène quand même assez vite le produit croisé sinon ce serait trop long … je l'ai fait déjà et c'était trop long. » (lignes 81 à 83).

Dans la partie sur les situations de proportionnalité, l'accent est encore une fois mis sur l'utilisation d'une table de valeurs comme moyen pour compléter une suite proportionnelle. On aperçoit un réinvestissement de ce qu'il avait travaillé avant sur les caractéristiques d'une suite proportionnelle, et cela est explicité sous forme d'une marche à suivre « *Puisque les données des tables de valeurs [...] peuvent former des proportions [...] pour calculer des valeurs manquantes* ».

Un autre point qui nous paraît important est le fait que dans la table de valeurs donnée comme exemple, la case du zéro est explicite. Il s'agit ici de l'expression d'une attente par ce choix dans la mesure où Maurice impose en quelque sorte une prise en compte du zéro. Ce qui peut, encore une fois, induire chez les élèves une certaine confusion, si l'on tient compte des remarques faites auparavant dans les notes de cours sur la présence du zéro dans les tables de valeurs et dans le graphique.

Par rapport aux attentes explicitées, nous pouvons voir qu'à partir de la manière dont le calcul d'une valeur manquante est présenté, Maurice s'attend à ce que les élèves écrivent les proportions et utilisent le produit croisé comme technique de calcul : « *on peut utiliser les techniques apprises, dont le* ***produit croisé****, pour calculer des valeurs manquantes* ».



2.9. Notes de cours : Calcul de valeurs manquantes dans les situations de proportionnalité

Puisque les données des tables de valeurs des situations proportionnelles peuvent former des proportions, on peut utiliser les techniques apprises, dont le produit croisé, pour calculer des valeurs manquantes :

Exemple : Complète la table de valeurs suivantes, sachant qu'il s'agit d'une situation proportionnelle.

Achat de billets pour un spectacle					
Nombre de billets		5	12		34
Coût ($)	0	8		32	

On peut former des proportions et trouver les valeurs manquantes :

$\frac{\text{Billets :}}{\text{\$:}} \quad \frac{n}{0} = \frac{5}{8}$ → n = 0 x 5 ÷ 8 = 0 billet

On pouvait s'y attendre, car on doit avoir 0 billet pour 0 $ dans une situation proportionnelle !

$\frac{\text{Billets :}}{\text{\$:}} \quad \frac{5}{8} = \frac{12}{n}$ → n = 8 x 12 ÷ 5 = 19,20 $

$\frac{\text{Billets .}}{\text{\$:}} \quad \frac{5}{8} = \frac{n}{32}$ → n = 5 x 32 ÷ 8 = 20 billets

$\frac{\text{Billets :}}{\text{\$:}} \quad \frac{5}{8} = \frac{34}{n}$ → n = 8 x 34 ÷ 5 = 54,40 $

Figure 4.14 – Notes de cours sur le calcul de valeurs manquantes dans les situations de proportionnalité

<table>
<tr><th>Situations de proportionnalité</th><th>Calcul des valeurs manquantes dans les situations de proportionnalité</th></tr>
<tr><td colspan="2">Un certain sens : des éléments valorisés par l'enseignant en lien avec...</td></tr>
<tr><td>Insistance mise sur les caractéristiques d'une situation de proportionnalité</td><td rowspan="2">Vérification à partir de calculs « on peut utiliser les techniques apprises, dont le produit croisé, pour calculer des valeurs manquantes »</td></tr>
<tr><td>Insistance mise sur la notation et le vocabulaire</td></tr>
<tr><td colspan="2">Attentes explicites et implicites</td></tr>
<tr><td rowspan="2">-Indication du support à utiliser / du mode de représentation
« on peut représenter les situations de proportionnalité par une table de valeurs et un graphique »
-Prise en compte du zéro dans les graphiques, et non dans les tables de valeurs</td><td>Écriture des proportions</td></tr>
<tr><td>Produit croisé comme technique privilégiée</td></tr>
<tr><td colspan="2">Marches à suivre</td></tr>
<tr><td>-Insistance sur l'utilisation des calculs dans la reconnaissance de situations de proportionnalité (à partir de tables de valeurs)
-Graphiques : « 2 conditions doivent être respectées : on a une droite; la droite passe pour le point d'intersection »</td><td>« Puisque les données de tables de valeurs de situations proportionnelles peuvent former des proportions, on peut utiliser les techniques apprises, dont le produit croisé, pour calculer des valeurs manquantes »</td></tr>
<tr><td colspan="2">Mises en garde</td></tr>
<tr><td>Toutes les situations ne sont pas proportionnelles;
Insistance mise sur le zéro dans les graphiques, et non dans les tables de valeurs</td><td>---</td></tr>
</table>

Tableau 4.3 - Synthèse de la troisième partie des notes de cours

Bilan intermédiaire de l'analyse

Maurice met une certaine emphase sur les moyens (les techniques) que les élèves peuvent utiliser pour vérifier la proportionnalité d'une situation. On voit qu'il rend explicite pour les élèves la nécessité de faire tous les calculs pour vérifier si la situation est de nature proportionnelle. « *Pour vérifier si on a une* ***situation de proportionnalité****, on calcule* ***tous les rapports ou taux*** *qui doivent être* ***équivalents*** *pour que la situation soit proportionnelle* ».

Les techniques présentées par l'enseignant sont en un sens attachées à une certaine conception de la proportionnalité où, l'on trouve soit un cœfficient de proportionnalité dans une table de valeur, soit une droite qui passe par l'origine dans les graphiques, soit enfin des situations où les réponses sont absurdes.

Mais, quelle activité mathématique est susceptible d'être induite chez les élèves par ce type de pratique? L'identification d'une situation non-proportionnelle, à partir de situations assez stéréotypées comme celles de la relation entre l'âge et le poids d'une personne, risque d'induire une certaine manière de voir les situations non-proportionnelles chez les élèves.

Un autre point nous paraît important à mettre en évidence par rapport à l'activité susceptible d'être induite chez l'élève. Ce point concerne des mises en garde faites par Maurice, par lesquelles il a comme objectif d'anticiper et d'éviter les erreurs des élèves. Le fait de vouloir éviter l'erreur peut provoquer des contradictions éventuelles chez les élèves, comme par exemple au moment où il explicite que ce n'est pas important de représenter le zéro dans la table de valeurs pour dire que la situation est proportionnelle « *Le fait que le point qui représente 0 kg pour 0$ ne soit pas écrit dans la table de valeurs ne signifie pas que ce n'est pas une situation proportionnelle* ». Dans un deuxième moment, Maurice présente la nécessité de la présence du zéro dans le graphique. Ici, il ressort que le zéro n'est pas important dans la table de valeurs, alors qu'il l'est dans les graphiques. Ensuite, il donne un exemple d'une table de valeurs où le zéro est présent :

Achat de billets pour un spectacle					
Nombre de billets	0	5	10	15	20
Coût ($)	0	30	60	90	120

Mais il met une note en dessous (dans l'exemple du graphique) en disant que « *on ne peut diviser par 0!* ». Le rôle du zéro dans la table de valeurs peut paraître ambigu aux yeux de l'élève, à la lumière de ces exemples. Quand doit-il prendre en compte le zéro et quand doit-il l'ignorer?

4.1.2.4. Bilan global de l'analyse de notes de cours

À cette occasion nous souhaitons revenir, tout d'abord, sur le changement dans le mode de présentation de l'analyse des notes de cours qui a été nécessaire, et cela par le biais d'un regard *a posteriori* sur les trois étapes des notes de cours, soit les rapports et taux dans un premier temps, les proportions dans un second temps et les situations de proportionnalité pour finir.

Au départ certaines catégories de sens se dégageaient des notes de cours (sens attribué au contenu, attentes, marches à suivre et mises en garde). Avant de commencer à analyser la deuxième partie du document, à savoir les proportions, et afin d'éviter les répétitions, nous avons décidé de voir comment les catégories de sens, qui avaient été dégagées de l'analyse de la première partie, se retrouvaient explicitées pour le restant du document. Au lieu ainsi de laisser les catégories émerger de l'analyse des notes de cours, nous allions classer les éléments du document dans les catégories qui étaient déjà en notre possession.

Ce mode de présentation des données a bien fonctionné pour la deuxième partie du document. Néanmoins, quand nous sommes arrivés à l'analyse de la troisième partie, dans les situations de proportionnalité, nous nous sommes rendu compte que si nous employons ce mode de présentation des données, ce serait difficile de suivre le fil conducteur de l'enseignant. Nous allions perdre un peu la logique de présentation de Maurice, et l'analyse serait alors moins riche. Nous avons donc décidé de revenir sur le mode d'analyse choisi pour la toute première partie du document, soit celui de laisser les catégories émerger du document.

Ce besoin de revenir sur le mode de présentation de l'analyse nous a amené à réfléchir sur le pourquoi de celui-ci. Qu'est-ce qu'il y avait de particulier dans les données qui nous forçait, d'une certaine manière, à aborder les données d'une façon différente à chaque étape?

Pour la première partie, on a pu observer d'abord qu'elle sert à introduire le concept de proportionnalité, et aussi que les rapports et taux ont un statut d'outil pour la résolution des proportions et des problèmes avec des proportions comme c'était annoncé dans l'entrevue. À partir de ces constats les mises en garde et l'explicitation des attentes se justifient par le fait que Maurice veut éviter que les élèves fassent des erreurs par la suite dans la partie sur les proportions. Donc, ici, ces catégories de sens ressortent du document.

Dans la deuxième partie (les proportions), l'enseignant présente les techniques qui devront être utilisées pour calculer un terme manquant et résoudre des problèmes. Les connaissances travaillées auparavant dans les rapports et taux sont réinvesties dans l'application des techniques présentées. Donc, comme les mises en garde et les attentes ont été déjà explicitées auparavant, ici, il n'est plus nécessaire, pour l'enseignant, qu'elles soient répetées. On ne retrouve donc pas dans la deuxième partie des notes de cours (les proportions) ces deux catégories de sens de manière explicite. Ce changement dans le mode de présentation du contenu par l'enseignant nous a forcé, d'une certaine manière, à nous adapter et aller regarder aussi ce qui était implicite (les attentes implicites).

Dans la troisième partie, sur les situations de proportionnalité, Maurice paraît avoir encore un objectif différent de celui qu'il avait pour les proportions. Ici, il utilise les connaissances travaillées auparavant (rapports et taux, proportions) pour vérifier si une situation est proportionnelle ou pas. Il avait annoncé dans l'entrevue que ceci était le grand objectif de sa séance sur les proportions :

> « C'est qu'à la fin ils soient capables de dire si ma situation est proportionnelle. C'est une situation proportionnelle ou pas. Si elle n'est pas, je ne pourrai pas calculer de la même façon [...]. Qu'ils soient capables de reconnaître si une situation est proportionnelle par rapport à une table de valeurs et un graphique versus d'autres types de variation du genre partiel. » (1^{ere} entrevue, lignes 340 à 345)

Comme Maurice présente de nouvelles situations et pas seulement des techniques comme nous l'avions vu pour les proportions, nous retrouvons à ce moment des mises en garde et des marches à suivre. Celles-ci servent à éviter l'erreur chez l'élève et à structurer ses démarches. Comme les mises en garde et les marches à suivre arrivent au fur et à mesure de la progression des notes de cours, aller chercher les catégories une à une nous aurait faire perdre le fil conducteur de l'enseignant, et en un certain sens, la vision globale de sa progression. C'est pour cela que nous sommes revenus sur le mode d'analyse employé au départ et que nous avons choisi de faire ressortir les catégories émergentes.

Le tableau ci-dessous nous aide à visualiser comment les étapes de la progression ont été pensées par l'enseignant et ce qui ce dégage de l'analyse précédente:

	Les étapes de la progression		**Les catégories de sens dégagées de l'analyse**	**L'activité mathématique susceptible d'être induite chez les élèves**
	Une certaine structuration du savoir	**Idée sous-jacente**		
1er partie : Rapport et taux	Définition, notation, lien, comparaison Définition suivie d'exemples, puis de la notation	Introduire le contenu	**Sens donné au contenu** Basé sur la nature des grandeurs; Importance donnée à la notation **Attentes explicitées** Écriture ou non des unités; Simplification des rapports; Recherche d'un taux unitaire **Marche à suivre** On simplifie les rapports et on n'écrit pas les unités; On divise à la calculatrice et on écrit les unités séparées par un trait de division (pour les taux) **Mise en garde** 2/5 se lit 2 pour 5 et non 2 cinquième; 2 filles pour 3 garçons. Attention : il y a 5 enfants en tout; Deux taux possibles pour une même situation, mais il y a un choix plus approprié.	Placée surtout sur des « manières » de faire à partir d'une emphase mise sur la notation et sur des marches à suivre pour trouver un taux, un rapport, les comparer.
2e partie : Proportions	Caractéristiques, propriétés, recherche d'une valeur inconnue Techniques de calcul	Notions qui aident à résoudre des problèmes de proportion (idée d'outil) Écriture de la proportion comme	**Sens donné au contenu** Taux ou rapports équivalents; Une certaine perte de sens (exemples numériques); Importance de la notation; Insistance sur l'écriture de la proportion **Attentes implicites** Insistance sur la précision et sur les calculs « ici pour passer de 45 à 60, je dois faire 2 opérations pour être précis », sur l'écriture de la proportion, notation.	Insistance sur l'écriture de la proportion. Insistance sur l'utilisation de techniques. Propriétés des proportions : la propriété additive (3e) peut porter les élèves à confusion en renforçant l'erreur sur l'addition des fractions (additionner les

	Résolution de problèmes de proportion	moyen de résoudre un problème Introduction d'un nouvel objet de savoir	**Marche à suivre** Emphase mise sur l'application de techniques et sur la terminologie « On peut obtenir des rapports ou des taux équivalents en multipliant ou en divisant le numérateur et le dénominateur par le même nombre. » « Lorsqu'un problème représente une situation proportionnelle, on peut établir une proportion et utiliser une des techniques ci-dessus »	numérateurs et les dénominateurs entre eux 6/8 + ¾ = 9/12)
3ᵉ partie : Reconnaissance de situations de proportionnalité	-Situations de proportionnalité -Calculs de valeurs manquantes	Les élèves doivent passer par des calculs en utilisant les techniques apprises auparavant, ou les propriétés des proportions.	**Sens donné au contenu** Emphase mise sur la notation; Emphase mise sur l'utilisation des propriétés. **Marche à suivre** Calculer tous les rapports et taux pour vérifier s'ils sont équivalents; Identification des caractéristiques des graphiques **Mise en garde** Toutes les situations ne sont pas proportionnelles; L'absence du zéro dans la table de valeurs ne veut pas dire que la situation ne soit pas proportionnelle **Attentes** Utilisation des techniques apprises, dont le produit croisé Sur l'écriture des proportions	La reconnaissance des situations de proportionnalité passe par l'écriture de la proportion et la vérification des propriétés. Les situations de proportionnalité sont associées à des exemples « typés » (absurdes). À partir des exemples donnés par l'enseignant, le rôle du zéro dans les tables de valeurs peut paraître ambigu à l'élève.

Tableau 4.4 - Les étapes de la progression de la planification

4.1.3. Analyse de la pratique en classe

Afin d'avoir une image globale de la classe et de la pratique d'enseignement de Maurice sur la proportionnalité, nous caractériserons tout d'abord, à partir de l'observation de séances en classe, la forme qui prend sa pratique en classe.

4.1.3.1. Structure didactique des leçons

Une caractérisation globale des leçons, avant de rentrer dans une analyse plus fine des séances, va nous permettre de tracer un portrait de la classe en mathématiques et de son fonctionnement.

Pour cela, nous décrirons brièvement tout d'abord l'organisation usuelle d'une séance de Maurice, puis l'organisation physique de la classe durant ses leçons et avant de finir par le mode d'interaction qui s'établit entre l'enseignant et les élèves.

L'organisation de séances qui se dégage de l'observation en classe

En analysant les séances en classe, on remarque d'une manière générale que les séances sont organisées de la façon suivante :

-Les séances commencent par un retour plus ou moins long sur les problèmes ou exercices proposés à la séance précédente (environ 1/4 du temps total de la séance). Dans ce retour, Maurice précise comment il va s'y prendre pour la correction des problèmes et/ou exercices.

> « Ok, on va commencer par (???faire) deux parties. Premièrement, on corrige quelques numéros, ensuite on regarde les problèmes. Je vais commencer par demander s'il y a une question en particulier sinon, je vais choisir une, une des (??? Partie). [...]. Ok, il y a une question tout de suite ou je choisis une? » (3^e séance, lignes 12 à 18).

-Ensuite, l'enseignant introduit le nouveau savoir en essayant de préciser quels sont ses objectifs et intentions pour cette nouvelle leçon. (environ 1/4 du temps total de la séance).

> (*Ainsi lors de la leçon sur la comparaison de rapports et taux, il dira*) « Comparaison de rapports et de taux, là je vais faire, pas besoin de regarder tout de suite les notes de cours, c'est clair dedans, mais moi, ce que je veux c'est pas ce qui est écrit là dedans, c'est votre impression à vous. Je vais donner deux exemples : supposons que j'achète des canettes de, de n'importe quoi là, des canettes de liqueur. Fait que j'ai 0,87 de dollar, soit 87 cents pour 3 canettes. Dans un autre cas, supposons que j'ai 1,03 dollar pour 4 canettes. Là, je vais travailler la comparaison de rapports et de taux, la question pouvait être, dans ce cas ici : lequel est le plus avantageux des deux achats? Lequel dans le fond, reviendrait moins cher? [...]
>
> Élève : 50 cents pendant 52 semaines ça va donner combien?
>
> P- 26 dollars, imagine tout que tu pourrais économiser. Mais regarde, au bout de la ligne là c'est (???une bonne) idée. Tu as le choix, sérieusement (*en demandant silence*), je veux dire, sérieusement, c'est une affaire qu'il faut (???se préoccuper) déjà, c'est juste que ça soit ça, que ça soit autre chose, on peut être capable de comparer. Ah! C'est ça l'objectif.» (2^e séance, lignes 172 à 194).

-Après, Maurice met les élèves au travail sur la résolution de problèmes et/ou d'exercices. Les élèves travaillent en dyades sur des problèmes en lien avec le savoir qui vient d'être introduit (environ 1/2 du temps total de la séance). À certains moments, pendant cette période, Maurice arrête le travail des élèves pour faire des mises au point sur le contenu[59].

Organisation physique de la classe en lien avec le groupement des élèves

Les élèves, tout au long des séances, ont été placés en dyades, les pupitres ont toujours été placés un à côté de l'autre et les élèves pouvaient interagir avec leur voisin pendant le travail sur les problèmes.

En ce qui concerne le travail de l'enseignant, on a pu noter pendant la présentation du contenu, qu'il s'adresse souvent à la classe par le biais d'un élève en particulier, en faisant des questions ou en verbalisant des réponses d'un élève pour l'ensemble des élèves. Néanmoins, pendant la résolution de problèmes par les élèves, Maurice circule entre les équipes et interagit avec elles[60].

Mode d'interaction enseignant-élève en classe

La première remarque que nous pouvons faire porte sur le temps de parole de l'enseignant et des élèves pendant la leçon. Comme nous l'avons mis en évidence auparavant, les deux premières parties du cours portent respectivement sur un retour sur des problèmes donnés précédemment aux élèves et ensuite sur la présentation du nouveau contenu. La parole dans ces deux moments appartient surtout à l'enseignant. Une telle prépondérance de parole de l'enseignant nous montre a priori que le discours des élèves occupe une partie minime en classe, comme nous le montre le tableau ci-dessous :

	Enseignant	**Élèves**
1ère séance - 269 lignes	240 lignes / 4064 mots	29 lignes / 75 mots
2e séance - 317 lignes	287 lignes / 4732 mots	30 lignes / 100 mots
3e séance - 321 lignes	249 lignes / 3978 mots	42 lignes / 253 mots
4e séance - 446 lignes	381 lignes / 6062 mots	65 lignes / 374 mots
5e séance - 114 lignes	105 lignes / 1717 mots	9 lignes / 22 mots

---

[59] Nous reviendrons ultérieurement sur une analyse plus fine de ces moments.

[60] Les moyens techniques dont nous disposions ne nous ont pas permis d'avoir une trace de ce qu'il disait aux élèves pendant le travail en équipe, et de la manière dont il interagissait avec eux.

6e séance - 304 lignes	252 lignes / 3887 mots	52 lignes / 198 mots
7e séance - 222 lignes	201 lignes / 3342 mots	21 lignes / 91 mots
8e séance[61] - 346 lignes	323 lignes / 5454 mots	23 lignes / 51 mots

Tableau 4.5 - Temps de parole de l'enseignant et des élèves par séance en classe.

Plus précisément, lorsque nous nous attardons à l'analyse des interactions entre l'enseignant et les élèves, nous observons qu'elles se caractérisent surtout, et ce sur la majorité des séances, par un « pattern d'élicitation[62] » (Voigt, 1985), pattern dans lequel l'enseignant guide pas à pas l'élève vers une réponse donnée, comme nous montre l'extrait ci-dessous où l'enseignant revient sur le calcul du taux unitaire de l'exemple suivant : « Isabelle achète 4 tablettes de chocolat pour 1,88$. » :

> « **P**- Ben comme j'ai dit pour simplifier, étant donné qu'on veut savoir pour 1, pour l'unité. Unitaire pour un. Ben ici pour avoir 1 avant que je réduise pour 1.88, mais dans le fond qu'est-ce qu'arrive? (???) par 1.88. Si je fais 4 tablettes divisée par 1.88 dollars, moi ça me donne, ça me donnais, là je vais arrondir, (???) à 2,1. C'est quoi les unités que j'écrirai de côté? J'ai fait quoi? J'ai fait quoi divisé par quoi? Je fais 4 tablettes de chocolat divisé par 1.88$ donc ça donne quoi?
>
> **Élève** : ça donne des tablettes de chocolat.
>
> **P**- ouais, ça donne des tablettes? Est-ce que c'est juste 2,1 de tablettes?
>
> **Élève** : non, c'est (???)
>
> **P**- pourquoi? Qu'est-ce que j'ai fait? J'ai pris des tablettes et j'ai divisé par? … trait de division, par ?
>
> **Élève** : par…

---

[61] Une grande partie du discours de l'enseignant à la 8e séance portait sur la correction de l'examen (178 lignes et 3135 mots).

[62] Le pattern d'élicitation décrit par Voigt (1985) a été mis en évidence dans les microanalyses réalisées par ce chercheur sur plusieurs classes de mathématiques. Ce pattern peut ainsi être caractérisé : En réponse à une question posée par l'enseignant, qui peut sembler au départ ouverte, les élèves, procédant par analogie, essaient d'interpréter des indices donnés par le professeur afin de trouver la bonne réponse. Les élèves ne parvenant pas à répondre dans le sens attendu à la question posée, par des questions de plus en plus fermées, l'enseignant guide alors progressivement les élèves vers la solution qu'il avait prévue au départ.

P- Par de l'argent. Donc, c'est 2,1 de tablettes par dollar. Est-ce que ça arrive souvent, ou est-ce que ça t'intéresse vraiment de savoir que par 1 dollar tu peux avoir 2,1 tablettes?

Élève : non

P- (??? Si je te donne un dollar, tu vas me donner 2,1 de tablettes) ou un petit peu plus.

Élèves : non

P- Je vais écrire quelque chose d'autre. Si je marque 1.88$ sur 4 tablettes. Est-ce que ça c'est un taux? Est-ce que j'ai mis dans le fond deux quantités différentes? J'ai comparé le prix avec le nombre de tablettes, mais j'ai mis le prix en haut. Si je laisse en bas, l'unité, taux unitaire, taux unitaire. Si je veux savoir, si je veux savoir pour une tablette, donc qu'est-ce je fais? Je vais diviser par quatre. Dans le fond ça revient à quoi? 1.88 dollar diviser par 4 tablettes ça va me donner combien? Je pense 0,47 quoi? C'est quoi les unités ici? Ça représente quoi? J'ai un prix pour un certain nombre de tablettes divisé par 4 parce que c'est 4 tablettes, ça va me donner le prix pour?

Élève : 1 tablette

P- 1 tablette, alors je vais écrire quoi ici?

Élève : dollar

P- des dollars divisés par le nombre de tablettes. Le nombre de dollars. Ça donne le prix par une tablette, c'est logique, donc le nombre de dollars par tablette. Qu'est-ce qui a le plus de sens dans la vraie vie? Le nombre de dollar pour une tablette ou le nombre de tablettes pour un dollar? Julie? » (1^{er} séance, lignes 175 à 206).

Différemment de ce que l'on peut noter tout au long des séances en classe, l'analyse de la séance sur la résolution de problèmes de proportionnalité (4^e séance) a fait ressortir un autre mode d'interaction entre l'enseignant et les élèves. Lors de cette séance (même si le discours de l'enseignant occupe une place encore très grande par rapport à celui des élèves), les questions que Maurice pose aux élèves vont plus dans le sens d'une construction du sens. Il va chercher leurs démarches et reformule celles-ci de manière à expliciter chacune des étapes. Une autre caractéristique de ces interactions est qu'il fait ressortir différentes stratégies utilisées par les élèves.

> « P- Si je loue un kayak et que ça coûte 45 dollars pour 6 heures. Je veux savoir, si pour 60 dollars je l'aurais pour combien de temps? Encore une fois on essaie de trouver (???) une proportion (???) on essaie de trouver des façons de (???) j'aimerais ça que quelqu'un d'autre, finalement, qui regarde ça, essaie de réfléchir. [...]. Ok, on va ensuite demander à deux ou trois personnes si ça a (???) ok. Je suis intéressé de voir quelles sont ses solutions. [...]. Ok, 45 divisé par 6, ça donne quoi? 7,5 ça représente quoi? Les dollars dans le fond divisé par les heures. On a les dollars par 1 heure, sept et cinquante. (***A ce moment, une première procédure est donnée***)
>
> Élève : je fais 60 divisé par 7 et 50
>
> P- 60 dollars que tu divises par 7,5
>
> Élève : ???
>
> P- donne combien?
>
> Élève : 8
>
> P- 8! En effet ça donne quoi? Le nombre que 7 et 50 rentre dans 60 dollars? Ça (7,5) c'est pour une heure, combien de fois ça rentre? Ça rentre 8 fois (***il reformule le calcul de l'élève***). Ok. As-tu d'autres solutions? Ça c'est correct, c'est bon, c'est vrai, maintenant on va essayer de travailler avec des proportions (***Après, il oriente vers l'écriture d'une proportion***). Est-ce qu'on serait capable de l'écrire avec une proportion? Si je disais par exemple, 45 dollars pour 6 heures. Qu'est-ce qu'on pourrait faire, pour faire le même calcul pour arriver à la réponse, nous? Il y en a tu qui ont fait comme ça? Quelqu'un a une idée qu'on pourrait élaborer là-dessus? M.?
>
> M. : c'est 6 (???) peu importe ce que tu fais. Tu as à diviser par 6 en haut puis en bas...
>
> P- c'est ça, dans le fond si je divise par 6 (*sous-jacente 45$*), ça donne 7 et 50 dollar pour une heure, puis ensuite qu'est-ce qu'on fait? Bonne question. Je sais même pas
>
> Élève : 7,50 divise par (???)
>
> P- pas assez efficace mon affaire, hein? (***il voulait écrire un rapport équivalent, mais ne sait plus très bien quoi écrire***)

Élèves : vraiment pas

P- vraiment pas. Ben content que ce soit pas efficace. (*Ici, il efface le tableau*), alors (???) si c'est pas efficace, on va essayer de trouver un fonctionnement, de façon que ça soit efficace. Quelqu'un d'autre qui avait une idée? M-H?

[...]

Élève : moi, ma méthode, je ne sais pas pourquoi ça marche, ça fonctionne (***une deuxième procédure est donnée***)

P- ok, vas-y

Élève : c'est 6 heures fois 60 dollars

P- c'est bon, tu es rendu à 360 fois, c'est beau là, on va regarder.

Élève : divisé genre par 45. (***L'élève a sans doute fait un produit croisé***)

P- premièrement, si j'écris ça de même (*Il écrit au tableau 6h x 60$ = 360 et il efface les unités. Donc, 6 x 60 = 360 ÷ 45 = 8*) est-ce que serait vrai? (*en faisant référence aux deux égalités dans l'expression*)

Élève : non, parce que ça serait pas la même réponse

P- non, parce que la réponse si je la réutilise pour faire mon calcul 6 fois 60 ça donne 360. Ça donne pas 360 divisé par 45. Excusez là, je fais une parenthèse. Je suis sûr qu'on vous l'a déjà dit en 1. Ok, je ne peux pas l'écrire. Vous comprenez pourquoi au moins?

Élèves : oui

Élève : parce qu'il faut que ce soit égal

P- parce que ce n'est plus égal. C'est comme si je faisait 6 fois 360 qui est égal à tout ça (*6 x 60 = 360 ÷ 45 = 8*) qui est égal à 8. 6 x 60 n'est pas égal à 8. Donc, mettons que je l'écris dans deux lignes, on va voir encore pourquoi ça marche, là ça donne 8. Honnêtement, celui-là j'ai plus de misère mais je sais que ça va fonctionner, ok, on va se questionner pourquoi? M-O?

M-O : ehhh, c'est un petit peu plus compliqué, mais j'ai fait dans le sens que j'ai fait le calcul en haut 45 dollars divisé par 6 égal à 7,5 (***une troisième procédure est proposée***)

P- oui.

M-O : puis, au lieu de faire 60 divisé par 7,50 égal 8, je fais 7,50 fois 8, ehhh

P- ce n'est pas 8. En fait ce que tu dis c'est 7 et 50 fois combien va donner 60 (***Maurice reformule la stratégie de l'élève***)

M-O : c'est ça

P- mais pour trouver la réponse à ça, qu'est-ce qu'on fait? On divise 60 par 7 et 50.

M-O : ouais

P- c'est la même façon, ouais mais dans le fond c'est la même façon. Oui?

Élève : 45 divisé par 60 égal à ¾ de 60, donc, on va (???) 45 puis à 60 pour faire 45 divisé par 3 fois 4. On va faire la même chose pour le 6 (*probablement ¾ de 6 heures, donc 8 heures*) (***une nouvelle procédure est proposée***)

P- ok. Wow! Pour arriver tu dis que 45 c'est ¾ de 60 pour 6 heures, puis tu dis dans le fond que si je divise par 3 ici ça me donne 15 dollar, puis ensuite je fais fois 4 pour avoir 60 dollar. En fait, celui-ci aussi à l'air d'une proportion aussi, fait que tu fais la même chose ici. Pour les 6 heures divisé par 3 ça donne 2 heures, si je fais fois 4 ça me donne 8 heures de temps, ok, on comprend. C'est sûr que là il fallait que je cherche d'abord comment me rendre à 60 de 45; 3 fois moins d'argent ça donne 3 fois moins de temps, quatre fois plus d'argent ça donne 4 fois plus d'heures. c'est sûr que ça fonctionne. (***Maurice reformule là aussi la stratégie de l'élève pour lui donner un sens. Il la verbalise de différentes façons***) » (4^{e} séance, lignes 142 à 225). (*Voici, ce que Maurice écrit au tableau :*

$$\boxed{\frac{45\$}{6h}\begin{matrix}{}^{\div 3}\\{}^{\div 3}\end{matrix} = \frac{15\$}{2h}\begin{matrix}{}^{\times 4}\\{}^{\times 4}\end{matrix} = \frac{60\$}{8h}}$$

Ce changement dans sa manière de fonctionner, par rapport au pattern habituel en classe, pourrait être expliqué à partir de ce que Maurice nous avait annoncé dans l'entrevue. À ce moment, il attribuait une certaine importance aux situations de proportionnalité, en mettant en évidence que les élèves devraient « *être capables de résoudre des problèmes, ou être capable d'analyser des graphiques ou des tables de valeurs dans des situations proportionnelles ou pour être capables de comparer des choses dans la vraie vie* » (1^{ere} entrevue, lignes 123 à 125).

Même si nous trouvons des patterns d'interactions différents, le discours de l'enseignant reste prédominant dans l'échange en classe. Pour aller plus loin dans la compréhension de la pratique d'enseignement de Maurice, nous devrons donc entrer dans l'analyse de ses explicitations orales en classe, de son discours. Compte tenu de l'analyse précédente, et de la place qu'occupe l'enseignant dans les leçons, où les échanges avec les élèves sont réduits au minimum, la question qui consisterait à s'attarder aux interactions serait en effet sans objet. Le cours suit un chemin contrôlé par l'enseignant, qui est celui que le savoir a balisé. C'est sur le discours de l'enseignant, en lien avec le savoir, que nous reviendrons tout d'abord.

4.1.3.2. La présentation d'un nouveau contenu en classe

C'est avec l'objectif de comprendre comment la présentation d'un nouveau contenu s'actualise par rapport aux notes de cours (cf. 4.1.2.) que nous analyserons le discours de l'enseignant pour chacun de thèmes travaillés. Nous envisagerons tout d'abord les rapports et les taux, puis les proportions et, enfin, les situations de proportionnalité.

Rapport et taux (contenu abordé sur deux séances)

Dans l'entrevue sur la planification, Maurice faisait déjà une première référence aux rapports et aux taux en attribuant une certaine importance à la comparaison et à la notation.

> « Au début! Dans les exercices ... Comme je dis je ne vais pas commencer à dire telle ou telle affaire on va faire des exercices, sauf peut-être pour rapport et taux au début, parce qu'ils connaissent quelques uns, on va essayer d'aller voir qu'est-ce qu'ils connaissent ça, ça, ça, peut-être essayer de comparer au début c'est quoi, puis être capable de distinguer, notation ... Je pense qu'il faut la définir » (1ère entrevue, lignes 299 à 303).

L'analyse des notes de cours nous a montrés que les rapports et les taux sont présentés à partir des définitions et de quelques exemples, de façon très synthétique. La présentation confirme par ailleurs l'importance qu'il accorde à la notation.

> « Un **RAPPORT** est une comparaison entre 2 quantités de **même nature.** »
>
> « **Exemple :** L'échelle d'un plan est de 1 cm **POUR** 1 km → **1cm : 1km**.
> Ici, les unités sont différentes, mais de la même nature. Vous pouvez alors transformer les unités de mesure pour qu'elles soient identiques :
> **1cm : 1km → 1cm : 100 000cm** »

Dans les séances en classe, ne figure plus de définition, comme il y en avait dans les notes de cours, mais plutôt une explicitation des caractéristiques des rapports et des taux qui est toujours appuyée sur des exemples. Le contenu est donc présenté d'une autre manière que dans les notes de cours (où l'on retrouvait une approche plus déductive qui allait de la définition vers des exemples). Dans les séances en classe, Maurice se sert d'un exemple pour générer plusieurs points (ce qui constitue une approche plus inductive), comme nous le montre l'extrait ci-dessous :

> « Pour ce qui est des rapports et des taux, ce qu'on a vu hier, c'était que dans le fond, ce qui distinguait l'un et l'autre c'est les unités, si j'avais les mêmes unités et si je pouvais transformer une unité par exemple, je vais prendre l'exemple qu'on a là. Si je regarde le rapport entre 8 mois et 1 an. Dans ce cas-ci, ça va être un rapport parce qu'on peut transférer les unités d'une sorte à l'autre, on a vu ça, l'année par exemple, 1 an on peut transformer en mois. Ce que ça veut dire qu'on peut avoir les mêmes unités. Un an c'est?
>
> Élèves : 12 mois
>
> P- 12 mois. Ici ça me donne 8 mois sur 12 mois. Dans un rapport c'est toujours les mêmes unités comme à gauche et à droite et on a pris l'habitude de toujours écrire les unités. (*Il écrit au tableau : 8 mois - 1an; ensuite 8 mois - 12 mois*) Ça fait que souvent ici on pourrait écrire 8 pour 12 (*il écrit 8 :12*). Là, j'écris toutes des choses qui sont équivalentes, mais 8 pour 12 on peut écrire aussi sous forme de

> fraction (*il écrit 8/12*). Qu'est-ce qu'on fait normalement? C'est ça, c'est ça qu'on va arriver dans le fond. C'est juste un petit commentaire plus loin. Quand on a un rapport comme ça 8 pour 12. On peut faire comme avec les fractions, on peut les? On peut les simplifier ou les réduire, parce que de dire qu'on a 8 mois puis 12 mois, ça revient à la même chose si je simplifie. Ici je peux diviser le numérateur puis le dénominateur par…? Par combien qu'on pourrait diviser pour simplifier? » (1er séance, lignes 24 à 40).

Dans ce deuxième extrait l'enseignant insiste sur la différence entre un rapport et un taux en accord avec ce qu'il disait à l'entrevue.

> « La différence entre rapport et taux. C'est qu'ici on est capable de transformer aux mêmes unités, c'est un rapport. Des taux on a des unités différentes. Normalement. » (1er séance, lignes 51 à 53).

Maurice présente ensuite la notation des rapports et des taux, encore une fois, en ayant recours à des exemples.

Dans les notes de cours, la notation des taux était présentée de la manière suivante : elle était suivie de deux exemples et verbalisée.

> « NOTATION : Les 2 quantités sont **séparées** par un **TRAIT DE DIVISION**.
>
> **Exemple 1 :** le gardien de but a accordé **24 buts / 10 parties.**
>
> Donc, en 10 parties, le gardien de but a accordé 24 buts.
>
> **Exemple 2 :** Le bœuf haché se vend **8,99$/kg** → se lit 8,99$ par kilogramme.
>
> Donc, pour 1 kilogramme de bœuf haché, il faut payer 8,99$. »

En classe, Maurice présente la notation en la contextualisant à partir d'un exemple travaillé auparavant. Il emploie encore une démarche inductive :

> « C'est qu'ici on est capable de transformer aux mêmes unités, c'est un rapport. Des taux on a des unités différentes. Normalement. C'est rare qu'on parle, là je

> vais l'écrire d'une certaine façon : je vais dire que j'ai fait 45 km en 3 heures. C'est correct. Ici c'est une façon d'écrire le taux, comme une fraction. Mais qu'est-ce qu'on peut faire? On pourrait simplifier, mais concrètement ce n'est pas ça vraiment qu'on fait. On peut faire, mais si je simplifie ça donne combien? Si je fais comme si j'avais une fraction?
>
> William!
>
> William : 15 sur 1
>
> P- 15 sur 1. Donc, je peux diviser par trois, je peux diviser par trois et ici ça va me donner 15 kilomètres en 1 heure. Étant donné que ce sont des unités différentes, on écrit les unités. Ici (*en faisant référence aux rapports*) on n'écrivait pas dans le sens que c'était les mêmes, on n'était pas obligé de les écrire. Dans le cas de taux, on va les écrire. 15 kilomètres dans une heure (*il écrit au tableau 15km/1h*), on peut écrire ça comment aussi? 15 kilomètres par heure (*il écrit au tableau 15km/h*) avec un trait de division. Comme le trait qui n'est ici pour une heure on n'est pas obligé de l'écrire (*il fait référence à 1h*). » (1er séance, lignes 52 à 65).

Il nous paraît aussi important de préciser que les autres points, traités dans les notes de cours comme le sens d'un rapport (partie d'un tout et partie-partie), la comparaison de rapports et de taux ou encore les variations dans les rapports et les taux, sont aussi abordés dans les séances en classe à partir d'exemples, par le biais desquels apparaît une certaine recherche du sens de la part de l'enseignant. Maurice dégage certaines caractéristiques à partir des exemples. Ainsi le sens d'un rapport était présenté dans les notes de cours d'une manière très brève :

> « **Sens PARTIE D'UN TOUT :**
> **Exemple 1 :** 2 chats blancs **POUR** 7 chats en tout → **2 : 7.**
> **Sens PARTIE-PARTIE :**
> **Exemple 1 :** 2 filles pour 3 garçons → **2 : 3.** »

Au contraire, dans la séance en classe, Maurice verbalise l'explication nécessaire pour comprendre le sens partie d'un tout à partir d'un exemple, en s'appuyant sur une démarche inductive :

> « Si je finis par les rapports, les rapports il y a quelque chose de plus que je veux dire, que les deux (??? ensembles) sont des rapports. On va prendre l'exemple de pizza qu'on a déjà vu. Si je prends un rapport de 1 pour 4. Supposons que 1 pour 4 représente le rapport entre ce que Nicolas a mangé sur le nombre des pointes en tout. Le nombre de pointes de Nicolas et le nombre de pointes en tout. Ça veut dire quoi concrètement? Si je dis le rapport, je veux juste finir mes rapports, si j'ai dis que le rapport entre le nombre de pointes de Nicolas et le nombre de pointes en tout c'est 1 pour 4. Nicolas, il avait combien de pointes par exemple? S j'ai 1 pour 4 ça fait combien? M-O
>
> M-O : sur 4 pointes il en a une
>
> P- sur 4 pointes en tout, c'est là qu'on va essayer de regarder, sur le nombre de pointes en tout, sur 4 pointes en tout Nicolas, il a une pointe. Est-ce que ça c'est différent? (*il montre 2 :8*)
>
> Élève : non
>
> P- en effet ça ici (*2 :8*) ça nous dirait quoi? Que lui en prend deux quand il y a 8 en tout, mais dans le fond, ça veut dire.
>
> Élève : (inaudible)
>
> P- ouais, si on regarde ça ici, si on regarde par rapport au tout, ça fait que si j'ai une pizza, puis j'ai 4 pointes, lui en a trois, il y en a une partie sur quatre. Si j'avais 8 il y aurait deux parties sur huit. C'est équivalent et c'est pour ça qu'on ne se gênera pas pour dire que 2 sur 8, comme j'ai dit tantôt, on peut simplifier et ça va être la même chose que 1 pour 4 qui est un rapport, donc la même chose que 1 pour 4 (*il écrit 1 :4*).
>
> Ça c'est le premier sens qui ressemble au sens qui va être écrit, j'ai écrit sur la feuille en bas le sens partie d'un tout, mais on peut aussi penser que c'est comme une fraction parce que c'est une partie de quelque chose qu'on connaît au total.» (1^e séance, lignes 96 à 118).

En ce qui a trait aux rapports et aux taux dans les séances en classe, Maurice s'appuie surtout sur une démarche inductive, où, en partant d'un exemple, il arrive à dégager des caractéristiques de ce contenu. Cette démarche s'éloigne de celle qui est employée dans les notes de cours et qui est plutôt déductive.

Les proportions et la résolution de problèmes de proportion (contenu abordé sur deux séances)

Les proportions, quant à elles, sont présentées dans les notes de cours à partir d'une définition et d'exemples numériques (sans contexte).

> « **Égalité** de 2 rapports ou de 2 taux, donc 2 rapports ou 2 taux **équivalents**. »

Dans les séances en classe, Maurice explicite les proportions comme étant un prolongement des rapports et des taux, pour ensuite présenter la définition à peu près dans les mêmes termes que ceux qu'il avait utilisés dans les notes de cours. L'approche est donc ici différente de ce que nous retrouvions pour les rapports et taux, comme nous l'avons vu précédemment.

> « Une proportion, ben tout simplement on voit ça comme deux rapports ou deux taux qui sont égaux. » (3^e séance, lignes 154 à 155).

Ensuite, de la même façon que dans les notes de cours, la nomenclature est présentée sans mise en contexte.

> « C'est comme en secondaire 1 les fractions équivalentes. Ok, on avait utilisé le mot équivalent aussi, fait que des rapports équivalents sont des rapports égaux. Quand c'est égaux la façon d'écrire une chose comme ça avec une égalité, j'insiste sur le « égal ». Si c'est égal on a deux rapports ou deux taux qui sont égaux, on appelle tout ça ensemble, les quatre termes, les quatre. J'avais dis rapidement qu'on avait un terme, le numéro 1 dans le fond, le premier terme, le deuxième

> terme, troisième, quatrième. Vous avez aussi dans les notes de cours. Les quatre termes forment une proportion, il faut que ça soit égal. » (3^e séance, lignes 169 à 175).

Si nous retournons à ce que Maurice nous avait annoncé lors de l'entrevue, nous voyons pourquoi pour lui les proportions sont importantes : parce qu'elles seront utilisées pour résoudre des problèmes de proportion et des situations proportionnelles.

> « P- Ça c'est important, ça c'est important des proportions, des problèmes avec des proportions sont importants. Juste faire une proportion avec la valeur manquante ça ne veut rien dire, s'il n'y a pas de problème. Sont les problèmes, les problèmes, des situations de proportionnalité, les tables de valeurs et les graphiques.
>
> Exp. : pourquoi est-ce que c'est important pour toi?
>
> P- Parce que ça couvre, les autres sont des notions qui nous aident à résoudre des problèmes, si on fait des proportions c'est pour être capable de résoudre des problèmes, ou être capable d'analyser des graphiques ou des tables de valeurs dans des situations proportionnelles ou pour être capable de comparer des choses dans la vraie vie. » (1ère entrevue, lignes 115 à 125).

Dans la pratique en classe concernant la résolution de problèmes de proportion, Maurice part d'un exemple (le même exemple que celui qui est présenté dans les notes de cours), et va chercher les solutions des élèves. À partir de cet exemple, il génère une façon de faire qu'il écrit au tableau, en allant plus loin que les notes de cours[63] et en donnant un sens à ce contenu. Il écrit une double proportion et profite de cela pour introduire une suite proportionnelle.

---

[63] **Exemple 3 :** En voiture, j'ai parcouru 160km en 2h. Quelle distance vais-je parcourir en 5h si je roule toujours à la même vitesse?

Proportion :
Km : 160 = n
h : 2 5

Technique 2 :
160 x 5 ÷ 2 = 400km

> «[64] P- on va y aller un peu à la façon des proportions, c'est ça exactement. C'est que si je fais fois 5, le nombre de kilomètres fois 5. Je vais faire 5 fois plus de kilomètres en 5 fois plus de temps. Fait qu'on peut écrire ça peut-être d'une façon comme une proportion, vous allez voir c'est avantageux. Fait que 800 kilomètres dans le fond ça représente le temps, le nombre de kilomètres pour 10 heures de temps. Si tu fais fois 5, c'est 5 fois plus de distance en 5 fois plus de temps. Pourquoi tu divises par 2 ensuite?
>
> Élève 1 : parce que je veux savoir pour 5 heures?
>
> P- parce que tu veux savoir pour 5 heures, tu l'as maintenant pour 10 heures, si je divise pour 2 ça va me donner pour 5 heures et 400 kilomètres, donc, ça fonctionne. [...] Je peux écrire ça aussi d'une façon comme si on écrivait une proportion, la technique, le calcul il est devant vous (*il pointe le cartable*) comme 160 kilomètres on va prendre la (???) qu'il faisait, c'était en 2 heures. Qu'est-ce qu'arrive si je divise par 2? Dans le fond ça donne 80 kilomètres pour 1 heure. En 2 fois moins de kilomètres, dans 2 fois moins de temps. Puis ensuite quand je fais fois 5. Dans 5 fois plus de temps, 5 heures, j'ai fait 5 fois plus de kilomètres, 400 kilomètres. [...] Les deux dans le fond reviennent au même, [...] Dans le secondaire 2 on va travailler avec les proportions puisque c'est une triple égalité c'est sûr qu'ici on pourrait dire une suite proportionnelle. » (4^e séance, lignes 109 à 133).

Dans les extraits ci-dessus, Maurice nous justifie d'une certaine manière sa façon d'amener les séances en classe, et pourquoi à certains moments il suit plus ou moins ses notes de cours. On pourrait faire l'hypothèse que le changement dans la pratique en classe serait dans ce sens lié au statut que l'enseignant attribue au contenu.

Situations de proportionnalité – reconnaissance de situations proportionnelles et non-proportionnelles (abordées en trois séances)

Les situations de proportionnalités sont présentées dans les notes de cours d'une manière assez directe. Maurice aborde la reconnaissance de ce type de situations dans

---

[64] L'énoncé du problème travaillé : En voiture, j'ai parcouru 160 km en 2 heures. Quelle distance vais-je parcourir en 5 heures si je roule toujours à la même vitesse?

l'ordre suivant. Il commence par les tables de valeurs et les graphiques qui représentent des situations de proportionnalité. Ensuite, il présente les situations non-proportionnelles qui sont représentées par un problème où le résultat n'a pas de sens, une table de valeurs où les taux ne sont pas équivalents et, un graphique où la droite ne passe pas par zéro (cf. 4.1.2.).

Lors de l'analyse des séances en classe, nous observons que Maurice présente aussi la reconnaissance de situations de proportionnalité à partir d'exemples : nous retrouvons la même démarche inductive que précédemment, la différence portant toutefois sur l'ordre de présentation. En classe il commence par les situations non-proportionnelles, en se centrant sur des problèmes en mots. Nous émettons l'hypothèse qu'il commence par les situations non-proportionnelles parce que les problèmes portant sur des situations proportionnelles ont déjà été travaillés en classe.

> « Celle-ci c'est une situation qui serait NON proportionnelle, pas proportionnelle. C'est ça qu'on vous avait demandé de vérifier. C'est pas toute, même si depuis, entre 34 et 41, tous les problèmes pouvaient se résoudre avec une proportion, tous ok, [...]. C'est tous des problèmes qui pouvaient se résoudre avec une proportion, mais dans la vraie vie tout n'est pas proportionnel. » (5^e séance, lignes 55 à 60)

Dans le travail sur les problèmes, Maurice part d'un problème du cahier d'exercice[65]. Lors de l'analyse, nous avons constaté qu'il justifie la non-proportionnalité de la situation par le fait que la réponse dépasse le 100% et que cela n'a pas de sens, de la même manière qu'il l'avait justifié dans les notes de cours.

> « On pourrait faire fois 2, fois 2. Ce que donnerait la réponse 120%. Est-ce qu'il y a d'allure? [...]. Le maximum c'est 100%. Ça c'est un point. Donc, celle-ci c'est une situation qui serait NON proportionnelle, pas proportionnelle. C'est ça qu'on vous avait demandé de vérifier. » (5^e séance, lignes 48 à 56).

---

[65] Louis a étudié 2 heures et il a obtenu 60%. Quelle sera sa note s'il étudie 4 heures?

Par la suite, il donne encore un exemple d'une situation non-proportionnelle, dans ce cas-ci, il montre une *situation absurde*[66], où la réponse n'a toujours pas de sens.

> « Si j'ai 10 doigts à 4 ans, on peut se demander, maintenant combien on va avoir des doigts. Évidemment tout le monde se pose la question. Ici encore une fois je peux faire ici fois 3 ça va faire ça en tout. Réponse 30 doigts
>
> Élève : hum, hum c'est incohérent. » (5^e séance, lignes 63 à 67).

Ce qui apparaît dans le retour sur les problèmes en classe c'est que, pour Maurice, le fait de constater que la réponse n'a pas de sens, ne suffit pas, il est nécessaire de justifier la réponse en ayant recours aux propriétés des proportions (comme nous le voyons dans l'exemple ci-dessous). Il fait aussi référence au fait que ce n'est pas seulement une affaire de calcul, il faut que la démarche soit raisonnée. Une recherche du sens est là aussi présente.

> « P- ok, une proportion, le calcul on pourrait faire le produit croisé, ici, c'est assez évident mais ce qu'il faudrait remarquer c'est que dans le fond, on n'a pas besoin d'être, entre guillemets, innocent au point de toujours faire des proportions pour vérifier après eh, ça avait tu de l'allure? Souvent, on peut y réfléchir avant de faire la question, mais là pour réfléchir j'aimerais qu'on se base peut-être, une des façons les plus faciles c'est se baser sur les caractéristiques des proportions. On en connaît, on a vu des propriétés. Dans ce cas ici, même si je faisais pas de calcul, est-ce que j'aurais pu au début me dire : je sais qu'en 2 heures c'est 60%, maintenant on sait qu'il y a des caractéristiques que j'ai utilisées ici et ici, c'est que j'ai multiplié en haut et en bas par un même nombre, dans une proportion j'ai le droit de faire ça. Donc, s'il arrive que je dise, ok, maintenant, j'ai pas fait le calcul, mais je raisonne dans ma tête si j'ai étudié deux fois plus longtemps c'est-tu vrai que, c'est-tu vrai que j'aurai deux fois plus de points? » (5^e séance, lignes 74 à 85).

---

[66] À 4 ans, Maxime a 10 doigts. Combien de doigts aura-t-il à 12 ans?

Ensuite, à travers certains exemples, Maurice construit un certain sens de ce qui est non – proportionnel.

> « On ne peut pas conclure, dans certains cas c'est impossible. Si je suis deux fois plus vieux, est-ce que c'est vrai que j'aurai le double des doigts ? Si c'est proportionnel, il faudrait que ce soit vrai. Donc, on peut exclure des situations. Si je regarde le C, je n'ai pas besoin de faire des calculs pour le savoir. 1 mètre et 50 à 15 ans, quand je vais être deux fois plus vieux, c'est-tu vrai que je vais être deux fois plus grand ? Non, on espère que non. [...] dans le cas où on a des billets de cinéma, par exemple, des dollars, ok, j'ai un certain prix pour 2 billets, si j'aurais deux fois plus de billets est-ce que ça aurait de l'allure, ça coûterait deux fois plus cher. Oui, ça a de l'allure. Oui, regarde, c'est proportionnel. » (5^{e} séance, lignes 87 à 96).

Dans la séance en classe, l'explicitation des techniques utilisées pour vérifier si une situation est proportionnelle ou pas est faite à partir des caractéristiques d'un graphique qui représente une situation proportionnelle, et de tables de valeurs, où les coefficients de proportionnalité sont égaux, cela à partir des exemples présentés aussi dans les notes de cours et de l'utilisation des propriétés. De la même manière que nous l'avions remarqué pour les autres contenus, Maurice emploie encore une démarche inductive où il fait ressortir certaines caractéristiques d'une situation de proportionnalité (dans le cas des tables de valeurs et des graphiques).

L'extrait ci-dessous sur la vérification d'une situation de proportionnalité, dans le cas de graphiques, nous permet d'apercevoir la manière dont Maurice amène les élèves à vérifier si la situation est proportionnelle.

> « Tout ça c'est égal, tous les taux sont égaux donc oui c'est proportionnel. Pourquoi, je dis que ce n'est pas une preuve. C'est que dans ce cas ici, excuse je reviens en arrière, dans ce cas ici on a augmenté de 2 kilogrammes à chaque année, deux kilogrammes à chaque année. Il faut quand même qu'on dise ça, ça augmente de 2 kilogrammes par an, tout le temps, donc c'est toujours pareil. Mais, ici, c'est 15 dollars par bâton tout le temps donc, c'est toujours pareil. C'est

pas ça qui fait que c'est proportionnel, ok. Parce que dans ce cas ici (*âge et masse*), c'était pas proportionnel. Parce que si je calculais vraiment, là ici, si je regarde là l'augmentation est toujours pareille. Ici l'augmentation et toujours pareille aussi, mais il y a une différence entre les deux. Là différence entre les deux on va la voir elle est (???). Si je fais le graphique de ça (*il fait la lettre C*). J'ai ici des bâtons et j'ai le coût, j'ai le titre. C'est quoi le titre?

Élève : nombre de bâtons

P- achat de bâtons, peu importe, achat 3 points (...), là pour montrer qu'il y a un titre. Zéro. Nombre de bâtons, 1, 2, 3, 4. Le coût, 15, 30, on peut graduer par 15, ça va vite. Ça me donne quoi, si je fais ça : 15, 30, 45, 60? Est-ce que c'est une droite ou n'importe quoi? Qu'est-ce qui vous prouve que c'est une droite?

Élève : (??? Parce que c'est droit ??? C'est proportionnel) (28 : 50)

P- C'est pas ça que va faire que (???ce soit une ligne droite). Il y a quelqu'un qui a une explication pour montrer que c'est une droite?

Élève : ???

P- c'est une ligne, ouais regarde. On pourrait regarder si c'est à peu près une ligne, mais si je veux (???convaincu) qu'est-ce que je pourrais me dire dans ma tête encore une fois? Oui Et.

Et. : Chaque bâton, chaque bâton coûte 15 dollars.

P- À chaque bâton c'est 15 dollars. Un autre bâton c'est 15 dollars, un autre bâton c'est 15 dollars, un autre bâton c'est 15 dollars. C'est toujours le même prix, donc c'est toujours un bâton de plus, 15 dollars de plus, ce qui me donne une ligne droite. Si je la trace avec une règle ça passe (???) le zéro. Quand l'augmentation est toujours de la même façon, ça donne toujours une droite. Dans les deux cas, ça me donne une droite. Dans le premier cas si je regarde juste l'augmentation, c'est toujours 2 kilos par an. Dans le deuxième cas, c'est toujours 15 dollars par bâton. Qu'est-ce qui fait que c'est pas pareil? Quelle est la différence entre les deux? À gauche ce n'est pas proportionnel, à droite ca l'est. Qu'est-ce qu'on peut dire? ... oui Tr.

Tr. : Que quand c'est proportionnel ça part de zéro.

> P- C'est exactement la caractéristique qu'on a de spécial quand c'est proportionnel, ça part de zéro. Il faut que pour zéro bâton, ici ça soit zéro dollar. Dans ce cas ici, oui ça augmente toujours de la même façon. Oui c'est une droite, mais pourquoi c'est pas proportionnel? Parce que ça ne commençait pas à zéro. » (7^e séance, lignes 164 à 201).

Bilan de l'analyse de la pratique de l'enseignant en classe à cette étape (dans la manière d'aborder le contenu mathématique)

La première remarque que nous pouvons faire porte sur l'ordre de présentation du contenu. Celui-ci est présenté dans le même ordre tant dans les notes de cours que dans les séances en classe : rapports et taux, proportions et problèmes, reconnaissance de situations non-proportionnelles. Cette cohérence de l'enseignant, qui se manifeste à travers les propos qu'il tient en entrevue, les notes de cours et sa pratique en classe, constitue l'indice d'une progression soigneusement pensée.

En ce qui a trait à la manière dont le contenu est présenté aux élèves, l'analyse permet de mettre en évidence une différence entre la démarche de présentation employée par l'enseignant dans les notes de cours et sa pratique en classe. Ainsi, dans les notes de cours, la démarche employée est plutôt d'un type déductive, nous retrouvons au début du document la définition suivie de la notation et d'un exemple (pour rapport, taux, comparaison, proportions, ...). Dans les séances en classe, Maurice emploie néanmoins une toute autre démarche. Il part d'un exemple et à partir de celui-ci il fait ressortir certains points qu'il veut aborder. On retrouve une telle approche dans le cas des rapports, taux, de la comparaison, des problèmes de proportion. Cette différence peut être expliquée par le besoin d'attribuer dans l'action en classe un sens au contenu étudié, sans pour autant contredire la cohérence mise en évidence précédemment.

Pour les proportions la démarche en classe est différente. Lorsque Maurice présente la résolution de problèmes de proportions il s'appuie sur l'exemple donné dans les notes de cours, mais il va beaucoup plus loin que cet exemple. En classe, il raffine sa présentation et génère une façon d'écrire la technique en lui attribuant un certain sens.

Quand nous arrivons à l'analyse des situations de proportionnalité, l'ordre de présentation change également. Dans les notes de cours, Maurice commence par la reconnaissance de situations proportionnelles à travers les tables de valeurs et les graphiques pour présenter ensuite les situations non-proportionnelles. Au contraire, dans les séances en classe, il commence par présenter les situations non-proportionnelles, à partir des exemples d'où il fait ressortir certaines caractéristiques d'une situation non-proportionnelle. À ce moment, il emploie encore une démarche inductive.

D'une façon générale, une différence importante existe donc entre la manière d'aborder un même contenu dans les notes de cours et dans les séances en classe, la dernière étant plus inductive. Son approche part d'un exemple que l'enseignant développe, verbalise et à partir duquel il met en évidence certaines caractéristiques et construit un sens. Une interprétation possible de cette différence est attribuable à la fonction différente que peuvent jouer les notes de cours et les séances en classe. En classe, l'enseignant cherche à attribuer en certain sens au contenu : il procède ainsi en partant d'exemples pour permettre aux élèves d'attribuer un sens au contenu introduit et à la généralisation subséquente. La fonction des notes de cours n'est pas tout à fait la même. Dans les notes de cours, on cherche à donner aux élèves une trace de ce qu'il faut retenir, à donner une synthèse du cours. Alors qu'en classe, c'est essentiellement là que le travail de l'enseignant vise à faire apprendre.

Nous reviendrons maintenant sur l'analyse de la pratique en classe sous l'angle des autres composantes issues de l'analyse des notes de cours (attentes, marches à suivre, mises en garde).

Nous souhaitons cependant souligner qu'à cette différence qui est la règle, il existe une exception, dans le cas des proportions. Dans les notes de cours, elles sont présentées à partir de définitions et d'exemples sans contexte. Dans les séances en classe, les proportions sont aussi traitées de la même façon, différemment des autres contenus. Nous croyons que cela arrive parce que pour Maurice les proportions sont des techniques qui permettront aux élèves de résoudre des problèmes de proportion.

Le statut accordé au contenu joue pour Maurice un rôle dans les choix didactiques qu'il semble faire. Ainsi le choix de modifier la démarche lors de sa pratique en classe correspond à un choix didactique lié au souci d'être plus proche des situations de la vie courante et de donner à ses élèves des outils pour aborder et comprendre les situations auxquels ils sont confrontés.

4.1.3.3. Les attentes

L'analyse des séances en classe nous permet de dégager quelques attentes de Maurice. Parfois, ses attentes se trouvent explicitées dans son discours, mais il se peut qu'elles restent implicites à d'autres moments. C'est alors une analyse des ruptures qui surviennent, que nous pouvons identifier à partir d'indices issus d'une analyse des interactions avec les élèves, qui nous permet, sur un plan méthodologique, de dégager ces attentes implicites de l'enseignant. Dans l'ensemble des attentes que nous avons pu dégager de l'analyse, nous retrouvons quatre grands groupes, autour de la recherche du sens, du réinvestissement des connaissances déjà travaillées en classe, de l'engagement des élèves dans la résolution de problèmes et de la démarche de calcul. Nous expliciterons chacune de ces attentes et nous présenterons quelques extraits de verbatim afin d'illustrer notre analyse.

La recherche de sens

Cette préoccupation mise sur le fait de « donner un sens », se retrouve aussi dans le choix de certaines notations plutôt que d'autres (à propos des taux, par exemple), ou dans la reconnaissance de situations proportionnelles. Maurice fait aussi référence (pour les taux) au fait que, dans la vie réelle, il y a des choses qui ont plus de sens que d'autres, et que les élèves doivent apprendre à juger pertinemment et logiquement une situation et évaluer son sens grâce à des outils de compréhension. Cette référence aux rapports et aux taux comme quelque chose de logique était déjà annoncée par Maurice au moment de la 1ère entrevue sur la planification.

> « Dans la vraie vie, ils ont tendance à faire des choses (*bruit de fond*???). Si j'ai... plusieurs cas, j'essaie de ... à côté de rapport et de taux, qu'ils voient partout sur des boîtes de céréales et ailleurs, il est là dans leur vraie vie. » (1^{ere} entrevue, lignes 270 à 272).

Dans les séances en classe, nous constatons encore qu'il met l'accent sur ce lien avec ce qui est logique dans la vie réelle, sur cette dimension pragmatique, afin de les aider à choisir une écriture du taux plus appropriée.

> (*Trouve le taux unitaire pour : Isabelle achète 4 tablettes de chocolat pour 1,88$*)
> « P- des dollars divisés par le nombre de tablettes. Le nombre de dollars. Ça donne le prix pour une tablette, c'est logique, donc le nombre de dollars par tablette. Qu'est-ce qui a le plus de sens dans la vraie vie? Le nombre de dollars pour une tablette ou le nombre de tablettes pour un dollar? Julie?
>
> Julie : Dollars par tablette
>
> P- On va souvent utiliser ça. C'est deux taux, c'est deux taux unitaires mais il y en a souvent un qui est plus logique que l'autre. Des fois ça n'a pas d'importance, honnêtement là quand il n'y a pas d'importance, c'est pas grave, les deux réponses sont bonnes (???) mais de temps en temps si vous regardez c'est quoi dans les deux sens puisqu'il y en a un qui est plus logique, qu'on utilise plus dans la vie de tous les jours, tandis que le nombre d'heures par kilomètres, c'est rare qu'on utilise ça. On utilise plus (???) kilomètres / heure. Je pense que c'est assez évident que

> dans plusieurs cas comme ça, c'est assez évident. Vous réfléchissez, vous choisissez celui qui est plus approprié et si vous n'êtes pas sûr, c'est toujours la même chose ici si j'avais divisé par quatre ça donnerait quoi? 0,47$ sur 1 tablette. C'est juste qu'écrire ça comme ça c'est tout à faire correct, utiliser le taux unitaire, mais souvent étant donné qu'on prend ça et qu'on divise par le nombre en bas on fait plus rapidement, on arrive, mais c'est logique. » (1ère séance, lignes 202 à 219).

Dans ce cas-ci, un double système de d'attentes est en fait en jeu : d'une part Maurice entend faire appel à la réflexion, ou au jugement; d'autre part, il a recours aux propriétés des proportions ou à certaines caractéristiques pour s'assurer de sa démarche.

Ce sens est aussi présent, jusqu'à un certain point, dans ses attentes par rapport à la reconnaissance de situations proportionnelles.

> « P- ok, une proportion, le calcul on pourrait faire le produit croisé, ici, c'est assez évident, mais ce qu'il faudrait remarquer c'est que dans le fond, on n'a pas besoin d'être, entre guillemets, innocent au point de toujours faire des proportions pour vérifier après eh, ça avait-tu de l'allure? Souvent, on peut y réfléchir avant de faire la question, mais là pour réfléchir j'aimerais qu'on se base peut-être, une des façons les plus faciles c'est se baser sur « caractéristiques des proportions ». » (5ème séance, lignes 74 à 80).

Le réinvestissement des connaissances travaillées en classe

De la même manière que nous avons pu le remarquer auparavant, concernant le réinvestissement des connaissances des élèves, Maurice rend explicite pour les élèves que le contenu qu'ils ont vu dans les séances antérieures est important et sera réutilisé. D'une certaine manière, il s'attend à ce qu'ils soient capables de faire des liens avec les rapports et les taux travaillés auparavant.

> « Ok, tout le monde a la feuille, donc, on commence, (??? *Il dit un nom propre*) c'est comme logique la roue réinventée un moment donné là. On vient de comparer des rapports ou des taux. Il y en a un qui était plus grand que l'autre, à un moment donné, probablement, vous vous êtes rendus compte, par exemple,

> dans les tomates que quand on faisait le calcul, il y avait deux données du même montant, deux sortes de tomates qui coûtaient le même prix. Des fois, que ce soit des taux ou des rapports, ils ne sont pas toujours plus grands un que l'autre, des fois ils sont égaux. Une proportion, ben tout simplement on voit ça comme deux rapports ou deux taux qui sont égaux. À égaux, on va ajouter un autre mot qu'on va utiliser souvent surtout quand vous allez arriver à secondaire 3 et 4, le mot équivalent est très évidemment utilisé pour dire qu'on a des taux égaux, on dit des taux équivalents. Ok, je dis tout de suite ça va être plus pareil d'une année à l'autre. » (3ème séance, lignes 148 à 158).

Maurice souligne pour les élèves que ce qu'ils on vu en classe est important et qu'on peut et/ou doit les utiliser dans d'autres situations.

> (*En vérifiant si une situation est proportionnelle ou pas*) « P- On aurait pu faire aussi des dénominateurs communs, il n'y a rien de ce qu'on faisait avant qui n'est pas (???prêt). Qu'est-ce qu'on peut faire aussi pour vérifier que deux rapports sont égaux? (*il commence le produit croisé*) 1 fois 10, produit des extrêmes, ça donne 10. 8 fois 2, ça donne 16, produit des moyens. Il faudrait que soit égal. Ce qu'on a appris on ne l'efface pas là. Ce qu'on a appris on ne l'efface pas là. » (7ème séance, lignes 86 à 90).

L'engagement des élèves dans la résolution des problèmes

Nous sommes en présence ici d'attentes qui sont plutôt implicites. Une qui revient souvent dans le discours de l'enseignant est celle qui porte sur l'engagement des élèves dans la résolution des problèmes. Il s'attend à ce que les élèves s'engagent dans le problème, donnent leur point de vue, trouvent des stratégies. Maurice avait déjà fait une première référence à l'engagement des élèves au moment de la première entrevue, comme nous le montre l'extrait ci-dessous :

> « Je me fie qu'ils vont avoir un réflexe naturel vers quelque chose, soit bon ou pas bon, ils vont l'essayer. De temps en temps ça va être bon, de temps en temps ça ne sera pas bon. Idéalement, je vais leur demander leurs démarches avant un problème, pour qu'ils le fassent eux mêmes. Ils vont peut-être avoir 3 ou 4 façons différentes de le faire, on va regarder les 3 ou 4 on va essayer de retenir ce qui est

> plus avantageux. Peut-être que les 3 ou 4 sont équivalentes. » (1^{ere} entrevue, lignes 291 à 296).

Dans les séances en classe, nous observons un retour de cette attente envers l'engagement de l'élève.

> « Comparaison de rapports et de taux, là je vais faire, pas besoin de regarder tout de suite les notes de cours, c'est clair dedans, mais moi, ce que je veux c'est pas ce qui est écrit là dedans, c'est votre impression à vous. » (2^{e} séance, lignes 172 à 174).

Cette attente est explicite, dans ce cas, dans son discours, et nous la percevons à travers le fait que Maurice souhaite que les élèves s'engagent dans la résolution des problèmes, en proposant différentes stratégies de résolution. Cependant, en même temps, d'autres attentes, à ce moment précis, qui demeurent plutôt implicites, semblent animer l'utilisation des proportions et de leurs propriétés.

> « Notre objectif c'est d'être capable, supposons que manque une valeur, de trouver cette valeur inconnue là. Je vais donner un exemple, je vais vous demander de trouver les solutions pour le faire, vous allez me dire c'est quoi. Je ne vous donne pas la réponse tout de suite. » ($4^{ème}$ séance, lignes 67 à 70).

Il les laisse trouver leurs stratégies puis revient ainsi :

> « P- On va y aller un peu à la façon des proportions, c'est ça exactement. C'est que si je fais fois 5, le nombre de kilomètres fois 5. Je vais faire 5 fois plus de kilomètres en 5 fois plus de temps. Fait qu'on peut écrire ça peut-être d'une façon comme une proportion, vous allez voir c'est avantageux.» ($4^{ème}$ séance, lignes 109 à 112).

Nous avons déjà observé qu'il se montre intéressé par les solutions proposées par les élèves (voir section 4.1.3.3, par exemple). Cependant, à un certain moment du retour sur ce qu'ils ont proposé, apparaît le fait de privilégier les proportions, même si les stratégies des élèves sont bonnes. L'enseignant manifeste donc ici une attente à l'égard d'une stratégie particulière, sans dire pour autant que les stratégies des élèves sont fausses.

> « P- 8! En effet ça donne quoi? Le nombre que 7 et 50 rentre dans 60 dollars? Ça (7,5) c'est pour une heure, combien de fois ça rentre? Ça rentre 8 fois. Ok. As-tu d'autres solutions? Ça c'est correct, c'est bon, c'est vrai, maintenant on va essayer de travailler avec des proportions. Est-ce qu'on serait capable de l'écrire avec une proportion? » (4ème séance, lignes 165 à 186).

Dans le même sens, nous pouvons aussi observer l'importance que Maurice attribue à l'écriture d'une proportion[67].

> « P- C'est ça que vous avez fait. Ici on peut tout de suite commencer à voir qu'on pourrait l'écrire autrement, ton calcul il n'est pas faux mathématiquement sauf qu'à un moment donné pour être capable de représenter, ça veut dire quoi si on dit, la même chose dans tout les cas. Je peux écrire ça aussi d'une façon comme si on écrivait une proportion, [...]. Fait que ça dans le fond on peut commencer à voir qu'on peut travailler de la façon des proportions et puis c'est peut-être plus clair. Maintenant, il y a des techniques encore plus rapides pour y arriver à la réponse, ça c'est comme une façon, la façon elle est excellente. Les deux dans le fond reviennent au même, si on écrit de la façon avec une proportion, on est en secondaire 2. Dans le secondaire 2 on va travailler avec les proportions » (4ème séance, lignes 119 à 132).

Cette attente à l'égard d'une écriture privilégiée, celle d'une proportion, semble être justifiée par les contraintes institutionnelles (en référence au programme de secondaire 2). L'attente envers l'utilisation des propriétés des proportions est clairement explicitée, lorsque les élèves posent une question (qui s'oriente vers une autre façon de faire possible). Ainsi, quand l'élève demande s'il peut utiliser une autre stratégie de

---

[67] Le problème auquel il fait référence est : En voiture, j'ai parcouru 160km en 2h. Quelle distance vais-je parcourir en 5h si je roule toujours à la même vitesse?

résolution que les propriétés, Maurice explique qu'ils peuvent faire toutes sortes de choses, tout en soulignant, qu'à certains moments, les propriétés vont être plus avantageuses. Ainsi, il donne ainsi un statut privilégié aux proportions, au moment où il explique le contenu.

> « P- C'est une propriété (??? qui est) dans les proportions, je veux juste qu'on la remarque. [...] Dans le fond, vous pouvez les rassembler ensemble les 4 kilos, les 6 kilos ça fait en tout 10 kilos et ça veut dire que si c'était 14 dollars pour ça et 21 pour ça, ça devrait donner normalement 35 dollars pour 10 kilos et ça, ça devrait donner la même réponse que ce que Nic., c'est ça, a trouvé. Oui?
>
> Élève : Je ne sais pas, mais est-ce qu'on pourrait faire le prix unitaire?
>
> P- Oui, on peut faire toutes sortes d'autres choses, c'est juste que là, à gauche, c'est juste remarquer parce que des fois ce qui va arriver plus tard dans les situations proportionnelles, on va se servir de cette propriété là. » (3ème séance, lignes 281 à 291 ».

L'importance que prend l'écriture de la proportion a été mise en évidence lors de la première entrevue. Certaines attentes y sont aussi formulées sur la manière même de noter, d'écrire cette proportion.

> « L'idée c'est de toujours écrire la proportion pour savoir c'est quoi qui est quoi, parce que j'insiste pour qu'ils écrivent, mettons, une rangée, c'est des millilitres, l'autre c'est des dollars pour que ça soit clair, pour que leurs démarche soit bien structurée. Sinon, ils risquent de se mélanger de toute façon eux-mêmes. » (1^{ere} entrevue, lignes 225 à 228).

Au moment des séances en classe, cette manière privilégiée d'aborder la résolution de problèmes est explicitée.

> « Ok, ce que je vous demande, vous posez la question, si c'est proportionnel, vous faites une proportion, obligatoire dans votre démarche, et vos calculs vont vous amener à la réponse. » (5ème séance, lignes 104 à 106).

La reconnaissance de situations proportionnelles

Pour être capable de vérifier si une situation est proportionnelle ou non, il est nécessaire, pour Maurice, de passer par tous les calculs, en nommant quelle démarche les élèves devront utiliser. Il explicite aussi le mode de vérification qui doit être privilégié.

D'abord, il fait passer par l'écriture des proportions / vérification des propriétés :

> « P- Ok, si c'est pas proportionnel, tantôt là, juste une... concentration. Pour vérifier si c'était proportionnel, il fallait que tous les taux soient égaux... il fallait que tous les taux soient égaux, j'ai divisé par, j'ai divisé dans chacun des cas. Si c'est pas proportionnel, dès qu'il y a un qui est pas égal aux autres. (??? 10) est plus proportionnel, pas besoin de faire (??? égal) calcul, mais là, je n'ai pas insisté tantôt, mais vous devez faire les calculs qui fait que, oui c'est proportionnel, non, c'est pas proportionnel. Dans le cas du A, il fallait que je fasse tous les calculs, c'était proportionnel, si ce n'était pas dès qu'il y a un de différent des autres, vérifiez si ce n'est pas un erreur de calcul là, mais s'il y a un qui est différent des autres, c'est sûr que la situation ne peut pas être proportionnelle, parce qu'il faudrait qu'ils soient tous égaux (???) pour être sûr que c'est proportionnel. Il faudrait que tous les taux soient égaux, pour que ça soit une situation proportionnelle. Est-ce que ça a éclairci un peu de ce que je m'attends de vous au niveau de calculs? » (7^e séance, lignes 45 à 56).

Nous pouvons observer que cette attente se manifeste aussi pour le passage par tous les calculs dans la table des valeurs.

> « La deuxième façon de le faire (*pour vérifier si une situation est proportionnelle ou non*) qui est peut-être un peu plus rapide parce que c'est bon pour tout les cas. Si je dis, j'ai 8 kilogrammes à 1 an. Divisé par 1, c'est assez évident c'est 8 kilogrammes par an (*8kg/an*). Si j'ai 10 kilogrammes en 2 ans, à 2 ans peu importe, ça donne 5 kilogrammes par an. Les deux taux ici ne sont pas égaux. Je pourrais vérifier le troisième, puis vérifier le quatrième. Fait que, dès que j'ai deux qui ne sont pas égaux. Donc, je peux mettre que c'est pas égaux à proportionnel. Mes deux taux ne sont pas égaux. Il faut que ça soit que tous les taux sont égaux, pour ça est-ce qu'il y a des questions là-dessus? [...].

> P- Pour que ça soit proportionnel il faudrait que, je continue ici, que 1 sur 8, mon rapport, mon taux entre les années puis mon nombre de kilogrammes soit égale partout. Une proportion là, c'est des taux égaux, des rapports égaux. Pour que ça soit proportionnel il faut que (???soit) vraiment qu'ici 2 sur 10 qui serait la même chose que 3 sur 12, que serait la même chose que 4 sur 14. (7ème séance, lignes 94 à 112).

La même attente est aussi présente dans le passage par zéro dans la construction des graphiques.

> « La dernière chose qu'on a vue, c'est que graphiquement si c'est proportionnel, c'est une droite, mais c'est pas juste de dire qu'augmente de la même façon, il faut que ça parte à zéro, ok. Ok, dans ce cas ici pour zéro bâton, c'est zéro dollar » (7ème séance, lignes 222 à 224).

Une certaine attente est mise sur la justification de la démarche qui apparaît comme importante.

> « C'est moins long montrer que c'est pas proportionnel que montrer que c'est proportionnel, parce que dès qu'il y a deux que ne sont pas égaux, ça arrête. Mais ça c'est tout à fait correct de faire une démarche comme ça, surtout quand c'est pas proportionnel, il y en a qui ont marqué en voyant hey! quand je double c'est pas doublé. Parfait, vous avez vu ça, écrivez-moi ça je vous donne vos points, mais il faut que ça soit justifié, je ne peux pas juste dire oui ou non » (7ème séance, lignes 101 à 106).

4.1.3.4. Les marches à suivre

Lors des séances en classe Maurice donne aux élèves des procédures qui devront être employées dans la résolution des situations proposées. Nous présenterons les marches à suivre qui ont été conseillées aux élèves et dans quel sens elles se rapprochent ou non de celles qui sont présentées dans les notes de cours.

Les marches à suivre données sur la manière de procéder

Dans les notes de cours, des marches à suivre ont été données aux élèves, par exemple sur le calcul du taux unitaire : « *On divise les 2 nombres à la calculatrice et on écrit les unités séparées par un trait de division* ».

Dans les séances en classe les marches à suivre vont dans le même sens que celles qui ont été présentées dans les notes de cours.

> « Mais quand on a des rapports, on a tendance à faire quoi avec? Écrire comme une fraction et le simplifier comme une fraction et quand on a des taux qu'est-ce qu'on fait? On va aller chercher le taux unitaire. Qu'est-ce qu'on fait? Étant donné qu'on divise toujours par le nombre qui est en bas, on peut faire si on a 45 kilomètres en 6 heures, puis ça on a fait souvent dans le chapitre 1. Si je prends 45 kilomètres et je divise par 6 heures, on divise les nombres, ça donne 7,5. J'aurais besoin d'écrire seulement ça. Ça serait suffisant j'écris des kilomètres divisés par des heures (*km/h*) (???) bon, bon, bon, avec la barre oblique. Ce qui me donne 7,5 kilomètres par heure. » (1ère séance, lignes de 78 à 87).

Nous retrouvons cette marche à suivre pour la résolution de problèmes de proportion (par une démarche privilégiée d'écriture d'une proportion), la comparaison de taux et de rapport, la reconnaissance de situations proportionnelles, ou encore le calcul d'un terme manquant dans une proportion. Encore une fois, elle est présentée d'une manière très semblable au mode de présentation dans les notes de cours « *On multiplie les **2 termes connus en diagonale** puis **on divise par le 3e terme connu*** »

> Dans la séance en classe :
>
> « Quand on réfléchit avec le produit des extrêmes et le produit des moyens, dans tous les cas on a multiplié les nombre qu'on connaissait en diagonale, soit les extrêmes soit les moyens puis ensuite parce que ça me donne un certain nombre de fois le nombre que je connais pas, on va diviser ensuite. » (4e séance, lignes 311 à 314).

Les marches à suivre sur l'écriture

Si on retourne à ce que Maurice nous avait explicité dans la première entrevue (cf. 4.1.1.), on peut voir que pour lui la structuration (l'organisation) de la démarche de l'élève est quelque chose d'important. L'extrait de verbatim ci-dessous nous permet d'observer que cette inquiétude est aussi présente dans les séances en classe.

> « Est-ce que vous êtes d'accord que d'écrire les kilomètres et les heures est un peu lourd dans l'écriture? Ça fait un peu mélangeant, ok. Même là ça me dérange un peu. Fait que souvent ce que … si j'ai décidé qu'en haut je mettais les kilomètres, je vais l'écrire. Les kilomètres sont en haut, les heures en bas ok. C'est pas obligé c'est bon (??? d'écrire) tout à l'heure c'est juste que va m'aider à comprendre que quand j'ai fait une proportion j'ai mis tous les kilomètres en haut et toutes les heures en bas, puis c'est clair! 160 kilomètres pour 2 heures, combien de kilomètres pour 5 heures? Jusque là ça va? Parce que sinon après ça on va se perdre. » (4^e séance, lignes 245 à 252).

Plus précisément sur le tracé des graphiques, on constate que les marches à suivre données par Maurice en classe vont plus loin que celles qui sont présentées dans les notes de cours. Dans les notes de cours, un certain accent était mis sur le fait que le zéro du graphique devait être toujours représenté. Tandis que dans les séances en classe, Maurice explicite une marche à suivre pour tracer le graphique, comme nous montre l'extrait de verbatim qui suit :

> « Dans le B[68], on demande de faire un graphique (???je vais faire) très rapidement l'idée. On a l'âge, là si vous l'avez inversé, l'année prochaine, ça va être (???) cette année, je vous dis, la première chose que je vous donne, mettez là sur l'axe (??? du temps). Je vais (???) la deuxième rangée ici, on va la mettre ici la

---

[68]

Âge de Myriam				
Âge (ans)	1	2	3	4
Masse (kg)	8	10	12	14

a) la masse de Myriam est-elle proportionnelle à son âge?
b) Représente cette situation par un graphique.

> masse. On met le titre, le titre c'est l'âge de Myriam. Oubliez pas de mettre le zéro, c'est la première chose que je fais, puis ensuite je vais mettre la graduation. L'âge c'est zéro, un, deux, trois, quatre. Fait que si je l'ai, là, je mets à peu près ça. Toi, en particulier, il y a peut-être d'autres. Le 1, c'est la première graduation, le 2 c'est la deuxième graduation. Là, si je mets 1 centimètre par centimètre, c'est la même chose partout. Fait que je mesure 1 centimètre, 1, 1, 1. Il faut que toujours (???ça mesure) la même chose, 1,2, 3, 4. (???) on a fait ça quand même, (??? De même) c'est important. » (7e séance, lignes 116 à 126).

D'une manière générale, nous sommes confrontés lors de l'analyse des séances en classe, aux mêmes marches à suivre que celles qui ont été identifiées dans les notes de cours distribuées aux élèves. Cela confère une certaine cohérence au propos de l'enseignant. On observe aussi que pour Maurice certaines manières de faire et d'écrire sont plus importantes que d'autre et que cela sert à organiser la démarche de l'élève. Nous émettons l'hypothèse que, pour lui, une démarche bien structurée réduit les possibilités d'une erreur, comme il nous le disait d'ailleurs en entrevue (cf. 4.1.1.).

4.1.3.5. Les mises en garde

Lors des séances en classe, Maurice attire l'attention des élèves sur certains points plus difficiles qui sont en lien avec le contenu dont ils traitent. Ces mises en garde de la part de l'enseignant ont été déjà identifiées une première fois lors de l'analyse des notes de cours distribuées aux élèves. Nous avions alors fait l'hypothèse qu'elles avaient comme objectif de prévenir les erreurs des élèves. Comment ces mises en garde s'actualisent-elles dans les séances en classe?

Les mises en garde faites par Maurice en classe sur les rapports et les taux sont très proches de celles faites dans les notes de cours, comme nous montre l'extrait de verbatim ci-dessous. Il anticipe ici une difficulté en lien avec le sens d'un rapport (ce que cela représente).

> « P- On a 5. Je devais diviser en 5 parties égales. Donc, je dirais que Marc est ici et Bruno aurait les quatre autres pointes, fait que, il faut comprendre que dans un rapport, ce n'est pas toujours qu'on a une fraction. Il y a deux sens : le premier sens c'est comme une fraction, le deuxième on l'appelle partie-partie pourquoi? Parce que j'ai la partie de Marc et la partie de Bruno. Je ne connais pas le tout, je ne connais pas l'ensemble. Tandis que dans la fraction on a toujours ça par rapport à ce que tu as au complet et c'est vraiment deux choses différentes. Et toutes les difficultés avec les problèmes qu'on va avoir c'est relié à ça. Quand on parle de rapport, simplifier c'est pas si dur, transformer mettons des centimètres en mètres ou des années tantôt en mois, ça c'est pas si pire, mais la partie qui est un peu plus dure c'est, des fois, de regarder puis de dire ce qu'on me donne est-ce que c'est comme une fraction et j'ai une partie sur quatre ou c'est un rapport entre deux quantités » (1^{ere} séance, lignes 133 à 144).

Cet autre extrait de verbatim va dans le même sens :

> « P- On a 28 élèves et 18 filles. Si j'ai 18 filles sur 28 élèves, normalement ça veut dire que j'ai combien de gars?
>
> **Élève** : 10.
>
> P- 10. Parce que soit tu as des gars, soit tu as des filles, parce que dans le fond c'est comme si on disait, même si on ne disait pas directement, le rapport entre les gars et le nombre d'élèves? J'ai 10 gars sur 28 élèves. On peut simplifier en divisant par 2, ça donnait 5 sur 14. Ou 5 deux points 14 (5 : 14). La même chose en B, on peut trouver le rapport entre les filles et les gars. Il y avait 18 filles, 10 gars. Ce que ça donnait, on peut simplifier 9 pour 5. Ce qui est le plus important pour moi c'est le C et le D. Dans la situation, G. Dans la situation, le rapport 9 pour 14. Le 9 représente le nombre de? … filles ici, on a déjà vu. Le 14 ici ça représentait le nombre d'élèves en tout. Fait que 9 pour 14. C'est sûr qu'ici il n'y a pas de 9, il n'y a pas de 14, on avait divisé par 2 dans les deux cas. Fait qu'ici juste pour que ce soit plus clair, je vais multiplier par 2 et vous allez voir que ça nous donne vraiment 18 personnes sur 28, mais c'est quoi 18 sur 28? C'est le rapport entre le 18 qui représente le nombre des filles et le 28 qui représente le nombre d'élève en tout. Encore une fois, je veux que vous soyez habitués à voir que le

> rapport 9 sur 14 va avec un tout même s'il n'est pas écrit, ça représente quoi, dans ce cas ici? Le 9 sur 14 c'est le rapport entre le nombre de filles et le nombre d'élèves. je souligne que c'est important, dans l'ordre, parce que si on avait 14 sur 9, ça serait le rapport entre le nombre d'élève et de filles, dans l'ordre. 5 pour 9? Cinq représentait le nombre de gars, 9 le nombre de filles, donc c'était le rapport entre le nombre de gars et le nombre de filles, point. » (2ème séance, lignes 146 à 167).

On observe aussi que Maurice anticipe des difficultés que les élèves peuvent rencontrer par rapport aux taux et les différences entre eux et les rapports.

> « Pour ce qui est des taux, les taux, il y a une difficulté aussi. Ok? Ce n'est pas juste d'aller les connaître, on va prendre un petit exemple, qui n'est pas, pas compliqué. Il y a un problème là dedans est-ce qu'on a 4 tablettes de chocolat à un moment donné, [...] Est-ce qu'on peut transformer des tablettes en argent ou au contraire?
>
> Élève : non
>
> P- Monsieur G., qu'est-ce que t'en penses? Est-ce que tu es capable de transformer? Est-ce que c'est la même chose des chocolats, et de l'argent? Dans le fond, des tablettes de chocolat et de l'argent?
>
> G. : non
>
> P- [...] J'ai des tablettes de chocolat, j'ai de l'argent, c'est deux choses différentes. Si ce sont deux choses différentes on ne parlera pas de rapport parce que dans les rapports on a les mêmes unités ou on est capable d'avoir les mêmes unités. » (1ère séance, lignes 153 à 168).

Dans le travail sur les rapports, on a aussi constaté des mises en garde, faites dans les notes de cours, qui portent sur l'écriture des rapports.

> « P- dans le contexte d'un rapport entre deux affaires il existe donc... si j'ai un rapport par exemple de 10 pour 6. Écrivez-moi pas un et quatre sixième (1 4/6) ou un et quatre deux points 6 ($1^{4:6}$) ça ne marchera pas comme ça. On fait une

> comparaison entre deux choses, les deux choses doivent être séparées. Ici 10 par rapport à 6, peut-être 10 dollars que François a, Frédéric a 6 dollars. C'est une comparaison entre deux choses fait que le contexte d'un nombre fractionnaire, ça n'existe même pas, en passant, à part ça dans un contexte d'un nombre fractionnaire qu'on n'utilise pas du tout. Tout ce qui est, par exemple, deux et trois septième (2 et 3/7) ça n'existe pas ça. C'est un nombre fractionnaire, mais quand on parle d'un rapport allez jamais écrire ça comme ça, parce que ça n'existe pas, un rapport c'est entre deux quantités, je dois avoir les deux quantités. Dans ce cas ici, dix pour six, ça serait 5 par 3. Ok? On ne (???divise) pas, on simplifie, si j'ai 10 sur 6. » (1ère séance, lignes 250 à 260).

Encore sur les rapports et les taux, Maurice fait des mises en garde en référence au calcul en anticipant les erreurs possibles des élèves à ce sujet dans des problèmes[69] qu'il leur a donnés.

> « On vous disait que c'était un rapport, la seule difficulté c'était ici, avant de simplifier, on n'a pas les mêmes unités. Donc pour avoir les mêmes unités il suffit de transformer, si ça se transforme, des heures en minutes ou des minutes en heures. C'est plus facile si on transforme le petit nombre, dans le fond, c'est des heures en minutes parce qu'on n'aura pas de nombre à virgule. Si on faisait 30 minutes en heures, ça faisait 0,5 heures. C'est plus dur. » (2ème séance, lignes 19 à 25).

Encore en référence aux calculs dans le cas d'un autre problème (9 pour 14 et 13 pour 21. Lequel est le rapport le plus avantageux?).

> « On pourrait aussi diviser 9 par 14, là ça donnerait, et là attention (???) exactement ce que ça donne, et là 0,643 millième et 13 divisé par 21, ce que ça nous a donné 0,619. On peut comparer, le problème c'est que souvent dans la vie le zéro virgule quelque chose il représente quoi, c'est dur à comparer. » (2e séance, lignes 269 à 272).

---

[69] Quel est le rapport simplifié de : 2h à 30min?

Maurice énonce aussi une autre mise en garde, celle-là plus en lien avec la comparaison des rapports, dans le cas où une des grandeurs est 1.

> « Ça serait ma réponse *(4/1)* qu'on peut écrire aussi 4 deux points 1 *(4 : 1)* quatre pour un. Ça représente quoi dans le fond? Ça veut dire que le premier en haut est quatre fois plus grand que celui en bas, dans le fond. On pourrait écrire aussi quatre, juste quatre, là, là, la difficulté c'est de se rendre compte que là on est dans une comparaison. Dans ce cas ici, quatre qui veut dire que tu as quatre fois plus de temps, c'est logique, mais des fois quand tu as un rapport de 4 pour 1 qui représente encore le nombre de pointes de pizza de Bruno et de Marie Hélène peut-être que c'est plus utile d'écrire 4 pour 1 que d'écrire seulement 4, parce que ça veut dire que lui a mangé 4 pendant que Marie Hélène en a mangé 1 fois. Je veux juste rappeler de l'importance, si j'écris juste 4, il a mangé 4 fois plus, c'est vrai, sauf qu'on ne voit pas la pointe qu'elle a mangée. Tandis que quand on écrit ça comme ça *(4 : 1)* c'est (???), mais les deux c'est équivalent. » (2$^{\text{ème}}$ séance, lignes 30 à 40).

Nous avons aussi observé des mises en garde portant sur la structuration de la démarche, de façon à ce que celle-ci soit claire.

> « Ok, imaginons qu'on a juste 0,36; 0,2 et 0,6. Il faut être capable de décider laquelle représente la moins grande concentration en eau. C'est sûr que si je l'écris, c'est pour m'aider à comparer celui qui a le moins de grammes d'eau par gramme de substance. C'est le meilleur ce que ça donnait la même réponse. C'est correct, mais faites juste attention, la raison par laquelle souvent on ne divise pas quand on a des rapports. C'est parce que si on utilise juste les nombres de fois on peut se mélanger pour savoir, tu sais la question est-ce que c'est le plus grand ou le plus petit pour choisir dans ce cas ici? [...]. C'est plus difficile à voir. Ok, c'est (??? Dur) à des erreurs. C'est pour ça que c'est important d'écrire ce qu'on représente en haut puis le rapport qu'on (??? Va avoir).» (3$^{\text{e}}$ séance, lignes 65 à 76).

L'analyse des séances en classe a fait ressortir le fait que, de la même façon comme nous l'avions remarqué lors de l'analyse des notes de cours, il n'y a pas de mises en garde sur les proportions, ni sur la reconnaissance des situations de proportionnalité.

Toutes les mises en garde apparaissent donc dans les parties sur rapports et taux, comparaison des deux.

D'une façon générale, nous faisons l'hypothèse que les marches à suivre et les mises en garde ont comme objectif, pour cet enseignant, d'aider les élèves à structurer leur démarche et de prévenir l'erreur chez les élèves.

4.1.3.6. Ce qui se dégage de l'analyse de la pratique en classe

En analysant l'ensemble de séances en classe, nous observons d'une manière générale que la progression des séances est très proche de celle présentée dans la première entrevue (sur la manière dont l'enseignant a envisagé sa planification) et dans les notes de cours (à partir de la séquence proposée et du mode de présentation du contenu). Néanmoins, des différences ont pu aussi être mises en évidence.

D'abord, un constat qu'on a pu faire tout au long des analyses c'est que la pratique d'enseignement de Maurice est guidée par le savoir mathématique, c'est à partir de celui-ci qu'il organise son enseignement.

Un autre point qui nous paraît important est celui de la place qu'occupent les élèves dans sa pratique. Un regard superficiel sur la pratique de Maurice nous amènerait à dire qu'il ne tient pas compte des élèves, car le temps de parole[70] (donné aux élèves) et les moments d'interactions en classe ne sont pas très développés (voir section 4.1.3.1.). Néanmoins, en faisant une analyse plus fine, l'analyse de son discours en classe montre une prise en compte du travail des élèves. Il reprend en effet leurs stratégies, les reformule, anticipe leurs difficultés... Elle montre aussi une connaissance didactique des

---

[70] Cet élément n'est pas central dans notre analyse il sert seulement à illustrer les interactions en classe.

difficultés (voir la section 4.1. - mises en garde) et des stratégies (reprise de leurs stratégies pour les reformuler) que les élèves présentent par rapport à l'apprentissage de la proportionnalité.

Le fait que son enseignement soit basé principalement sur le savoir mathématique et que le mode d'interaction en classe repose sur un « pattern d'élicitation » ne veut pas dire que les élèves ne sont pas pris en compte par Maurice. L'analyse des séances en classe nous montre en effet comment il prend en compte les élèves. Maurice fait à plusieurs reprises référence au fait qu'il s'intéresse aux stratégies des élèves, et d'une manière plus implicite, au fait qu'il s'attend à ce que les élèves aient un engagement dans la résolution des problèmes en essayant leurs propres stratégies.

Malgré cela, il les guide ensuite vers des stratégies plus « standard », passant par l'utilisation des proportions. Cet accent mis sur l'utilisation des proportions a comme origine une contrainte institutionnelle, comme Maurice l'a explicitement dit aux élèves (en effet, en secondaire 2, ils étudient les proportions).

Un autre point qui ressort après l'analyse des séances en classe, et que nous avions aussi remarqué dans l'entrevue sur la planification et l'analyse des notes de cours, réside dans le besoin de contrôler la démarche des élèves (cf. les marches à suivre, et les mises en garde). Comme nous l'avons dit auparavant, cela aurait comme objectif d'éviter l'erreur des élèves et d'aider à structurer leur démarche.

Le fait que Maurice souligne auprès des élèves les principales difficultés et qu'il leur donne une démarche de calcul, constitue l'une des caractéristiques de sa pratique. Cette reprise des erreurs est aussi l'une des raisons qui nous permettent d'affirmer qu'il prend en compte les élèves dans son enseignement. Pour lui, à partir du moment où il nomme ces difficultés et les erreurs possibles dans une certaine situation, cela pourra permettre de réduire la reproduction de ces erreurs par les élèves.

Mais, quelle activité mathématique est susceptible d'être induite chez les élèves?

De la même façon que pour les notes de cours, lors des séances en classe, l'accent est encore mis sur la structuration de la démarche des élèves et sur le mode d'écriture. Nous pouvons remarquer cela pour les trois grandes partie de sa séquence en classe, soit, rapport et taux, proportions et problèmes de proportion et, reconnaissance de situations proportionnelles.

L'activité mathématique susceptible d'être induite chez les élèves se situe dans des « manières » de résoudre le problème. Chaque façon de résoudre le problème est fournie par l'enseignant comme étant la « manière la plus efficace » et sa présentation essaie souvent suivie de la structuration de la démarche de l'élève (mode d'écriture et nomenclature).

L'analyse des séances en classe nous a aussi permis de constater (comme dans les notes de cours) que la reconnaissance de situations de proportionnalité est basée sur quelques exemples assez typiques, ce qui pourrait générer une difficulté chez les élèves au moment de reconnaître une situation non proportionnelle en dehors des contextes travaillés en classe.

4.1.4. Analyse de l'entrevue finale

L'entrevue finale a été construite avec l'objectif de faire un retour avec l'enseignant sur son enseignement. En ce sens, les questions de l'entrevue étaient dirigées plus explicitement vers les points suivants : le travail qu'il pense réaliser par la suite sur la proportionnalité au cours de l'année et à quel moment (réinvestissement du contenu travaillé); le retour sur la séquence expérimentée, (sur les activités et problèmes proposés aux élèves et les réajustements qu'il apporterait); les difficultés des élèves qu'il a rencontrées?

Le codage des données devait donc permettre d'aller chercher une réponse à ces questions.

La démarche qui a été utilisée pour le codage est la suivante : une fois que le verbatim de l'entrevue a été fait, en nous appuyant sur l'expérience du codage de la première entrevue et des catégories alors identifiées (cf. 4.1.1), nous sommes allés repérer à quels moments Maurice parlait de la séquence et à quels moments il parlait des élèves, en identifiant pour chacune de ces deux catégories à quoi il faisait référence quand il en parlait.

Les données obtenues, nous le verrons par la suite, viennent confirmer les analyses précédentes. Le seul nouvel élément identifié porte sur l'explicitation par l'enseignant de sa conception de l'apprentissage chez les élèves. Ce nouvel élément sera présenté plus loin dans ce texte.

4.1.4.1. La séquence et son suivi

À partir des questions posées en entrevue sur la séquence, notre codage du discours de Maurice nous conduit vers trois catégories : le savoir en jeu dans la séquence et son lien avec d'autres niveaux scolaires, les réajustements apportés, et les domaines de justification sous-jacents.

Le savoir en jeu dans la séquence (proportionnalité) et son lien avec d'autres niveaux scolaires

Pendant l'entrevue Maurice nous explicite les liens entre la proportionnalité travaillée en secondaire 2 et la façon de l'utiliser en secondaire 3 et 4, où il indique clairement des réinvestissements possibles.

« E- Assez souvent, quant tu faisais référence aux stratégies et la façon de fonctionner en proportionnalité, tu faisais référence en disant, on va,...

P- Ah ouais, ça vient, ça flash, c'est sûr, mais ce qui demeure entre le lien quand je suis en secondaire 3, à la base là. C'est sûr que les situations proportionnelles, on les revoit après, les situations proportionnelles. On s'en sert en 2, ben, on s'en sert aussi en 3, puis pour ce qui est des situations proportionnelles quant tu arrives dans les graphiques, tables de valeurs, [...] la règle qui est égale, égale à y, égale à 4x, par exemple, le 4 ça reste ton coefficient de proportionnalité.

E- ok.

P- [...] C'est ça, quant tu vas voir la règle, tu peux trouver des valeurs manquantes là. Tu sais, on a fait ce travail là, là. Moi, je parle juste de, tu sais, pas à ce moment là, mais, mettons l'outil « table de valeurs et graphique », quand je dis, mettons, à 15 heures c'est quoi le coût, que c'est une situation proportionnelle, ils le font, peut-être par une chaîne d'opérations, peut-être par essais-erreurs, mais ils ne le font surtout pas par résolution d'équation.

E- Ah ok.

P- Tandis que la même question peut revenir en secondaire 3, la même question, puis ils vont la faire, avec la règle, ils vont résoudre avec la règle algébriquement. Ça c'est sûr que c'est important, puis c'est surtout la proportionnalité, je pense en 3, c'est surtout de ce côté là, qu'on va la voir là, avec des tables de valeurs et des graphiques. [...] C'est sûr que si je vais plus loin en secondaire 4, encore une fois, est-ce que les proportions ça sert, ça sert partout, tout ce qui est trigonométrie, figures semblables.

E- Ouais, ouais.

P- C'est sûr que je base ça directement sur les proportions et qu'en même temps c'est la base de ce qui arrive en 4.

[...]

P- Tour ce qui est « table de valeurs », c'est sûr parce que, ce qu'on fait avec les tables de valeurs, quand on se rend compte que la situation est proportionnelle. Ah! Et évidemment ça se poursuivait cette année, mais ça se poursuit aussi l'année prochaine, parce que la situation, elle est proportionnelle oui ou non. Ça, ça reste. » (Entrevue finale, lignes 70 à 105).

L'extrait précédent nous montre que Maurice est conscient de l'importance de la proportionnalité, dont il voit les prolongements en secondaire 4 dans les graphiques, la trigonométrie, la similitude. Cet extrait nous montre par ailleurs qu'il est conscient des différences dans les manières d'approcher ce même contenu en secondaire 2 et en secondaire 3 et 4 (résolution avec les tables de valeurs, les graphiques, et non en passant par la règle algébrique, ce que va demander le programme de secondaire 4).

Un autre point que Maurice met aussi en évidence est celui de l'importance du travail fait sur les taux, cette notion étant réinvestie dans les autres années du secondaire. Là encore, il explicite les différences dans les manières d'approcher un même contenu.

> « P- Toujours là, puis aussi tu sais quand on parle de proportion au début, il y avait aussi des taux.
>
> E- Ouais
>
> P- Et les taux là, je fais le lien très important entre ce qui est encore une fois le coefficient (*sous-entendu le coefficient de proportionnalité*), et le taux de variation.
>
> E- Ok
>
> P- Je veux dire, c'est quasiment le même problème. C'est juste qu'on ne réfléchit pas de la même façon, mais quand on arrive en secondaire 3, quand on parle de taux de variation et puis tout ça, mais c'est un peu la même chose, parce qu'on parlait des rapports et des taux au début, mais c'est justement le lien entre les deux, parce que, dans le fond, le calcul qu'ils font, même si c'est un petit problème, où est-ce qu'ils cherchent dans le fond le taux de variation, de combien ça varie par jour, ou je ne sais pas quoi. Ils trouvent le taux unitaire, mais c'est l'année prochaine la même situation, ça va être de trouver la variation dans un graphique. Donc, c'est très utile puis aussi, ben, toute cette notion de taux là, c'est en 3 et en 4 qu'elle sert. » (Entrevue finale, lignes 107 à 121).

On voit apparaître, dans les extraits précédents, une conscience chez Maurice des liens entre ce qu'il fait avec ses élèves en secondaire 2 et les notions qui seront abordées ultérieurement par les élèves. Ces extraits nous montrent aussi qu'il est conscient des différences dans la façon d'aborder ces notions aux différents niveaux. Le retour sur son enseignement de la proportionnalité (question 1) cible plus spécifiquement certains savoirs.

Des réajustements pensés en termes des recours à de contextes et à des projets

Quand on demande à Maurice quels réajustements il ferait dans sa séquence s'il avait à la refaire (question 3), il nous explicite que les modifications apportées (d'ouvertures possibles) porteraient plutôt sur la mise en contexte de certaines situations et la mise en place des projets. Il ne changerait rien au savoir abordé, et à la progression telle qu'elle a été pensée *a priori*, mais il se dirigerait vers un enrichissement du contenu par le biais de projets ou de contextes.

Domaines de justification

Maurice justifie (dans le cadre du domaine de justification) l'absence de l'utilisation de tels contextes /projets dans la séquence expérimentée par un manque de temps, par le fait qu'il veut se limiter au programme régulier et par le fait qu'il ne veut pas ajouter de la matière qui ne fait pas partie de l'examen. Sa justification fait donc référence à des contraintes d'ordre institutionnel : temps, programme, évaluation.

> « P- Ben, c'est plus, ils (*les élèves*) pourraient faire plus dur, peut-être, mais en même temps c'est pas mon intention d'aller beaucoup plus loin maintenant. Idéalement, ils finiraient d'avance s'il n'y avait pas toujours des cours manqués et tout ça là, mais idéalement à la fin là pour peut-être à la fin aller chercher des projets ou des choses comme ça, mais pour ça il faut que j'ai du temps et pour avoir du temps il faut pas trop rajouter non plus à chaque fois. Je pense qu'il faut

> qu'ils maîtrisent, qu'ils comprennent, je pense que souvent ils atteignent le niveau maximal de maîtrise, la grande majorité là, dans ce groupe là mettons. Il y a des choses qu'ils ne comprennent pas, mais ça s'améliore beaucoup, [...] mais ça si j'avais le temps de trouver justement des contextes pour aller plus loin, mais en même temps c'est pas matière à examen dans le sens qu'il faut que je me limite au programme régulier. [...]» (Entrevue finale, lignes 260 à 275).

Se dégage de ce qui précède une volonté de ne pas rajouter d'autres matières, d'aller chercher des contextes, s'il pouvait, qui est elle-même liée à une volonté de compréhension, de maîtrise du contenu par les élèves (« Je pense qu'il faut qu'ils maîtrisent, qu'ils comprennent »). Nous retrouvons là, dans ce souci de compréhension des élèves, quelque chose qui ressortait de l'analyse de la pratique en classe.

4.1.4.2. Les élèves

Dans l'entrevue, lorsque nous posons des questions sur les difficultés rencontrées par les élèves, Maurice nous explique qu'il s'y attendait.

D'abord il nous annonce que les difficultés étaient attendues :

> « E- Est-ce qu'il y a eu une difficulté qui a été assez marquante pour toi? Spécifiquement, j'ai vu qu'à un certain moment, il y a eu une certaine difficulté que... Est-ce que tu as remarqué ce type de choses?
>
> P- c'est sûr qu'il y a des difficultés principales là.
>
> E- mais que t'as pris en attention vraiment?
>
> P- Mais, c'était attendu. » (Entrevue finale, lignes 169 à 174).

Il nous montre par ailleurs de quelle manière il a pris en compte ces difficultés dans la préparation de sa séquence et dans les exercices et les problèmes proposés aux élèves. Puis il précise de quelle manière il les anticipait :

> « P- Non, mais toutes les difficultés on en a parlé tantôt, mais ce sont toutes des choses que si tu veux effleurer les autres secondaires, ou des difficultés plus tard ou des retours sur des notions qu'on voyait avant, comme « tables de valeurs et graphiques » et des choses plus tard, tout ça, tout ce que je jugeais important, les types de problèmes justement, parce que ce n'est pas nécessairement évident pour qu'ils réfléchissent sur quelque chose; plus aussi l'idée, mettons, certains problèmes non proportionnels, il faut qu'ils réfléchissent pour voir si c'est proportionnel ou pas, et ça revient après parce que, dans le fond, la partie « table de valeurs et graphiques », on vérifie si c'est proportionnel ou pas. Tu sais, il y a une notion là, il y a des choses proportionnelles, il faut savoir comment ça marche, mais toutes ces difficultés là que j'imaginais, ben veut, veut pas, j'ai préparé des choses qui faisaient en sorte qu'on pouvait pas les contrôler. [...] Tu sais, on n'a pas laissé tomber [...] des numéros, [...] dans les documents. Les difficultés que je voyais qu'ils pourraient avoir, ben j'ai mis des questions dans le fond, ça va faire que ça va chercher des difficultés, que si j'avais pas fait, là j'aurais pu avoir des choses que je laisserais tomber, mais non tout est fait, tout est beau. » (Entrevue finale, lignes 227 à 241).

Ce discours sur les difficultés et les problèmes proposés vient d'une certaine manière nous confirmer le fait que Maurice prépare sa séquence en anticipant les difficultés possibles et en essayant de proposer des problèmes qui vont aller chercher et susciter ces difficultés.

Des principes sous-jacents mis en évidence

À partir des questions posées dans l'entrevue sur les élèves, Maurice nous explicite d'une certaine manière sa conception de l'apprentissage, c'est-à-dire comment il voit la progression de l'apprentissage des élèves au fil de la séquence, comme nous montre l'extrait d'entrevue ci-dessous. Dans les analyses précédentes, nous n'avions pu dégager cette conception. Cette nouvelle donnée vient d'une certaine manière enrichir et clarifier la progression pensée par Maurice, la dimension rationnelle qui lui est sous-jacente.

« P- Au début c'est que d'introduire rapport, taux, ..., ça donne un premier aperçu. Ils ne sont pas nécessairement experts (*en faisant référence aux élèves*), puis ne maîtrisent peut-être pas encore ces choses là, mais c'est sûr qu'en travaillant avec les proportions, puis surtout quand il font la comparaison (*de rapports et de taux*) ensuite, la comparaison permet de dire dans le fond si je comprends c'est quoi le taux, ça va me servir des fois; si je fais des taux unitaires ou que je passe par un dénominateur commun, là c'est un peu différent, mais ça commence. [...], mais c'est sûr que dans les étapes où tu es en train de comparer, tu vois l'utilité des les avoir vu, si tu continues après ça quand tu sais comparer, [...] Ben là, ils réappliquent, ils réinvestissent, puis là ça va bien, puis ils commencent à se rendre compte qu'il peuvent trouver des valeurs inconnues, qu'ils peuvent utiliser des propriétés qu'ils connaissent, ou développer le produit croisé, mais peu importe. Ils peuvent trouver des valeurs, puis ça continue, puis là encore une fois après ça on reprend « tables de valeurs et graphiques ». Là c'est peut-être pas les proportions qui s'améliorent, mais en revenant sur tables de valeurs et graphiques, les choses qu'ils ont moins bien compris peut-être au début de l'étape, ben en le reprenant ça se clarifie et puis à un moment donné ils vont faire les mêmes erreurs, puis ils vont penser au début que ce qui est linéaire c'est proportionnel, puis ce ne l'est pas nécessairement. Fait qu'au début ils sont peut-être mal à l'aise, mais à chaque fois, tu sais le but c'est, oui, ça les perturbe un peu, mais ils reprennent, puis après ça c'est correct. Puis le retour de tout ça à la fin, en fait tu mélanges un peu toutes les notions et généralement en allant plus loin quant tu arrives mettons à figures semblables, tout ça, à un moment donné, ils voient l'utilité de ce qu'ils ont vu. Fait que je ne peux pas dire qu'ils sont experts tout le temps, du premier coup, mais plus que tu l'appliques puis quand je me rends dans les figures semblables, par exemple, il y a des notions dans les proportions qu'ils voient une application, une autre application et ça les aide à comprendre ce qu'ils ont vu avant, je parle pour certains élèves

E- Ok.

P- C'était très clair, mais pour certains élèves, c'était pas clair, mais plus qu'on en parle, plus qu'on reprend la notion de taux. Je dirais même dans d'autres matières, mettons, comme en sciences, ils en font aussi, puis ça a l'air qu'ils n'ont pas eu de problèmes du tout là, mais en même temps à un moment donné, quand moi, j'ai fini les proportions, ils en faisaient en sciences, puis encore une fois ça donnait une application pratique à ce qu'ils faisaient plus concrètement même, puis même je pense que c'est important même si, si, c'est toujours pas automatique. Ce qui n'était pas clair, peut-être pour certains, ça se clarifie au fil du temps (*inaudible, il parle très doucement*) » (Entrevue finale).

Il faut ici dégager cette conception de l'apprentissage. La métaphore qui traduit le mieux la conception de l'apprentissage de Maurice, explicitée dans ces propos, est celle de l'utilisation d'un métier à tisser : où l'on intègre progressivement des nouvelles trames à partir de la trame de fond déjà existante, pour en arriver au motif désiré.

Un autre point qui ressort aussi de son discours est celui de l'importance qu'il attribue à la compréhension des élèves dans son enseignement (qui constitue un principe sous-jacent). On a pu voir cela d'une façon explicite quand Maurice nous parle de ses élèves du groupe régulier, comme nous le montre l'extrait ci-dessous :

> « Je pense qu'il faut qu'ils maîtrisent, qu'ils comprennent, je pense que souvent ils atteignent le niveau maximal de maîtrise, la grande majorité là, dans ce groupe là mettons. Il y a des choses qu'ils ne comprennent pas, mais ça s'améliore beaucoup » (entrevue finale, lignes 265 à 267).

4.1.4.3. Ce qui ressort de l'analyse de l'entrevue finale

Les liens explicités par Maurice sur le réinvestissement de la proportionnalité aux autres niveaux secondaires, et la manière dont il voit la progression des élèves, confirme notre analyse sur un enchaînement pensé en termes, avant tout, de savoir, de connaissances. Pendant toutes les analyses précédentes, nous avions pu remarquer que la progression de la séquence sur la proportionnalité était découpée en termes de savoir (voir l'analyse des notes de cours et des séances en classe). Nous avons aussi pu observer dans l'analyse des séances en classe que Maurice faisait souvent référence à la réutilisation de certains contenus abordés auparavant, en visant un certain réinvestissement de la part des élèves.

Le fait de nous avoir explicité, lors de la dernière entrevue, sa manière de voir la progression de l'apprentissage des élèves, vient nous éclairer sur les raisons d'une telle structuration, dans laquelle chacune des parties est réinvestie dans les cours suivants.

Pour lui l'apprentissage est construit à partir de plusieurs réinvestissements au fil du temps « *Je ne veux pas dire qu'ils sont experts tout le temps, du premier coup, mais plus que tu l'appliques puis quand je me rends dans les figures semblables, par exemple, il y a des notions dans les proportions qu'ils voient une application, une autre application et ça les aide à comprendre ce qu'ils ont vu avant* ». Donc, le fait que les contenus soient toujours enchaînés les uns aux autres est très cohérent, selon la logique de cet enseignant.

Un autre point aussi qui se clarifie à partir de cette entrevue est le mode selon lequel il prend en compte les difficultés des élèves, confirmant l'analyse des notes de cours et des séances en classe. Contrairement aux analyses de la première entrevue, qui nous amenait à croire que Maurice allait provoquer les erreurs pour, à partir de celles-ci, faire évoluer les connaissances des élèves, les analyses suivantes montrent une autre manière de prendre en compte ces difficultés. Maurice prend en compte les difficultés des élèves en proposant des problèmes qui vont concerner les difficultés les plus connues, qu'il a anticipées dans sa préparation, ce qui nous confronte à une certaine analyse et réflexion didactique de la part de l'enseignant.

Les domaines de justifications tels qu'explicités par Maurice lors de l'entrevue finale, en lien, ici, avec ce qu'il modifierait à la séquence s'il le pouvait, portent surtout sur des contraintes d'ordre institutionnel (temps, programme, évaluation). Ces contraintes sont telles, selon lui, qu'il ne peut pas introduire de projets ni de contextes. Par ailleurs, se révèle là aussi, dans le fait d'en rester au contenu tel qu'il a été pensé dans la séquence, l'importance qu'il accorde à la compréhension des élèves dans son enseignement.

L'entrevue finale vient ainsi nous confirmer sur plusieurs points la cohérence de cet enseignant, en explicitant, ses prises de décision et ses principes sous-jacents.

4.1.5. Retour sur la pratique de Maurice : la reconstruction d'un récit

Nous entendons revenir sur ce qui se dégage de la pratique de Maurice d'une façon longitudinale, afin de reconstruire son histoire à travers le temps. Parce que cette histoire relie la planification, à l'action et son application en classe, en passant par le retour sur cette action et cette planification, nous avons décidé d'en faire le récit. Ce récit nous permettra ainsi de mieux cerner la cohérence de cette pratique, et ses nuances, sa complexité.

Le récit nous parlera de Maurice, enseignant de secondaire 2 et de sa démarche afin d'enseigner la proportionnalité à ses élèves. Cette investigation de la pratique liée à l'enseignement des mathématiques s'articule autour d'une cohérence que nous cherchons à reconstruire. Que nous livre cet enseignant sur la nature de la pratique qu'il met en œuvre quand il nous éclaire sur sa démarche ?

Retour sur l'entrevue de départ

Avant le début des séances en classe, nous avons rencontré Maurice pour nous entretenir de la manière dont il pensait enseigner la proportionnalité. Que souhaitait-il faire et de quelle manière? À ce moment, nous nous sommes aperçus que la préparation de son cours (sa séquence) reposait sur une progression, soigneusement pensée en fonction du contenu mathématique. La planification de la séquence est, pour Maurice, un élément central de sa pratique, comme nous le verrons par la suite : celle-ci forme la trame de fond réinvestie dans les notes de cours et dans la pratique en classe. Cette dernière est soigneusement pensée par l'enseignant. Mais quelles sont les balises qui guident Maurice dans cette planification?

Pendant l'entrevue, Maurice a développé quelles étaient les étapes de sa séquence, la progression prévue et, d'une certaine manière, comment chacun des contenus s'articulait au précédent. Cette progression est soigneusement analysée sur la base du savoir mathématique en jeu, la proportionnalité, et se concrétise dans un certain enchaînement en étapes et sous – étapes : rapport, taux, comparaison de rapports et taux; proportion; problèmes de proportion et reconnaissance de situations de proportionnalité; situations non-proportionnelles.

En lien avec chacune de ces étapes, des choix didactiques sont faits. Maurice nous raconte ainsi l'importance qu'il attribue au travail sur les problèmes. A l'aide d'un accent mis sur le travail autour de problèmes, il faut que les élèves soient efficaces dans leur résolution, ceux-ci étant classés par niveau de difficulté. Il nous dit aussi que pour résoudre les problèmes, il est nécessaire que la démarche des élèves soit bien structurée, afin de ne pas égarer ces derniers. Maurice nous a aussi annoncé qu'il ne mélangeait pas le contenu (en faisant référence aux proportions) tout de suite dans ses étapes. Il introduirait ce contenu seulement à la fin, au moment d'introduire les situations non proportionnelles. En effet, les élèves croient spontanément que tout est proportionnel, ce qui n'est pas le cas. Il est nécessaire qu'ils se demandent si cela a du sens : « ça as-tu de l'allure? »

Ainsi, ces choix didactiques privilégient un certain ordre logique, dans lequel chacun des contenus présenté précède l'autre, et est nécessaire à son explication et sa compréhension. La reconnaissance de situations proportionnelles apparaît tard, lorsque les outils précédents sont introduits. L'importance qu'il accorde à la structuration de la démarche de l'élève est mise en évidence. La conception qui sous-tend cette structuration réside dans la nécessité de commencer préalablement par un enseignement des outils mathématiques.

Dans l'organisation de la planification de Maurice, nous notons également qu'il tient compte des élèves. Nous remarquons cette prise en compte quand Maurice annonce, pendant l'entrevue, qu'il anticipe les erreurs et les difficultés les plus courantes chez les élèves et qu'il va faire en sorte de présenter des problèmes avec différentes structures.

Dans cette première entrevue avec Maurice, nous pouvons identifier aussi quel est le domaine de justification qui ressort. Cette explicitation nous permet de comprendre certains de ses choix didactiques. Par exemple, l'un de ses choix intervient quand il nous précise qu'il va introduire rapidement certains contenus, comme la notion de proportion, le produit croisé, car leur développement pourrait, sinon, prendre beaucoup de temps : la contrainte institutionnelle du temps apparaît ici centrale.

A l'issue de cette première rencontre avec Maurice, une certaine cohérence sous-jacente à sa planification apparaît, tout d'abord par le biais de choix didactiques. Ceux-ci concernent la progression des séquences, le choix des situations qui seront proposées en classe, la variété des problèmes et le mode de fonctionnement en classe. Cette cohérence fait intervenir, de plus, certains domaines de justification. Celle-ci peut tout d'abord être institutionnelle, par l'intermédiaire de références aux études ultérieures des élèves, ou au programme d'études, personnelle, ensuite, en lien avec la conception de l'enseignement et dans ses rapports avec la vie quotidienne, et enfin cognitive à travers le réinvestissement des connaissances antérieures des élèves. Cette analyse repose néanmoins sur le discours de l'enseignant et sur ce qu'il rend explicite. À travers la forme que prennent les notes de cours qu'il a données aux élèves, il est possible de pousser plus loin l'analyse.

Les notes de cours écrites : une autre composante centrale de la pratique de Maurice

La planification de Maurice se concrétise dans des notes de cours qui traduisent bien les aspects que nous avons mis en évidence précédemment. Nous retrouvons ainsi la progression qu'il avait annoncée au cours de l'entrevue, de même que la progression du contenu, et l'idée de réinvestissement, d'une étape à l'autre, du contenu précédemment introduit. Ces éléments traduisent la cohérence de cette pratique, du discours sur la planification aux traces écrites de celle-ci, telle que qu'elle a été distribuée aux élèves.

Lors de l'entrevue, Maurice avait également annoncé les difficultés les plus présentes chez les élèves. Cependant, dans les notes de cours, la prise en compte de ces difficultés se manifeste sous la forme de mises en garde, par lesquelles il précise aux élèves où sont les difficultés et les points auxquels il est nécessaire de faire attention. Sa façon de tenir compte des difficultés des élèves prend donc la forme de mises en garde. Maurice explique à l'avance quoi faire afin d'éviter les erreurs. Mais, de plus, il précise aussi ce qu'il attend. Ainsi, la notation pour lui est très importante, par exemple quand il dit : « *C'est important qui [...] c'est savoir qu'est-ce que c'est un rapport, c'est quoi la différence, c'est quoi la notation, deux point par exemple...* »

Le souci de structuration de la démarche des élèves, tel qu'explicité dans l'entrevue, se manifeste, ici, sous la forme d'une marche à suivre, où il nomme les étapes à qui doivent être suivies par les élèves, afin qu'ils structurent leurs démarches de cette manière.

À travers ces notes de cours, des intentions (prendre en compte les difficultés des élèves; les aider à se structurer) se concrétisent ainsi sous forme de mises en garde, de marches à suivre, d'attentes.

De plus, la manière de présenter un certain contenu de savoir se précise aussi dans les notes de cours distribuées aux élèves. Une certaine approche est ici privilégiée : Maurice présente le contenu en partant de définitions suivies de la notation et d'exemples, et cela pour les trois parties du cours (rapports et taux, proportions et reconnaissance des situations proportionnelles). C'est à travers cette présentation qu'une certaine attente à l'égard de la notation à utiliser se précise. Celle-ci semble en effet jouer un rôle central dans les notes de cours.

La pratique de Maurice se précise, mais il nous reste à préciser la manière dont il anime les séances en classe. Cela nous permettra d'avancer dans notre connaissance de la pratique d'enseignement de cet enseignant de secondaire 2.

La pratique de l'enseignant en classe : ses apports

C'est bien la même pratique que nous retrouvons en classe. Ici, une cohérence se manifeste, de nouveau, à travers la progression qui avait été annoncée lors de l'entrevue sur la planification et qui s'était concrétisée dans les notes de cours remises aux élèves. La même progression, le même contenu, les mêmes problèmes pensés *a priori* forment en effet la trame de la pratique en classe.

Mais des différences également apparaissent, des différences qui nous éclairent sur ce que cet enseignant essaie de mettre en place dans l'action.

Ainsi, lors de l'entrevue, Maurice nous avait dit qu'il allait « *demander leurs démarches* », qu'il allait profiter de leurs erreurs « pour qu'ils réfléchissent la prochaine fois ». Or en apparence les élèves ne participent pas beaucoup en classe, c'est plutôt Maurice qui parle. L'analyse révèle en effet un certain pattern d'élicitation, une certaine organisation de la séance mise en place, où le discours de l'enseignant occupe beaucoup de place.

Il commence par expliquer le contenu, il résout quelques exemples et ensuite il fait travailler les élèves sur des exercices et des problèmes.

Une analyse plus fine du discours de l'enseignant, et de la manière dont il apporte un retour sur certains exercices et problèmes, va nous permettre d'avancer dans la compréhension de la pratique enseignante en classe.

L'introduction d'un ou des contenus lors des séances en classe

La progression qu'il avait annoncée lors de l'entrevue et qu'il avait mise en place dans les notes de cours est encore présente dans les séances en classe. Cependant intervient une différence importante.

En effet, dans les notes de cours, les contenus sont présentés à partir d'une approche plutôt « déductive » : Maurice part des définitions pour donner ensuite un exemple. Au contraire, dans les séances en classe, il emploie une toute autre démarche, soit une démarche plutôt « inductive » : il part de plusieurs exemples pour générer à la fin un certain contenu qu'il veut introduire. Nous retrouvons ainsi un besoin, de la part de l'enseignant, d'attribuer un sens au contenu enseigné, aspect qui n'était pas présent dans les notes de cours, où l'accent était davantage mis sur le savoir codifié, le savoir en quelque sorte issu de cet enseignement.

Au sein de la pratique d'enseignement de Maurice, la manière dans ce cas d'introduire un certain contenu permet de mettre en évidence une « logique » sous-jacente différente. Les notes de cours et la pratique en classe n'ont pas la même fonction. Dans les séances en classe il y a un souci d'attribuer du sens qui ne se trouve pas dans les notes de cours.

Il existe néanmoins une certaine continuité entre les phases préalables (entrevue initiale et notes de cours) et la pratique en classe. Dans l'entrevue et dans les notes de cours, Maurice démontrait une certaine inquiétude par rapport à la structuration de la démarche des élèves. Cette inquiétude est toujours présente dans les séances en classe.

Nous notons, ainsi, à partir de l'analyse du discours de l'enseignant en classe, une anticipation des difficultés des élèves, sur un mode similaire à celui qu'il avait employé lors de la construction des notes de cours. Ici, il nomme les difficultés que les élèves vont rencontrer sous forme de mises en garde.

Dans sa façon d'intervenir en classe, un point rejoint également l'entrevue, en les mettant en continuité. Il s'agit de la prise en compte du travail des élèves. Maurice nous disait lors de l'entrevue qu'il allait partir de ce que les élèves font, de leurs stratégies. Dans les séances en classe, notamment lors du retour sur les exercices, nous remarquons que sa façon de prendre en compte le travail des élèves consiste en une reformulation de leurs stratégies. Il part de ce que les élèves font, des stratégies qu'ils adoptent, mais il les reformule afin de mettre en évidence un certain savoir codifié, une certaine stratégie « privilégiée », qui s'exprime ainsi : « en secondaire 2, on fait des proportions ».

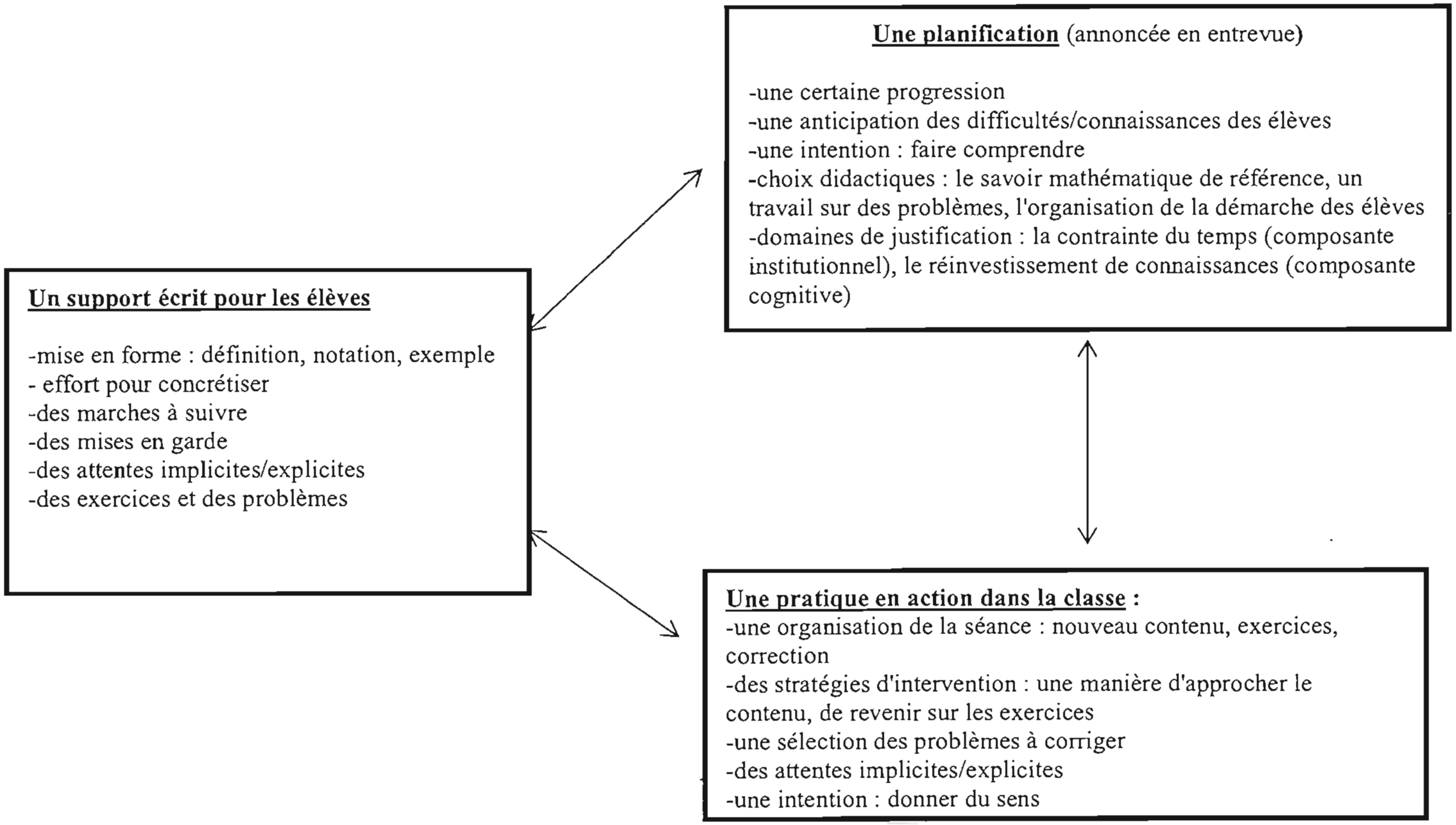
Une certaine cohérence se dégage, par conséquent, à travers la structuration du contenu mathématique qui est important pour lui, une prise en compte du travail des élèves, par restructuration et reformulation de leurs stratégies initiales, et un intérêt porté aux erreurs des élèves. Il s'agit ici d'une structuration de leur démarche qui est importante afin d'éviter les erreurs. Nous ne sommes toujours pas en possession des raisons pour lesquelles la progression et l'enchaînement de contenus sont si importants. Toutefois l'entrevue finale va nous apporter une réponse à ce sujet.

Apports supplémentaires de l'entrevue finale.

Lors de l'entrevue finale, Maurice nous explicite, d'une certaine manière, sa vision de l'apprentissage chez les élèves. Selon lui, c'est à travers le réinvestissement, en appliquant au fur et à mesure certains contenus, que les élèves vont finir par apprendre : « *ce qui n'était pas clair, peut-être, pour certains, ça se clarifie au fil du temps* ». Nous comprenons ici l'importance que prend cette progression pour Maurice, ainsi que les raisons pour lesquelles il fait souvent référence aux contenus travaillés antérieurement dans la séquence. Pour lui, c'est grâce à un enchaînement et un réinvestissement constant de ce que les élèves ont appris qu'ils vont devenir « experts ».

Cette entrevue confirme par ailleurs l'importance qu'il accorde au sens et à la compréhension chez les élèves.

La reconstruction de ce récit de la pratique de Maurice en classe, par le biais des quatre sources de données que sont l'entrevue initiale, les notes de cours, la pratique en classe, et l'entrevue finale, nous permet ainsi d'entrer dans une certaine interprétation de cette pratique.



Une planification (annoncée en entrevue)

- -une certaine progression
- -une anticipation des difficultés/connaissances des élèves
- -une intention : faire comprendre
- -choix didactiques : le savoir mathématique de référence, un travail sur des problèmes, l'organisation de la démarche des élèves
- -domaines de justification : la contrainte du temps (composante institutionnel), le réinvestissement de connaissances (composante cognitive)

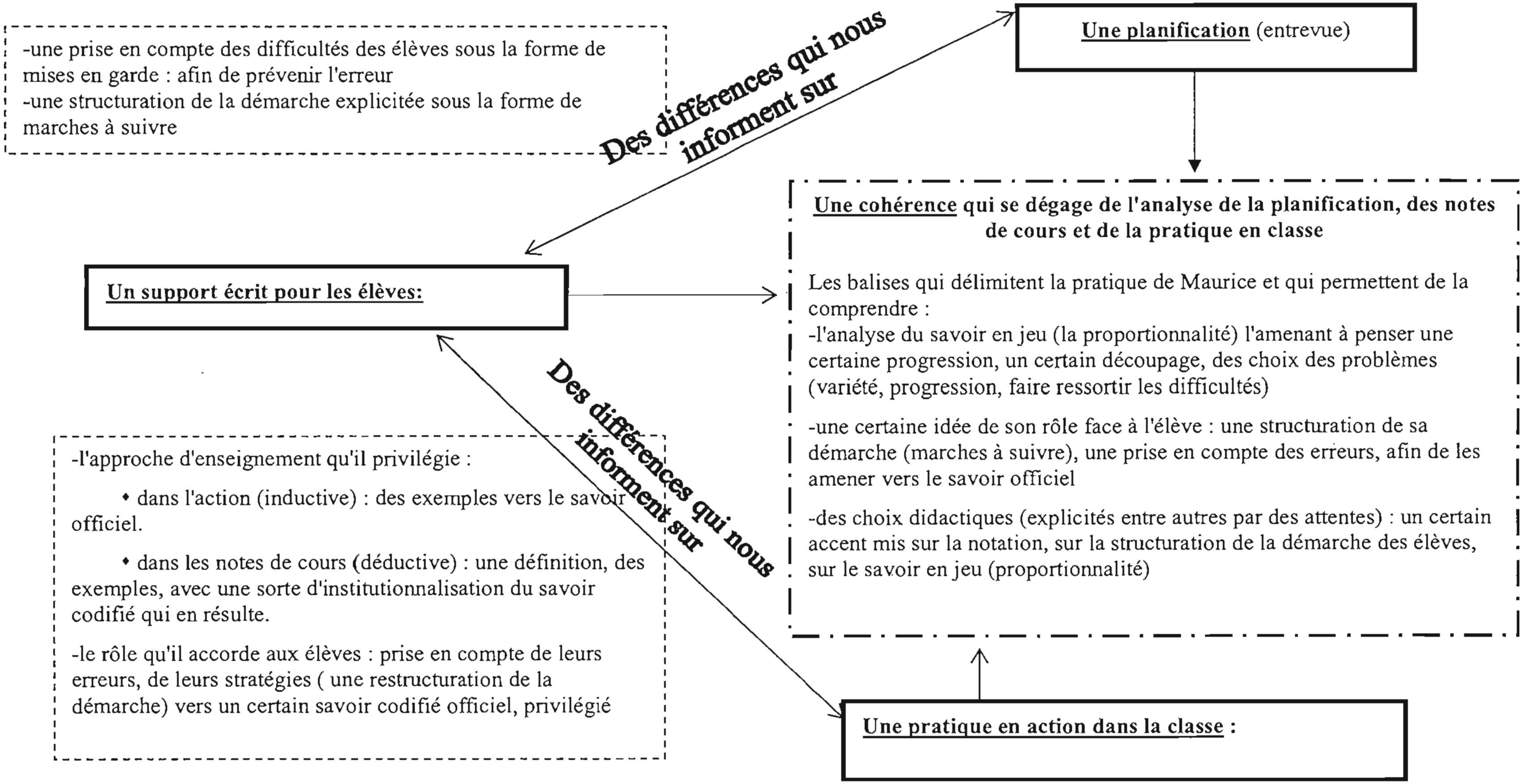
Un support écrit pour les élèves

- -mise en forme : définition, notation, exemple
- - effort pour concrétiser
- -des marches à suivre
- -des mises en garde
- -des attentes implicites/explicites
- -des exercices et des problèmes

Une pratique en action dans la classe :

- -une organisation de la séance : nouveau contenu, exercices, correction
- -des stratégies d'intervention : une manière d'approcher le contenu, de revenir sur les exercices
- -une sélection des problèmes à corriger
- -des attentes implicites/explicites
- -une intention : donner du sens

Figure 4.15- Un essai d'interprétation



-une prise en compte des difficultés des élèves sous la forme de mises en garde : afin de prévenir l'erreur
-une structuration de la démarche explicitée sous la forme de marches à suivre

Une planification (entrevue)

Un support écrit pour les élèves:

Une cohérence qui se dégage de l'analyse de la planification, des notes de cours et de la pratique en classe

Les balises qui délimitent la pratique de Maurice et qui permettent de la comprendre :
-l'analyse du savoir en jeu (la proportionnalité) l'amenant à penser une certaine progression, un certain découpage, des choix des problèmes (variété, progression, faire ressortir les difficultés)

-une certaine idée de son rôle face à l'élève : une structuration de sa démarche (marches à suivre), une prise en compte des erreurs, afin de les amener vers le savoir officiel

-des choix didactiques (explicités entre autres par des attentes) : un certain accent mis sur la notation, sur la structuration de la démarche des élèves, sur le savoir en jeu (proportionnalité)

-l'approche d'enseignement qu'il privilégie :

- dans l'action (inductive) : des exemples vers le savoir officiel.
- dans les notes de cours (déductive) : une définition, des exemples, avec une sorte d'institutionnalisation du savoir codifié qui en résulte.

-le rôle qu'il accorde aux élèves : prise en compte de leurs erreurs, de leurs stratégies (une restructuration de la démarche) vers un certain savoir codifié officiel, privilégié

Une pratique en action dans la classe :

Figure 4.16- Un essai d'interprétation (suite)

4.1.6. Analyse de l'activité mathématique induite chez les élèves

Pour atteindre notre objectif, qui consiste à « *comprendre les pratiques d'enseignement de la proportionnalité en classe de mathématiques au secondaire au moment de leur introduction du point de vue de leur relation avec l'apprentissage des élèves* », nous allons nous consacrer à présent à l'analyse de la production écrite des élèves.

Afin de pouvoir analyser cette production, nous avons fait passer aux élèves un test écrit avant et après l'enseignement. Ce test a été bâti à la lumière de notre cadre théorique, et il devrait nous permettre d'observer si les élèves sont capables de reconnaître des non-proportionnelles et inversement proportionnelles, s'il y a chez les élèves la présence d'une pensée qualitative. Il devrait nous permettre d'identifier les procédures de résolution qu'ils utilisent et les difficultés qu'ils rencontrent, avec une attention spécifique portée sur la présence de l'erreur additive.

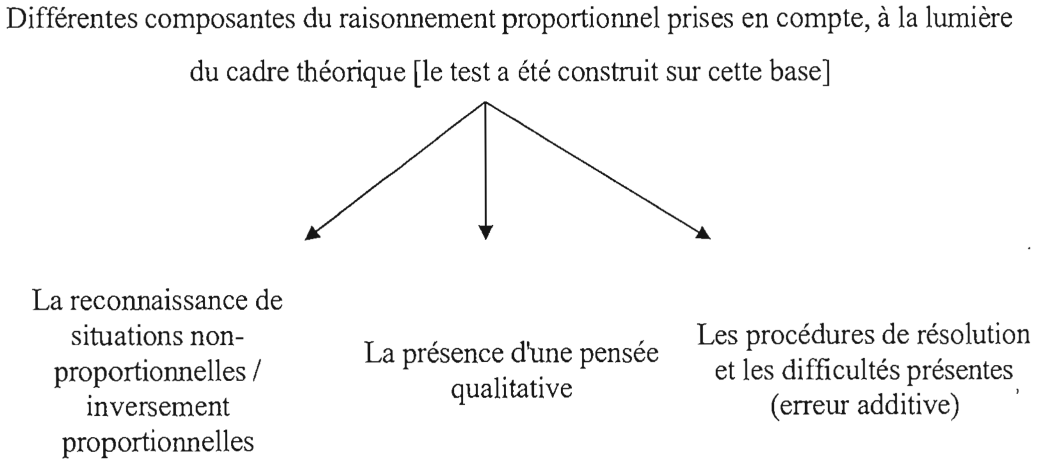
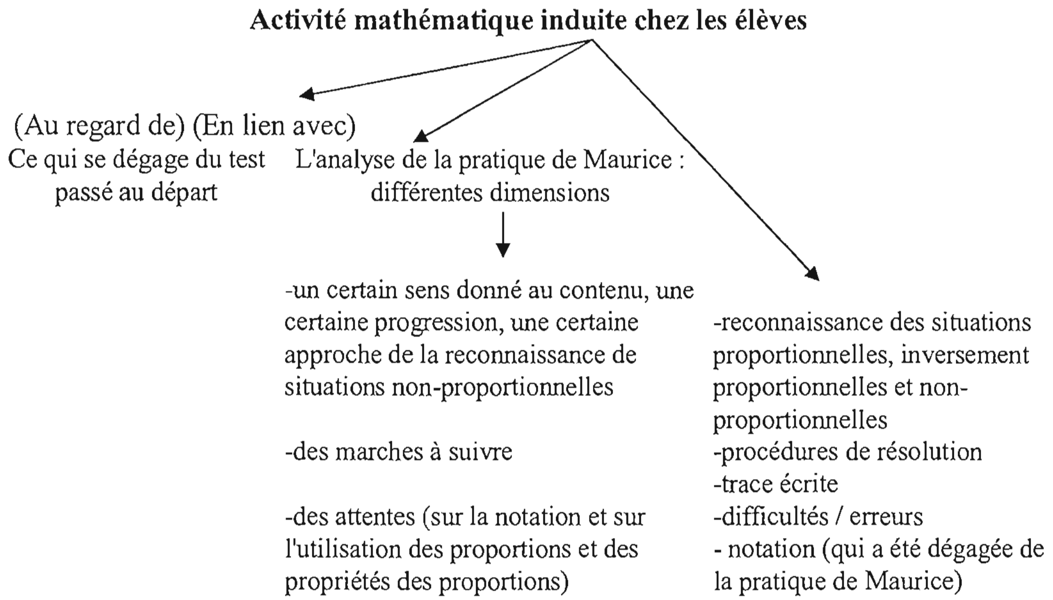


Figure 4.17 - Différentes composantes du raisonnement proportionnel prises en compte

À la lumière de ces trois points (reconnaissance de la situation, pensée qualitative, procédures de résolution / difficultés), l'analyse de la production des élèves nous permettra d'observer, à partir de ce qui a été fait lors de la résolution du test donné après enseignement, quelle activité mathématique a été induite par la pratique d'enseignement de Maurice.

Pour pouvoir rendre compte de cette activité induite chez les élèves, nous avons besoin d'un codage des productions des élèves qui permette de faire un lien avec les différentes dimensions de l'enseignement de Maurice : la reconnaissance de situations non-proportionnelles, l'accent mis sur certaines procédures de résolution dans les problèmes de proportion, l'insistance mise sur la notation et sur l'utilisation des propriétés des proportions. Alors, en nous appuyant sur le cadre précédent et la pratique en clase de Maurice, nous sommes allés voir quelle activité mathématique a été induite chez les élèves.



Activité mathématique induite chez les élèves

(Au regard de) (En lien avec)

Ce qui se dégage du test passé au départ

L'analyse de la pratique de Maurice : différentes dimensions

-un certain sens donné au contenu, une certaine progression, une certaine approche de la reconnaissance de situations non-proportionnelles

-des marches à suivre

-des attentes (sur la notation et sur l'utilisation des proportions et des propriétés des proportions)

-reconnaissance des situations proportionnelles, inversement proportionnelles et non-proportionnelles
-procédures de résolution
-trace écrite
-difficultés / erreurs
- notation (qui a été dégagée de la pratique de Maurice)

Figure 4.18 - Activité mathématique induite chez les élèves

Nous avons donc développé une grille d'analyse qui nous permet de prendre en compte ces différentes composantes. Dans un premier temps, nous nous intéressons à la reconnaissance par l'élève de la situation proposée (proportionnelle, inversement proportionnelle et non-proportionnelle). Une fois que nous avons identifié si l'élève reconnaît la situation proposée, nous avons cherché à coder s'il y avait présence d'une pensée qualitative dans l'explicitation de la démarche par l'élève, puis codé la procédure de résolution utilisée et les difficultés présentes, de même que la trace écrite (notation privilégiée) laissée sur la copie de l'élève.

4.1.6.1. Grille d'analyse des productions des élèves

Notre codage, comme nous le verrons par la suite, est fondé en partie sur ce qui a été développé dans le cadre théorique sur la proportionnalité et sur le raisonnement proportionnel (cf. 2.4.1 et 2.4.2). Il repose également sur la problématique (cf. 1.4.2) des stratégies utilisées par les élèves lors de la résolution de problèmes de proportion simple répertoriées dans la littérature.

1) Le premier niveau de codage porte sur la reconnaissance d'une situation comme étant proportionnelle, non proportionnelle ou inversement proportionnelle. Lorsque l'élève est confronté à chacun de ces types de problèmes, on code alors s'il est capable ou non de le reconnaître : voit-il la situation comme étant non-proportionnelle? Dans l'affirmative, quelle démarche emploie-t-il pour la résoudre? Dans les autres cas, s'engage-t-il dans un raisonnement proportionnel ou inversement proportionnel, ce qui serait l'indice qu'il reconnaît la nature de ces situations.

2) Le deuxième niveau de codage porte sur la présence d'une pensée qualitative exprimée par l'élève lors de la résolution du problème afin de donner un sens à la variation.

Post, Besh et Lesh (1988) mettent en évidence que la pensée qualitative dans le raisonnement proportionnel demande à l'élève une comparaison qui ne concerne pas seulement des valeurs numériques spécifiques, elle demande à l'élève d'analyser et de mettre en relation plusieurs grandeurs, et assure un certain contrôle sur la situation proposée.

Nous n'avons pas retrouvé d'élèves qui fassent référence à la pensée qualitative au sens de ces auteurs. Cependant, chez plusieurs élèves, nous retrouvons un rapprochement avec la pensée qualitative, telle que définie par Post et al, quand les élèves font référence au contexte pour donner du sens à la variation. C'est ce sens attribué à la relation de variation exprimée par l'élève lors de l'explicitation de sa démarche que nous allons coder. L'exemple suivant témoigne ainsi d'une pensée qualitative.

Exemple : 4 machines prennent 300 jours pour fabriquer toutes les briques qui vont être utilisées dans la construction d'une maison. En combien de jours 8 machines identiques fabriqueront la même quantité de briques?

> « Comme on double le nombre de machines, on doit diminuer le nombre de jours par deux car comme il y a plus qui travaille dessus ça prend moins de temps, 2 fois moins avec 4 machines » (élève 12/pré-test).

3) Codage des procédures de résolution : Dans le cas des problèmes faisant appel à une situation proportionnelle, ou inversement proportionnelle, nous avons trouvé plusieurs types de procédures. Les exemples présentés dans cette partie sont des exemples réels provenant des élèves.

- **Recours à l'unité :** Les élèves résolvent le problème en se ramenant à une grandeur qui est l'unité, ils utilisent ensuite cette valeur pour répondre à la question du problème.

Exemple : Dans un banquet aux moules, on considère qu'il faut 72 moules pour 6 personnes. Combien faut-il de moules pour 17 personnes?

72 ÷ 6 = 12 moules par personne

17 x 12 = 204 moules

Il faudra 204 moules pour 17 personnes car chaque personne prend 12 moules (élève 8 / pré-test).

- **Scalaire (interne) :** Les élèves résolvent le problème par l'établissement d'un facteur de proportionnalité entre les grandeurs homogènes du problème et ensuite, ils utilisent le facteur trouvé pour répondre à la question du problème.

Exemple : 4 machines prennent 300 jours pour fabriquer toutes les briques qui vont être utilisées dans la construction d'une maison. En combien de jours 8 machines identiques fabriqueront la même quantité de briques?

300 ÷ 2 = 150 jours

4 machines font les briques en 300 jours. 8 machines font 2 fois plus vite alors ça prend 2 fois moins de temps.

Rép. : 8 machines font toutes les briques en 150 jours (élève 17 / pré-test).

- **Fonctionnelle (externe) :** Les élèves résolvent le problème par l'établissement d'un facteur de proportionnalité entre les grandeurs non-homogènes du problème et ensuite, ils utilisent le facteur trouvé pour répondre à la question du problème.

Exemple : Une voiture roule toujours à la même vitesse. Elle fait 24 km en 12 minutes, ou encore 36 km en 18 minutes. À ce rythme, la voiture aura parcouru 40 km en combien de minutes?

$\boxed{\text{20 minutes,}}$ parce qu'on peut remarquer qu'à chaque distance parcourue, le nombre de minutes (*que ça prend*) est sa moitié (élève 3 / pré-test).

- **Linéaire :** Les élèves résolvent le problème par une combinaison de procédures additive et multiplicative.

-

Exemple : Recette de ***kiwi spécial :***
30 ml liqueur “ Kiwi ”
15 ml Amaretto (Monalisa)
30 ml Vodka (Moškova)
60 ml Jus d’ananas
Bien brasser le tout, et verser sur de la glace pilée dans une grande coupe à champagne. Décorer d'une tranche de kiwi et d'une cerise. Donne environ 4 portions.

b) Refaire cette recette pour 6 personnes :
$30 \div 2 + 30 = 45$ml de kiwi

$15 \div 2 + 15 = 22{,}5$ml d’Amaretto

$30 \div 2 + 30 = 45$ml de Vodka

$60 \div 2 + 60 = 90$ml de jus d'ananas

On fait la moitié de la recette parue + la recette de 4 (*personnes*) (élève 17 / pré-test).

- **Grandeur intermédiaire :** L'élève résout le problème en passant par une grandeur intermédiaire (reconstruction d'un « tout ») pour ensuite utiliser cette valeur afin répondre à la question du problème.

Exemple: Une voiture parcourt une distance entre deux villes en 5 heures avec une vitesse de 90 kilomètres par heure. En combien de temps fera-t-elle le même voyage avec une vitesse moyenne de 75 kilomètres par heure?

Si c'est 90km/h on peut dire que la distance est de 450km. Si on divise 450km par 75 cela va donner le temps pour se rendre qui est 6 heures (élève 2 / pré-test).

- **Produit croisé :** Les élèves utilisent la proprieté fondamentale des proportions, le produit des extrêmes est toujours égal au produit des moyens.

Exemple : Dans un banquet aux moules, on considère qu'il faut 72 moules pour 6 personnes. Combien faut-il de moules pour 17 personnes?

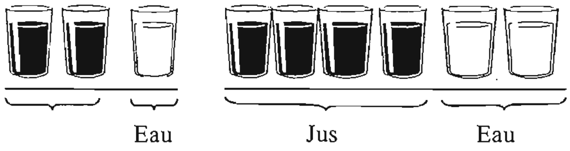
$$\frac{72}{6} = \frac{n}{17}$$

$$n = 72 \times 17 \div 6 = 207 moules$$

Rép. : 204 moules (élève 1 / post-test)

- **Comparaison de fractions :** L'élève met les données du problème sous forme de fraction pour pouvoir les traiter.

Exemple : Supposons qu'on mélange les trois verres du premier groupe dans un pot et les six verres du second groupe dans un autre pot. Est-ce que ça va goûter plus le jus d'orange dans le premier pot ou dans le second? Ou bien est-ce que ça va goûter la même chose dans les deux?

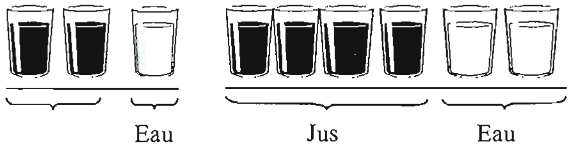


$$\frac{2^{x2}}{3_{x2}} = \frac{4}{6} = \frac{4}{6}$$

J'ai tout mis en fraction pour savoir. Cela va goûter la même chose dans les deux (élève 2 / pré-test).

- **Comparaison de rapports :** L'élève met les données du problème sous forme de rapport pour pouvoir les traiter.

Exemple : Supposons qu'on mélange les trois verres du premier groupe dans un pot et les six verres du second groupe dans un autre pot. Est-ce que ça va goûter plus le jus d'orange dans le premier pot ou dans le second? Ou bien est-ce que ça va goûter la même chose dans les deux?



« Ça va goûter la même chose car dans les deux, il y a deux verres de jus par 1 verre d'eau. » (élève 20 / pré-test).

- **Réponse ambigüe :** Nous codons ainsi la solution lorsque nous ne sommes pas en mesure d'identifier la procédure utilisée par l'élève.

Établissement d'une différence additive (y a t-il présence ou non de l'erreur additive?)

Dans le cadre du test écrit donné aux élèves, nous nous sommes intéressés aussi à la difficulté relative au passage d'une structure additive à une structure multiplicative, soit l'erreur additive. Rappelons que quelques uns de problèmes donnés aux élèves cherchaient à mettre en évidence cette erreur.

- **Additive erronée :** L'élève ne comprend pas la relation de co-variation entre les variables du problème (structure multiplicative) et le traite d'une façon additive.

Exemple : Recette de ***kiwi spécial***
30 ml liqueur " Kiwi "
15 ml Amaretto (Monalisa)
30 ml Vodka (Moskova)
60 ml Jus d'ananas
Bien brasser le tout, et verser sur de la glace pilée dans une grande coupe à champagne. Décorer d'une tranche de kiwi et d'une cerise. Donne environ 4 portions.
d) Quelle serait la recette de ***kiwi spécial*** avec 40ml de liqueur de kiwi pour que ça goûte la même chose?

30 + 10 = 40ml liqueur
15 + 10 = 25ml Amaretto
30 + 10 = 40ml de vodka
60 + 10 = 70ml de jus d'ananas

Pourquoi? Pour que ça soit équivalent à la liqueur « kiwi », il a fallu que j'ajoute 10ml partout! (élève 19 / pré-test).

4) Codage de la trace écrite laissée par l'élève : Enfin, nous avons codé quelle était la trace écrite laissée par l'élève sur sa copie, la trace prioritaire (quel est le registre écrit trouvé sur la copie de l'élève?). Cette trace écrite va nous permettre d'observer ce qui a été induit chez les élèves, dans la manière de rendre compte de leur démarche. Cette trace peut être :

- **Un calcul :** quand l'élève note seulement une opération.

Exemple : 4 machines prennent 300 jours pour fabriquer toutes les briques qui vont être utilisées dans la construction d'une maison. En combien de jours 8 machines identiques fabriqueront la même quantité de briques?

300 ÷ 2 = 150 jours (élève 4 / post-test)

- **Une règle d'une suite :** quand l'élève fait référence explicitement à une suite numérique dans sa démarche ou dans la réponse donnée.

Exemple : Une voiture roule toujours à la même vitesse. Elle fait 24 km en 12 minutes, ou encore 36 km en 18 minutes. À ce rythme, la voiture aura parcouru 40 km en combien de minutes?

La règle dans la suite (24 et 12) et (36 et 18) est « ÷2 », donc dans la suite 40 et ___, la règle sera « ÷2 ».

Temps à parcourir par 40km :
40 ÷ 2 = 20 minutes
Rép. : Pour parcourir 40km, il faudra 20 minutes (élève 5 / pré-test).

- **Une table de valeurs :** quand l'élève utilise une table de valeurs dans sa démarche.

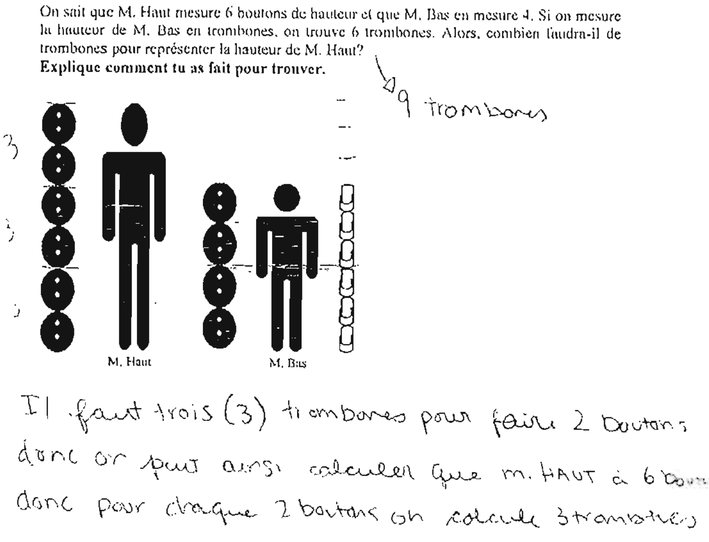
Exemple :

Temps (min)	12	18	20	
Km	24	36	40	

$\div 2$

Mon explication : 24 ÷ 2 = 12, 36 ÷ 2 = 18 donc, par conséquence, pour trouver le nombre des minutes, il faut tout simplement faire 40 ÷ 2! (élève 19 / pré-test).

- **Dessin :** quand l'élève fait un dessin ou utilise le dessin proposé dans le problème pour trouver la réponse.



On sait que M. Haut mesure 6 boutons de hauteur et que M. Bas en mesure 4. Si on mesure la hauteur de M. Bas en trombones, on trouve 6 trombones. Alors, combien faudra-il de trombones pour représenter la hauteur de M. Haut?
Explique comment tu as fait pour trouver.

9 trombones

Il faut trois (3) trombones pour faire 2 boutons donc on peut aussi calculer que m. HAUT à 6 bouton donc pour chaque 2 boutons on calcule 3 trombones

(élève 12 / pré-test)

- **Un recours à une proportion et à sa notation :** quand l'élève écrit une proportion dans sa démarche.

Exemple : Dans un banquet aux moules, on considère qu'il faut 72 moules pour 6 personnes. Combien faut-il de moules pour 17 personnes?

$$\frac{72}{6}=\frac{n}{17}$$
$$n = 72\times17\div6 = 207 moules$$

Rép. : 204 moules (élève 1 / post-test).

- **Une verbalisation en mots :** quand l'élève donne une explication de sa démarche en mots.

Il est important de mettre en évidence que le support « mot » apparaît souvent associé à d'autres supports.

Exemple : 20 minutes, parce qu'on peut remarquer qu'à chaque distance parcourue, le nombre de minutes est sa moitié (élève 3 / pré-test).

Nous allons rassembler ces données afin d'étudier l'activité des élèves qui a été induite par l'enseignement de la proportion. Le codage des productions des élèves s'attachera ainsi à la reconnaissance de la situation comme étant proportionnelle ou non-proportionnelle, à la présence ou non d'une pensée qualitative, aux procédures utilisées et aux difficultés (avec l'erreur additive) et, à la notation. Il permettra de déduire l'activité mathématique induite chez les élèves par l'enseignement, au regard de ce qu'ils faisaient au départ (avant l'enseignement).

Cette grille étant précisée, nous revenons à présent sur l'analyse des résultats.

4.1.6.2. Activité mathématique induite chez les élèves

a) La reconnaissance de situations non-proportionnelles

Nous allons traiter séparément les deux problèmes portant sur des situations non-proportionnelles (l'âge de ma mère et la taille d'Ophélie), dans la mesure où ce n'est pas le même problème qui a été présenté aux élèves avant et après l'enseignement[71].

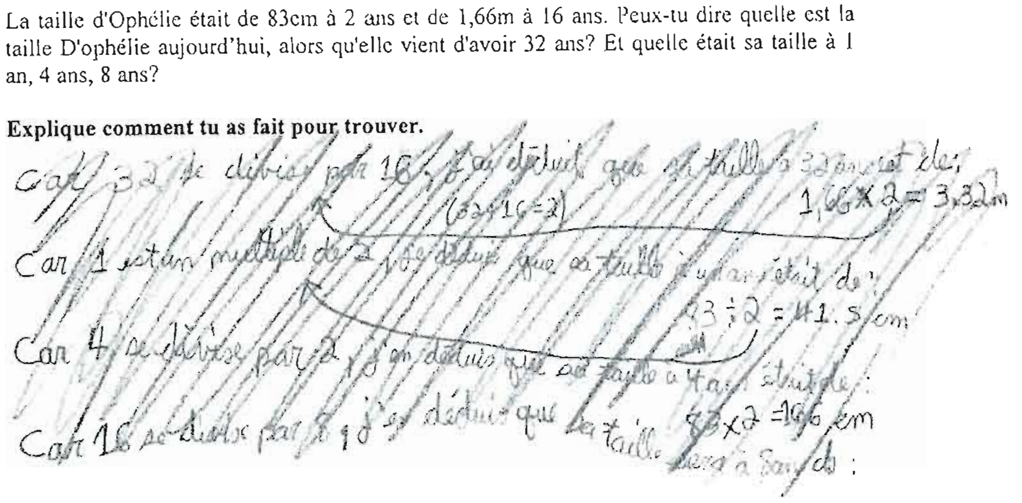
Au problème de la taille d'Ophélie (proposé avant tout enseignement), seulement 4 élèves sur 33 se sont rendus compte explicitement que la situation n'était pas proportionnelle, comme nous l'explique cet élève : « [...] *Mais à 32 ans sa taille ne peut pas changer à cause qu'elle a fini sa période de croissance et que si on fait la même logique la grandeur serait trop haute* » (élève 24, pré-test).

Les autres réponses se répartissent ainsi : 7 élèves sur 33 ont agi comme si la situation avait été proportionnelle, trouvant par exemple qu'Ophélie mesurerait 3,28m à 32 ans, 10 élèves sur 33 n'ont pas répondu au problème, et plusieurs élèves (12/33) ont laissé des traces écrites qui nous ne permettent pas de dire s'ils se sont rendu compte de la non-proportionnalité de la situation. C'est le cas, par exemple quand ils écrivaient seulement «*je ne comprends pas* » (3/33). À certains moments, dans le cas de réponses ambiguës, le fait d'avoir barré la démarche entamée ou finie (9/33), peut laisser croire que ces élèves ont une certaine sensibilité à la contradiction entre la réponse obtenue à travers une procédure proportionnelle et la question posée dans le problème. Malheureusement, nos données ne nous permettent pas d'affirmer avec certitude si cette sensibilité est présente ou non chez ces élèves.

L'exemple ci-dessous nous donne un aperçu de ce que font quelques élèves, à ce sujet.

---

[71] Nous avons changé le problème entre le moment précédant l'enseignement et celui qui venant après dans la mesure où Jacques, le premier enseignant à être observé, avait travaillé des problèmes semblables à celui de la taille d'Ophélie en classe.



La taille d'Ophélie était de 83cm à 2 ans et de 1,66m à 16 ans. Peux-tu dire quelle est la taille D'ophélie aujourd'hui, alors qu'elle vient d'avoir 32 ans? Et quelle était sa taille à 1 an, 4 ans, 8 ans?

Explique comment tu as fait pour trouver.

~~Car 32 se divise par 16, j'ai déduit que sa taille à 32 ans est de:~~
~~(32÷16=2) 1,66 x 2 = 3,32m~~
~~Car 1 est un multiple de 2, je déduis que sa taille à un an était de:~~
~~83 ÷ 2 = 41.5 cm~~
~~Car 4 se divise par 2, j'en déduis que sa taille à 4 ans était de:~~
~~Car 16 se divise par 8, j'en déduis que la taille 83x2 = 166 cm sera à 8 ans de:~~

(élève 22 / pré-test)

Dans le cas du problème de l'âge de ma mère[72] (problème proposé après l'enseignement), à peu près la moitié des élèves (17/33) ont reconnu la situation comme étant non-proportionnelle. Ces élèves ont résolu le problème en trouvant le nombre d'années qui séparaient leur âge actuel de celui du départ, comme nous montre l'exemple ci-dessous :

« 12 x 3 = 36 ans → âge de ma mère
20 - 12 = 8 ans de plus
âge de ma mère 36 + 8 = 44 ans
Rép. : Elle aura 44 ans » (élève 15)

Néanmoins, quelques-uns de ces élèves (4/17) après avoir fait une proportion (3/4) ou avoir établi une relation multiplicative (1/4), se sont rendu compte que la situation n'était pas proportionnelle. À ce moment, ils ont barré la procédure initiale et se

---

[72] Aujourd'hui c'est mon anniversaire, je fête mes 12 ans. Ma mère a le triple de mon âge. Quand j'aurai 20 ans, quel sera l'âge de ma mère?

sont engagés dans une procédure qui permettait de résoudre le problème (calcul de la différence entre l'âge actuel et l'âge de départ).

Exemple 1 :

« ~~12 x 3 = 36~~
~~20 x 3 = 60 ans~~

12 x 3 = 36
20 - 12 = 8
36 + 8 = 44 ans

Exp. : Si à 12 ans, sa mère a son triple d'âge, elle ne pourra pas toujours avoir le triple de son âge ». (élève 32)

Exemple 2 :

~~Ans (moi) → 12 = 36~~
~~Ans (ma mère) → 36 n~~
~~n= (36 x 20) ÷12 = 60 ans~~

(12 x 3) = 36 ans → âge de ma mère
20 - 12 = 8 ans
36 + 8 = 44 ans.

Les élèves qui n'ont pas reconnu la situation comme étant non-proportionnelle (16/33) ont eu recours pour la majorité d'entre eux à une proportion suivie du produit croisé comme procédure de résolution (11/16).

« Moi : 12 = 20 → 20 x 36 ÷12 = 60
Ma mère : 36 n

12 x 3 = 36

Rép. : Quand j'aurai 20 ans, ma mère aura 60 ans » (élève 13 / post-test)

Les autres élèves qui ont traité la situation comme étant proportionnelle (5/16) ont utilisé une procédure scalaire :

« 12 x 3 = 36
20 x 3 = 60 ans
Elle aura 60 ans » (élève 4).

Le fait d'entrer dans la résolution du problème par une proportion suivie d'un produit croisé, qui concerne 11 des élèves de la classe, nous montre l'activité mathématique induite chez ces élèves. Comme nous avons pu le noter lors de l'analyse des notes de cours et des séances en classe, Maurice attribuait en effet une certaine importance à l'écriture de la proportion dans un problème (notation induite). Certains élèves sont capables de dépasser cet engagement, comme nous l'avons vu précédemment (4 élèves), plusieurs élèves en sont toutefois incapables (11 élèves).

Dans le cas du problème de confiture[73] (expérimenté avant et après enseignement), tous les élèves qui ont répondu au problème avant l'enseignement (28/33) l'ont reconnu comme étant non-proportionnel. Parmi ceux-ci, 2 élèves ont abordé le problème multiplicativement, expliquant alors que ce n'est pas possible de répondre parce qu'il n'existe pas un facteur multiplicatif constant.

> « Dans le premier c'est la moitié. Dans le deuxième ce n'est pas la moitié. Je ne sais pas combien ferait 10 » (élève 32 / pré-test).

Les autres élèves (26) ont abordé le problème d'une façon additive.

« Différence : $4 - \overset{\substack{2\\ \downarrow}}{2} = 2 \qquad 10 - \overset{\substack{2\\ \downarrow}}{2} = 8$

$$8 - \overset{\substack{2\\ \downarrow}}{2} = 6$$

Il y a toujours 2kg de différence alors on fait le nombre de fraises -2.

Rép. : Pour 10 kg de fraises, on a besoin de 8 kg de sucre ». (élève 17).

---

[73] Dans une recette de confitures, il est dit que si l'on a 4 kg de fraises, il faut mettre 2 kg de sucre, ou encore, pour 8 kg de fraises, il faut mettre 6 kg de sucre. Si on veut faire la recette avec 10 kg de fraises, combien faudra-t-il mettre de sucre?

Cette manière d'aborder le problème nous informe que les élèves ne l'ont pas traité comme un problème proportionnel (problème de structure multiplicative). De plus, la réponse trouvée est une réponse qui satisfait les données du problème.

Néanmoins, après enseignement, nous remarquons que plusieurs élèves (18/33) ont traité le problème comme s'il était proportionnel, en écrivant une proportion et en faisant un produit croisé.

« $\frac{4}{2} = \frac{10}{n}$ » (élève 17)
$n = 2 \times 10 \div 4 = 5$

Notons dans cas que les élèves ne prennent pas en considération l'un des couples du problème pour que la relation multiplicative puisse être vraie.

Le fait de ne pas tenir compte d'un des couples a été annoncé par Maurice lors de l'entrevue. Cette difficulté, selon Maurice, les conduit à ne pas vérifier si la situation était proportionnelle jusqu'à la fin (en référence aux tables de valeurs). De plus, cette difficulté les porte à croire que, parce que la relation entre quelques couples fonctionne, le même facteur est conservé, et toutes les relations fonctionnent. Dans le cas de ce problème, si les élèves avaient utilisé les trois couples dans la résolution du problème, ils se seraient rendus compte que la situation n'était pas proportionnelle. Ainsi, même si Maurice avait fait explicitement une mise en garde en lien avec le contrôle de situations présentant plusieurs couples (table de valeurs), les élèves ne l'ont pas intégré. Le fait que les élèves n'aient pas intégré cette mise en garde, dans le cas de ce problème, peut être expliqué parce que le problème n'était pas présenté sous la forme d'un tableau de valeurs. Les élèves n'y ont donc pas vu le besoin d'utiliser tous les couples, n'y ont pas reconnu l'« habillage » proportionnel habituel.

Ce qui ressort de la reconnaissance d'une situation non-proportionnelle

Pour ces problèmes, nous pouvons observer qu'après l'enseignement, une certaine activité mathématique a été induite chez les élèves. Celle-ci se traduit par l'utilisation d'une procédure par le biais de l'écriture d'une proportion suivie de l'utilisation du produit croisé comme procédure privilégiée (11/33 dans le cas du problème de l'âge de ma mère; 18/33 dans le cas du problème de confiture). L'utilisation non réfléchie de cette procédure conduit à une perte du sens attribué au problème (28 élèves sur 33 avaient reconnu le problème comme étant additif (26) ou non – proportionnel (2) avant enseignement pour le problème de confiture; 18 le traitent comme étant proportionnel après l'enseignement).

Comme nous l'avons vu lors de l'analyse des notes de cours et des séances en classe, Maurice donne une certaine importance à l'écriture d'une proportion, il s'agit là d'une attente. Par exemple, quand il explicitait en classe « en secondaire 2, on fait des proportions ». On voit ici que le changement de procédure chez les élèves, particulièrement fort dans le cas du problème de confiture, est une conséquence directe de cette activité mathématique induite chez les élèves.

b) La pensée qualitative est-elle présente?

Tel qu'explicitée auparavant, la pensée qualitative a été codée à partir de la manière dont les élèves attribuent un sens à la variation dans le problème.

Les problèmes proposés aux élèves qui favorisent l'explicitation de cette pensée qualitative sont les deux problèmes non-proportionnels (la taille d'Ophélie et l'âge de ma mère) et les problèmes inversement proportionnels (machines et voiture). Nous allons voir comment cette pensée s'est exprimée chez les élèves.

Les problèmes non-proportionnels

Comme les problèmes qui ont été donnés aux élèves avant et après enseignement sont différents, nous allons les analyser séparément, tout en essayant d'identifier dans ce cas l'activité mathématique qui a été induite.

Dans le cas du problème de la taille d'Ophélie (avant enseignement) nous remarquons que, pour les élèves qui ont répondu au problème, seulement 4/24 se sont rendu compte que la réponse était impossible. L'expression de cette pensée qualitative (cf. 4.1.6.1-2) est appuyée par un recours direct au contexte du problème :

> « [...] à 32 ans sa taille ne peut pas changer à cause qu'elle a fini sa période de croissance et que si on fait la même logique la grandeur serait trop haute » (élève 24).

Pour le problème de l'âge de ma mère, même si les élèves ont bien reconnu ce problème comme étant non – proportionnel (17/33), seulement 1 élève, lors de l'explicitation de sa démarche, a montré un rapprochement avec une pensée qualitative :

> « Si à 12 ans, sa mère a son triple d'âge, elle ne pourra pas toujours avoir le triple de son âge » (élève 32).

Les problèmes inversement proportionnels

Dans le cas de ces problèmes, la variation entre les grandeurs du problème est inverse. Alors, l'expression d'une pensée qualitative a lieu lorsque les élèves se rapportent au contexte pour attribuer un sens à cette variation.

Lors de la résolution du problème de vitesse, peu d'élèves avant enseignement (2/26) se sont appuyés sur une pensée qualitative pour donner un sens à la variation inverse :

> « 6 heures. Parce qu'on a 450km à parcourir donc si on va à 75km heures, il nous faut plus de temps pour la parcourir » (élève 12).

Notons aussi qu'après enseignement aucun élève n'a explicité en mots le sens attribué à la variation inverse dans le problème.

En ce qui a trait au problème des machines, plusieurs élèves (16/32) avant enseignement, apportent un sens à la variation : un rapprochement avec la pensée qualitative peut ici être fait. Les exemples ci-dessous nous le montrent :

Exemple 1 :

> « 8 machines prennent 150 jours car elles sont 2x plus nombreuses, donc elles vont prendre 2x moins de temps » (élève 7).

Exemple 2 :

> « Comme on double le nombre de machines on doit diminuer le nombre de jours par deux car comme il y a plus qui travaille dessus ça prend moins de temps, 2 fois moins qu'avec 4 machines » (élève 12).

Après enseignement, nous observons au niveau d'une pensée qualitative, qu'il y a moins d'élèves qui explicitent le sens (en contexte) de la variation (5/33). Dans le cas de ce problème, nous remarquons ainsi un changement dans la notation chez les élèves et dans la procédure privilégiée par ces derniers[74]. Par exemple, chez le même élève avant et après enseignement nous notons :

<table>
<tr><th>Avant l'enseignement</th><th>Après l'enseignement</th></tr>
<tr><td>Comme 4 machines prennent 300 jours, 8 machines prendront la moitié moins.
4 x 2 = 8 → 300 ÷ 2 = 150
Rép. : cela prendra 150 jours</td><td><table>
<tr><td>4_{x2}</td><td>$300_{\div 2}$</td></tr>
<tr><td>↓
8</td><td>↓
150</td></tr>
<tr><td>↑
Machines</td><td>↑
Jours</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

(élève 22)

Une référence au contexte est présente dans le premier cas, un sens est donné, la variation inverse est verbalisée. Dans le second cas, nous notons un traitement purement numérique, décontextualisé.

D'une façon générale, nous avons ainsi observé que les élèves changent dans leur manière l'expliquer leurs démarches. Après enseignement, ils se détachent du contexte. Ils entrent plus dans l'explicitation d'une démarche numérique. L'importance attribuée ici à la structuration numérique de la démarche peut être mise en lien avec une attente qui nous a été explicitée par Maurice lors de l'entrevue initiale, et aux élèves dans les notes de cours et lors des séances en classe.

Nous avons présenté où en étaient les élèves face à la reconnaissance de situations non-proportionnelles et par rapport à l'explicitation d'une pensée qualitative. Nous allons maintenant analyser quelles sont les procédures que ces élèves privilégient lors de la résolution de problèmes de proportion et quelles sont difficultés qui apparaissent. Plus précisément y a t-il présence ou non de l'erreur additive?

c) Les procédures de résolution privilégiées

Dans cette partie nous présenterons les procédures les plus utilisées par les élèves, par problème, cela avant et après enseignement. L'analyse de la procédure choisie nous permettra de déduire l'activité mathématique induite chez les élèves. Nous commencerons par les problèmes de proportion directe, suivis des problèmes de proportion inverse, et par la suite nous aborderons des problèmes avec support visuel.

---

[74] Nous reviendrons après plus en détail sur les procédures et la notation employées par les élèves.

Problèmes de proportion directe

Problèmes/Procédures	**Voiture**		**Moules**		**Kiwi spécial**							
					(a)		(b)		(c)		(d)	
	Avant	Après	Avant	Après	Avant	Après	Avant	Après	Avant	Après	Avant	Après
Recours à l'unité	**10**	9	**28**	8	1	3	1	5	1	6	---	---
Scalaire	---	---	1	---	**18**	**16**	5	5	**8**	**8**	2	1
Fonctionnelle	**15**	2	1	---	---	---	---	---	---	---	5	2
Linéaire	1	---	1	---	---	---	**10**	5	6	1	1	---
Produit croisé	---	**19**	---	**25**	---	**4**	---	5	---	**5**	---	**8**
Additive erronée	1	---	---	---	1	---	2	---	---	---	**10**	**3**
Pas fait	4	1	1	---	**8**	**5**	**10**	**8**	**11**	**8**	**12**	**15**
Non identifié/ r. ambiguë	2	2	1	---	5	5	5	5	7	5	3	4

Tableau 4.6 - Nombre d'élèves qui ont utilisé chacune des procédures (avant et après enseignement), pour les problèmes de proportion directe

Pour ce groupe de problèmes, dans le cas de la voiture et des moules, l'activité mathématique induite chez les élèves porte surtout sur le changement de procédure utilisée avant et après enseignement. Après enseignement, les élèves utilisent le produit croisé comme procédure de résolution. Néanmoins, nous notons que cela n'est pas vrai pour le problème du *kiwi spécial*. Ce problème se situe moins dans un modèle classique de problème avec deux couples, ce qui conduit les élèves à adopter une diversité plus grande de procédures de résolution dans ce cas. Nous observons aussi dans le cas de ce problème, que plusieurs élèves ne l'ont pas fait. Ceci est sans doute dû à cette structure du problème, non habituelle, que les élèves ne reconnaissent pas.

Si nous analysons ce changement de procédure observé chez les élèves après enseignement par rapport à la pratique de Maurice, nous nous rendons compte que, tant dans ses notes de cours que dans les séances en classe, l'utilisation des propriétés des proportions (dont le produit des moyens est égal au produit des extrêmes) était très présente. Dans notre cas, les élèves ont intégré cette attente, y ont recours à travers l'utilisation du produit croisé (pour les problèmes des voitures et des moules).

L'utilisation de cette procédure est privilégiée par les élèves lors de la résolution de problèmes qui ont une structure familière (c'est le cas de voiture et moules). Une telle procédure ne se retrouve pas mobilisée dans le problème du Kiwi spécial. Même si nous notons une différence dans la procédure utilisée chez les élèves, pour les problèmes de proportion à 2 couples, où l'une des quantités est inconnue, celle-ci n'a pas d'impact toutefois sur la réussite du problème.

Pour donner une idée de l'activité mathématique induite chez les élèves, dans le cas du problème de voiture (cf. 4.1.6.1.), par exemple, l'utilisation du produit croisé comme procédure de résolution demande aux élèves des calculs beaucoup plus laborieux. Même si les calculs sont plus « complexes », les élèves choisissent cette procédure, comme nous le montrent les exemples ci-dessous :

<table>
<tr><th>Procédure que l'on retrouve avant enseignement (15/33)</th><th>Procédure que l'on retrouve après enseignement (19/33)</th></tr>
<tr><td>24 ÷ 2 = 12 36 ÷ 2 = 18

40 ÷ 2 = 20

Rép. : 20 minutes. C'est la moitié de km dans chaque (élève 32)</td><td>24 = 36 = 40
12 18 N

N= 40 x 18 ÷ 36 = 20 minutes

(élève 32)</td></tr>
<tr><td><table><tr><td>Temps (min)</td><td>12</td><td>18</td><td>20</td></tr><tr><td>Km</td><td>24</td><td>36</td><td>40</td></tr></table> ÷ 2

Mon explication : 24 ÷ 2 = 12, 36 ÷ 2 = 18, donc, par conséquence, pour trouver le nombre des minutes, il faut tout simplement faire 40 ÷ 2!
(élève 19)</td><td>Km 24 = 40
Min 12 n

n= 12 x 40 ÷ 24 = 20 minutes
rép. : en 20 min

(élève 19)</td></tr>
</table>

Nous pouvons noter aussi qu'après enseignement, parmi les élèves qui ont résolu le problème, plusieurs (12/29) ont utilisé seulement deux des trois couples dans leur démarche (voir l'exemple ci-dessus). Notons que Maurice soulignait l'importance de vérifier jusqu'à la fin si la situation est proportionnelle, en vérifiant par exemple tous les couples dans les tables de valeurs. Il avait aussi présenté le fait de ne pas vérifier jusqu'à la fin comme étant l'une des difficultés rencontrées par les élèves dans la reconnaissance des situations de proportionnalité, comme nous avons pu le noter lors de l'analyse des problèmes non-proportionnels. Dans le cas des problèmes proportionnels, le fait de ne pas tenir compte de l'un des couples n'a toutefois pas d'influence sur la réussite du problème, même si la démarche, elle, montre une non-prise en compte par l'élève de l'ensemble des données, et donc un contrôle partiel sur la situation.

Les problèmes de proportion inverse

Dans le cas des problèmes de proportion inverse, le choix de la procédure privilégiée par les élèves lors de la résolution du problème, l'écriture de la proportion et le produit croisé, auront un impact sur la compréhension du problème, comme nous le verrons par la suite.

Problèmes/Procédures	**Vitesse**		**Maison**	
	Avant	Après	Avant	Après
Scalaire	1	1	**31**	**19**
Fonctionnelle	4	1	---	---
Grandeur intermédiaire	**18**	5	---	---
Produit croisé	---	**21**	---	**11**
Additive erronée	1	---	---	---
Pas fait	7	2	1	---
Non identifié/ r. ambiguë	2	3	1	3

Tableau 4.7 - Nombre d'élèves qui ont utilisé chacune des procédures (avant et après enseignement), pour les problèmes de proportion inverse

Lors de l'analyse des problèmes de proportion inverse, avant enseignement, nous avons pu remarquer que les élèves comprenaient la relation de co-variation inverse en jeu dans ces problèmes. En effet, ils se rendaient compte par exemple que dans le problème des machines[75], comme il y avait le double de machines, on aurait besoin de la moitié du temps pour faire le même travail (28/33 élèves). Pour cela les élèves s'appuyaient sur une procédure de type **scalaire** (relation entre les grandeurs homogènes). Par contraste, après enseignement, les élèves centrent plutôt leur attention sur la « technique »[76] à utiliser (produit croisé). Nous avons fait référence auparavant au fait que l'utilisation du produit croisé comme procédure de résolution de problèmes de proportion directe n'avait aucune influence sur la réussite du problème ou même augmentait un peu le taux de réussite. Néanmoins, dans le cas des problèmes de proportion inverse, ce résultat n'est plus valable, le fait d'utiliser le produit croisé réduit en effet le taux de réussite du problème : avant enseignement, le taux de réussite était de (28/33) et après enseignement, il passait à (21/33). Même si la différence n'est pas très grande, il est important de mentionner que parmi les 12 élèves qui n'ont pas réussi le problème après enseignement, 11 ont utilisé le produit croisé comme procédure de résolution.

Pour le problème de vitesse[77], la différence entre la réussite au problème avant (18/33) et après (9/33) l'enseignement est réduite de moitié. Mais la donnée qui nous semble importante, par rapport à l'activité mathématique induite chez les élèves, porte sur la procédure privilégiée par les élèves après enseignement, passant par l'écriture sous forme de proportion et l'utilisation du produit croisé.

Si nous concentrons notre attention sur la manière dont les élèves ont résolu le problème avant et après enseignement, nous remarquons qu'avant enseignement, plusieurs élèves ont utilisé la procédure de recours à une **grandeur intermédiaire** (cf. 4.1.6.1.) pour résoudre le problème (à savoir 18 élèves sur 33).

---

[75] 4 machines prennent 300 jours pour fabriquer toutes les briques qui vont être utilisées dans la construction d'une maison. En combien de jours 8 machines identiques fabriqueront la même quantité de briques?

[76] Le terme « technique » est employé par Maurice dans les notes de cours.

[77] Une voiture parcourt une distance entre deux villes en 5 heures avec une vitesse de 90 kilomètres par heure. En combien de temps fera-t-elle le même voyage avec une vitesse moyenne de 75 kilomètres par heure?

> **Exemple:** Une voiture parcourt une distance entre deux villes en 5 heures avec une vitesse de 90 kilomètres par heure. En combien de temps fera-t-elle le même voyage avec une vitesse moyenne de 75 kilomètres par heure?
>
> Si c'est 90km/h on peut dire que la distance est de 450km. Si on divise 450km par 75 cela va donner le temps pour se rendre qui est 6 heures (élève 2 / pré-test).

Après enseignement, tous les élèves qui n'ont pas reconnu la relation inversement proportionnelle, ont utilisé le produit croisé comme procédure de résolution (21 élèves/33).

> **Exemple:** Une voiture parcourt une distance entre deux villes en 5 heures avec une vitesse de 90 kilomètres par heure. En combien de temps fera-t-elle le même voyage avec une vitesse moyenne de 75 kilomètres par heure?
>
> Heure → $\underline{5}$ = $\underline{n}$
> Km → 90 75
> n= (5 x 75) ÷ 90 = 4,166 → 4h16min (élève 3 / post-test).

Comme nous l'avons mis en évidence auparavant, l'accent mis sur les proportions par Maurice lors des séances en classe et dans les notes de cours (écriture d'une proportion, puis utilisation d'une des propriétés de proportions), conduit à une réduction du taux de réussite des élèves, lors de la résolution de problèmes de proportion inverse. Avant enseignement, il y avait bien sûr quelques élèves qui ne reconnaissaient pas cette relation inverse (5/33). Ces erreurs étaient liées à une incompréhension de la relation inverse entre les données du problème et non à l'utilisation d'une méthode, comme c'est le cas pour les élèves qui font des erreurs après enseignement.

Les problèmes ayant un support visuel

Dans le cas de ces problèmes, nous allons observer quelles procédures sont favorisées par les élèves et si le support visuel favorise l'utilisation d'une procédure particulière. Nous développerons plus tard le fait que le support visuel peut avoir ou ne pas avoir une influence sur la notation favorisée chez les élèves.

Le jus d'orange

Si nous observons quelles ont été les procédures privilégiées par les élèves lors de la résolution de ce problème, nous notons que, tant avant qu'après enseignement, les procédures les plus utilisées par les élèves ont été une comparaison entre les grandeurs en les ramenant à des fractions (14/33 avant et 8/33 après), ou alors en établissant la comparaison à partir des rapports (12/33 avant et 16/33 après)[78] pour la question **a**. Pour la question **b**, les procédures privilégiées sont les mêmes : recours aux fractions (13/33 avant et 7/33 après enseignement) et à des rapports (10/33 avant et 15/33 après enseignement).

Nous constatons que le nombre d'élèves qui comparent les grandeurs en termes de fractions diminue après enseignement. Ceux-ci privilégient plutôt une procédure en termes de rapports. Ce changement a pu être induit par l'enseignement, la comparaison de rapports étant, nous l'avons vu, un aspect important de la pratique de Maurice.

Nous avons aussi pu remarquer dans ce cas qu'après enseignement, très peu d'élèves (6/33 en **(a)** et 3/33 en **(b)**) ont utilisé le produit croisé comme procédure de résolution. Cette non-utilisation du produit croisé peut être associée au fait que ce problème (tout comme c'était le cas pour le problème de kiwi) présente une structure inhabituelle. Il s'agit plus ici de comparer des quantités que de trouver une valeur manquante. Dans sa pratique, dans ce cas (comparaison), Maurice attribuait une certaine

---

[78] Pour des exemples sur ces procédures voir 4.1.6.1.

importance à la comparaison des rapports et des taux. Nous voyons ici cette procédure réutilisée par les élèves, lorsque le contexte du problème s'y prête.

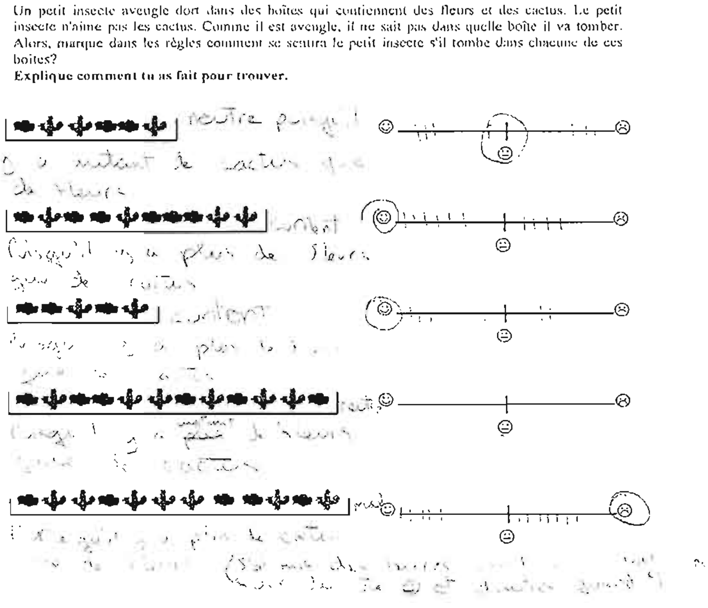
M. Haut et M. Bas

D'une façon générale les procédures utilisées par les élèves avant et après enseignement sont très diversifiées (fonctionnelle, scalaire, additive correcte, recours à l'unité), mais la plupart des élèves ont privilégié la procédure fonctionnelle (11/33) pour résoudre le problème (avant enseignement). Par contraste, après enseignement, la majorité des élèves ont privilégié le produit croisé comme procédure de résolution (23/33). Dans ce cas le glissement vers cette procédure chez les élèves peut être considéré comme une activité mathématique induite par la pratique de Maurice. Il est important dans ce cas de mettre en évidence que l'utilisation du produit croisé a augmenté le taux de réussite des élèves : 31/33 ont réussi le problème après enseignement, contre 17/33 avant.

Fleurs et cactus (problème sans support numérique)

Les problèmes proposés appellent souvent un traitement numérique. A l'aide de ce problème ne présentant pas explicitement de données numériques, nous souhaitions ainsi voir comment les élèves allaient s'engager dans sa résolution.

Avant enseignement, certains élèves qui ont répondu au problème faisaient plutôt des comparaisons entre les données du problème, sans passer par une comparaison explicite entre des nombres (7/33) :



Un petit insecte aveugle dort dans des boîtes qui contiennent des fleurs et des cactus. Le petit insecte n'aime pas les cactus. Comme il est aveugle, il ne sait pas dans quelle boîte il va tomber. Alors, marque dans les règles comment se sentira le petit insecte s'il tombe dans chacune de ces boites?

Explique comment tu as fait pour trouver.

neutre puisqu'il y a autant de cactus que de fleurs

content Puisqu'il y a plus de fleurs que de cactus

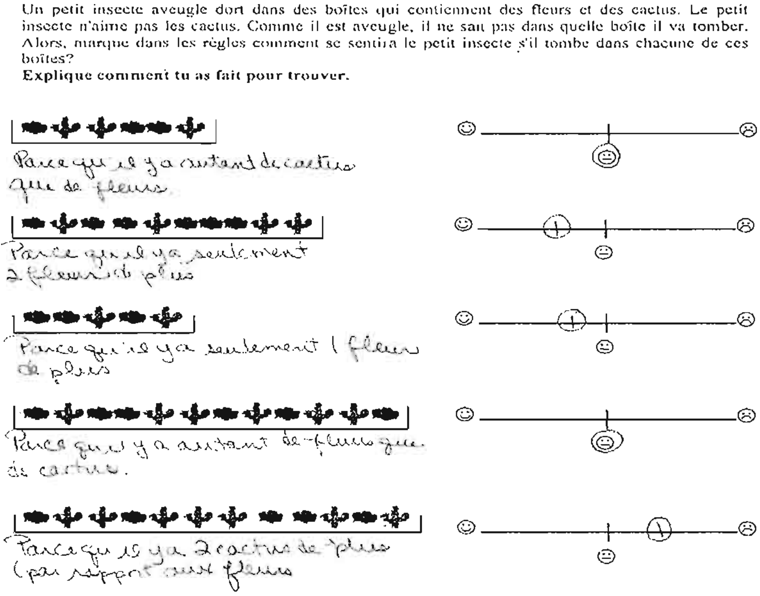
content Puisqu'il y a plus de fleurs que de cactus

neutre Puisqu'il y a autant ~~plus~~ de fleurs que de cactus

malheureux Puisqu'il y a plus de cactus que de fleurs (S'il [illegible] des fleurs [illegible] [illegible] et [illegible])

(Élève 2, pré-test)

L'autre procédure la plus utilisée consistait en une comparaison, mais dans ce cas, l'élève faisait référence au surplus, à l'écart (pour l'une des grandeurs par rapport à l'autre) (7/33) :



Un petit insecte aveugle dort dans des boîtes qui contiennent des fleurs et des cactus. Le petit insecte n'aime pas les cactus. Comme il est aveugle, il ne sait pas dans quelle boîte il va tomber. Alors, marque dans les règles comment se sentira le petit insecte s'il tombe dans chacune de ces boîtes?

Explique comment tu as fait pour trouver.

Parce qu'il y a autant de cactus que de fleurs.

Parce qu'il y a seulement 2 fleurs de plus

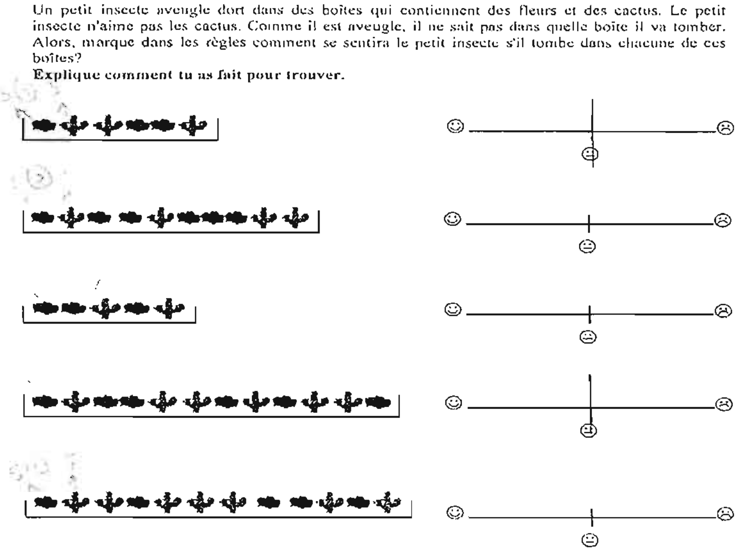
Parce qu'il y a seulement 1 fleur de plus

Parce qu'il y a autant de fleurs que de cactus.

Parce qu'il y a 2 cactus de plus (par rapport aux fleurs

(élève 21, pré-test)

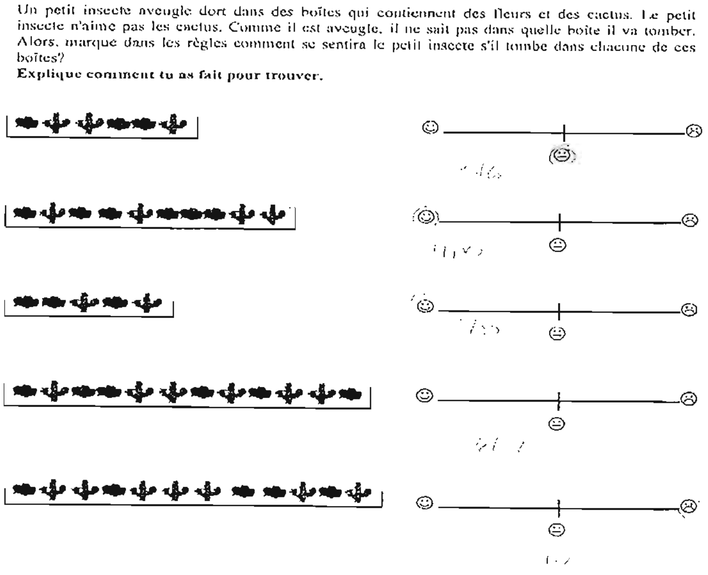
Nous sommes aussi confrontés à des élèves (5/33) qui font une comparaison en termes de rapports :



Un petit insecte aveugle dort dans des boîtes qui contiennent des fleurs et des cactus. Le petit insecte n'aime pas les cactus. Comme il est aveugle, il ne sait pas dans quelle boîte il va tomber. Alors, marque dans les règles comment se sentira le petit insecte s'il tombe dans chacune de ces boîtes?
Explique comment tu as fait pour trouver.

(Élève 5, pré-test)

D'autres répondent en termes de fractions (3/33) :



Un petit insecte aveugle dort dans des boîtes qui contiennent des fleurs et des cactus. Le petit insecte n'aime pas les cactus. Comme il est aveugle, il ne sait pas dans quelle boîte il va tomber. Alors, marque dans les règles comment se sentira le petit insecte s'il tombe dans chacune de ces boîtes?
Explique comment tu as fait pour trouver.

(Élève 15, pré-test)

Après enseignement, nous sommes confrontés à des élèves (6/33) qui établissent encore une comparaison en ne faisant référence qu'à l'écart pour l'une des grandeurs par rapport à l'autre pour donner la réponse, comme nous l'avons vu précédemment.

Plusieurs élèves, surtout après enseignement (8/33), ont marqué seulement la réponse du problème, sans autre précision, ce qui ne nous permet pas d'identifier quelle procédure ils ont utilisé pour répondre au problème. Les élèves vont plutôt faire des comparaisons sur des rapports (10/33) et des fractions (5/33). Nous pourrions ici parler d'une activité mathématique induite par l'enseignement, car Maurice a beaucoup travaillé en classe cette comparaison de rapports.

Bilan de l'analyse précédente

En ce qui a trait à ces problèmes, nous pouvons souligner que, d'une manière générale, les élèves réussissent bien ces problèmes. Le fait d'avoir un support visuel n'a pas eu d'influence sur les procédures privilégiées par les élèves. Ils ne s'appuient pas nécessairement sur ce support pour donner leurs réponses, c'est-à-dire, les procédures privilégiées sont plutôt d'ordre numérique, basées sur des calculs, tant avant qu'après enseignement.

Au niveau de l'activité mathématique induite chez les élèves, dans le problème de M. Haut et M. Bas, qui correspond à une structure habituelle (avec la recherche d'un 4ème terme), nous notons que la plupart des élèves, après enseignement, utilisent le produit croisé comme procédure de résolution. Cette procédure a été favorisée lors des séances en classe par Maurice. Néanmoins, il est important de souligner que, dans le cas de ce problème, l'utilisation de cette procédure a augmenté le taux de réussite au problème qui était de 17/33 avant enseignement et qui est, ensuite, passé à 31/33.

Les autres problèmes (jus d'orange et cactus), où l'on n'a pas à rechercher une valeur manquante, donnent lieu à un traitement différent de la part des élèves. Ils établissent par exemple une comparaison entre des rapports pour résoudre le problème. Nous notons ici que ce n'est pas vraiment le support visuel qui influence que la structure du problème.

Un point important est le fait que ces problèmes (jus d'orange, cactus, tout comme le cas du kiwi spécial vu précédemment), qui n'ont pas la structure des problèmes habituellement travaillés à l'école, favorisent chez les élèves l'utilisation d'une diversité de procédures, ce qui nous montre une flexibilité chez les élèves, dès que des attentes ne sont pas explicitées envers l'utilisation d'une procédure privilégiée par l'enseignement.

d) L'erreur additive : Est-elle présente?

Dans le cas du problème du jus d'orange (cf. 4.1.6.1), nous avons noté que, d'une manière générale, les élèves réussissent bien le problème tant avant qu'après enseignement (27/33 et 26/33). Cela vaut pour la première question du problème où la relation entre les grandeurs est évidente (2 verres de jus pour 1 verre d'eau et 4 verres de jus pour 2 verres d'eau). Par contraste, pour la deuxième question du problème, où la relation entre les grandeurs n'est plus de moitié (4 verres de jus pour 3 verres d'eau et 2 verres de jus pour 1 verre d'eau), les élèves présentent un peu plus de difficultés (cette difficulté augmente après enseignement : on passe d'une réussite de 23/33 à 16/33). Néanmoins, même si les élèves présentent plus de difficultés, il n'y a pas eu d'élèves qui ait commis l'erreur additive en disant, par exemple que le goût serait le même parce qu'il y a 1 verre de moins dans chaque mélange.

Dans le problème de la recette *Kiwi Spécial* (question **d**), où l'on demande à l'élève : *Quelle serait la recette de* ***kiwi spécial*** *avec 40ml de liqueur de kiwi pour que ça ait le même goût?* Ici, nous modifions la quantité de liqueur donnée au départ (de 30ml à 40ml) avec l'objectif de voir si les élèves vont mettre en place ou non, dans ce cas, une procédure additive erronée. L'analyse des données nous montre que plusieurs élèves (10/33) avant enseignement ont commis cette erreur. Après enseignement, le nombre d'élèves qui ont utilisé une procédure additive erronée a diminué (3/33), ces trois élèves qui ont utilisé cette procédure après enseignement l'avaient utilisée aussi avant enseignement, l'erreur additive n'a donc pu être dépassée dans ce cas. Ce qui montre une certaine résistance dans le passage aux structures multiplicatives pour ces trois élèves. Toutefois, l'utilisation du produit croisé dans ce cas semble avoir favorisé la réussite du problème. En appliquant cette procédure, l'élève a un moyen de contrôler numériquement les données du problème.

L'autre problème qui avait comme objectif de provoquer l'erreur additive est celui du M.Haut et M.Bas. Ici avant enseignement 6/33 élèves ont établi une relation additive entre les données du problème, en répondant par exemple :

> « 8 trombones, parce que M. Bas a ajouté 2 trombones à son nombre de boutons donc, il faut faire la même chose avec M. Haut » (élève 19).

Après enseignement, seulement un élève fait l'erreur additive. Dans ce cas, l'utilisation du produire croisé a également favorisé l'augmentation du taux de réussite à ce problème.

Ceci confirme que pour les problèmes présentant une structure classique (proportionnels, 2 couples, recherche d'un 4^{e} terme), l'outil donné par l'enseignant s'avère un outil de contrôle efficace pour les élèves.

Ce qui ressort de l'analyse précédente

Dans le cas des problèmes de proportion directe, l'activité mathématique induite chez les élèves, soit l'écriture d'une proportion et l'utilisation du produit croisé, que nous retrouvons utilisé dans plusieurs problèmes par les élèves, augmente donc le taux de réussite des problèmes et assure un contrôle de l'élève sur le problème et sa résolution, la procédure additive n'étant plus présente. Par contraste, cette même procédure conduit les élèves, lors de la résolution de problèmes inversement proportionnels, à une perte importante du sens du problème et, par conséquent, à une diminution importante du taux de réussite.

e) Comment les élèves rendent-ils compte de leur démarche?

Nous avons demandé aux élèves, lors de la résolution des problèmes, d'expliquer leur démarche : « Explique comment tu as fait pour trouver ».

L'analyse des solutions des élèves montre que ces derniers, après enseignement, expliquent beaucoup moins leur démarche en mots[79]. Il paraît suffisant pour eux de donner juste une réponse numérique, ce qui est différent de ce qui se passait avant enseignement, comme nous pouvons le constater dans le tableau ci-dessous :

Problème	**P2a**	**P2b**	**P2c**	**P2d**	**P3**	**P4**	**P5**	**P6**	**P7**	**P8**	**P9**	**P10a**	**P10b**
Avant	14	14	12	11	18	16	11	24	19	16	14	24	20
Après	4	3	3	2	1	1	1	9	3	5	2	4	6

Tableau 4.8 - Nombre d'élèves qui expliquent en mots leur démarche (avant et après enseignement)

Que les élèves ressentent moins le besoin d'expliquer leur démarche en mots après l'enseignement nous conduit à réfléchir sur l'activité mathématique qui a été induite. Quelles conclusions pouvons-nous tirer quand à cette activité dès lors que le recours à une explication en mots diminue fortement après l'enseignement? Nous pouvons ainsi observer que, lors de l'enseignement en classe, Maurice ne suscitait pas une explication en mots de la part des élèves. La présentation des contenus et procédures de résolution était, certes, appuyée sur une explication discursive, mais c'était l'enseignant lui-même qui la prenait en charge et la formulait. (cf. analyse de la pratique). Les élèves ne participaient donc pas à la formulation d'une explication en mots.

---

[79] Le support « mot » apparaît souvent associé à d'autres supports.

Par ailleurs, l'attention mise sur la notation dans les notes de cours et dans les séances en classe peut avoir eu une influence chez les élèves. Cette notation a pour Maurice l'objectif de structurer la démarche des élèves et d'éviter, d'une certaine manière, aux élèves de commettre des erreurs (cf. analyse des notes de cours).

Avant d'aller plus loin dans la manière dont les élèves rendent compte de leur démarche, nous ferons la différence entre deux types de trace qui ont pu être identifiés lors de l'analyse. Nous avons noté que la trace écrite de l'élève renvoyait parfois à une notation en termes d'unités :

Exemple : 4 machines = 300 jours
⤴ 8 machines = 300 ÷ 2 = 150 jours le double

Rép. : En 150 jours (élève 13, pré-test)

Nous avons vu aussi, que cette trace écrite renvoyait à une certaine notation privilégiée, celle de la proportion.

Exemple : Nb machine→ x4x = 8
Nb jours → 300 = n
300 x 8 ÷ 4 = 600 jours (élève 28, post-test)

L'analyse des données nous a permis de remarquer que l'utilisation d'une proportion dans les problèmes directement proportionnels n'avait pas d'impact sur la réussite du problème. Dans certains cas même elle participe à l'augmentation du taux de réussite. De manière différente, dans la résolution des problèmes inversement proportionnels, l'utilisation de cette notation, induite par l'enseignement, et celle de la procédure du produit croisé avait un impact très important sur le taux de réussite des élèves. Par exemple, dans le cas du problème de maison, nous avons vu que la notation sous forme de proportion et l'utilisation du produit croisé amenait les élèves à une perte de sens dans l'explicitation de leur démarche (14/33). D'autres élèves restent stables (16/33), et seulement 3 élèves progressent. Les exemples ci-dessous nous montrent les différences entre certains élèves avant et après enseignement, dans la manière de rendre compte de la démarche. Nous pouvons observer ainsi l'activité mathématique qui a été induite par l'enseignement, à travers la mise en place d'une notation favorisée lors de l'enseignement.

Deux élèves qui modifient leur explication (14 élèves sont dans ce cas) **:**

Avant enseignement	**Après enseignement**
150 jours car ça va prendre deux fois moins de temps remplir la tâche car il y aura le double de machines **(élève28)**	Nb machine→ x4x = 8 Nb jours → 300 n Recours à l'écriture d'une proportion 300 x 8 ÷ 4 = 600 jours **(élève 28)**
300 ÷ 2 = 150 J'ai divisé le nombre de jour par 2, puisque avec le double de machines, la construction devrait prendre moitié moins de temps. **(élève 27)**	8 ÷ 2 = 4 300 ÷ 2 = 150 jours Procédure scalaire, plus de support en mots **(élève 27)**

Un élève qui reste stable dans son explication (16 élèves sont dans ce cas) **:**

Avant enseignement	**Après enseignement**
En 150 jours car on a qu'à diviser le nombre en 2. **(élève 18)**	Il y a deux fois plus de machines donc 300 ÷ 2 = 150 Rép. : les 8 machines fabriqueront les briques en 150 jours **(élève 18)**

Deux élèves qui évoluent dans leur explication (3 élèves sont dans ce cas) **:**

Avant enseignement	Après enseignement
8 = 4 x 2 300 x 2 = 600 jours Rép. : 600 jours Explication : Si 4 x 2 = 8, on devrait faire x 2 pour trouver le nombre, non? **(élève 32)**	300 ÷ 2 = 150 jours Explication : Si tu doubles le nombre de machines pour faire des briques, c'est normal que le nombre de jours que ça va prendre pour en faire la même quantité va se diviser par deux. **(élève 32)**
J'ai divisé par 4 le 300 ça ma donné 75 J'ai 8 machines, je fais x 2 car il y a deux 4 dans 8 Ça donne 150 jours **(élève 20)**	300 ÷ 2 ça leur prendra 150 jours parce qu'on a le double de machines donc la production se fera deux fois plus vite. **(élève 20)**

Dans le cas du problème des voitures, l'utilisation d'une notation sous forme de proportion fait que les élèves perdent le sens attribué à la variation inverse du problème, ce qui a comme conséquence une diminution importante du taux de réussite de ce problème. Ici, tous les élèves qui n'ont pas réussi le problème ont utilisé les proportions et le produit croisé, l'exemple ci-dessous nous montre le changement dans la notation chez un élève entre avant et après l'enseignement :

Avant enseignement	Après enseignement
90km x 5 heures = 450 km ←total de km à parcourir 450 ÷ 75km = 6 heures parce que 75km = 6 heures **(élève 3)**	Heure → 5 = N Km → 90 75 N=(5 x 75) ÷ 90 = 4,166 → 4h16min **(élève 3)**

À travers les différents exemples précédents, nous pouvons voir qu'une certaine manière d'écrire la proportion, après enseignement, a été intégrée par les élèves. L'analyse de la pratique d'enseignement de Maurice a fait ressortir, par ailleurs, qu'il attribuait une importance à l'écriture des unités dans les rapports et taux. Il a développé cette importance lors de l'entrevue sur la planification (cf. 4.1.1.). Nous pouvions aussi constater cette importance dans les notes de cours. De plus, Maurice a souligné l'importance d'écrire les unités aux élèves lors des séances en classe, cette insistance cherchait à éviter une difficulté chez les élèves. Il l'avait ainsi annoncé lors de l'entrevue: « *J'insiste pour qu'ils écrivent, mettons, une rangée c'est des millilitres l'autre c'est des dollars pour que ça soit clair, pour que leurs démarche soit bien structurée. Sinon, ils risquent de se mélanger de toute façon eux-mêmes* ». Néanmoins, même s'il attribuait une telle importance à cette écriture des unités, nous avons remarqué, lors de l'analyse de la production écrite des élèves, que celle-ci était déjà présente spontanément chez eux avant enseignement.

Ceci nous montre que la préoccupation démontrée par Maurice sur la prise en compte des erreurs et des difficultés des élèves (le fait pour lui d'insister sur l'écriture des unités est lié à ce point) ne tient peut-être pas compte de ses élèves, de leurs connaissances antérieures. Si tel était le cas, il ne passerait pas autant de temps à répéter aux élèves que c'est important d'écrire les unités, parce qu'ils le font déjà.

Par ailleurs, même si les élèves exprimaient déjà les unités lors de la résolution des problèmes au pré-test, nous avons pu noter toutefois que le mode d'écriture a changé après enseignement. Cette notation devient plus abrégée et plus proche de celle utilisée par l'enseignant en classe. Ce changement chez les élèves nous montre que l'attente explicitée par Maurice sur la manière d'écrire la proportion a été intégrée par les élèves. L'exemple ci-dessous nous donne un aperçu de la manière dont les élèves écrivent les unités avant enseignement et le type de changement qui a été identifié :

Avant l'enseignement	Après l'enseignement
Moules /Personnes 72 ÷ 6 = 12 moules / pers. Moules pour 17 personnes : 12 x 17 = 204 moules Rép. : Il faudra 204 moules pour 17 personnes. **(élève 5)**	Pers. : 6 = 17 Moules : 72 n 72 x 17 ÷ 6 = 204 moules Rép. : Il faudrait 204 moules. **(élève 5)**

Nous pouvons noter qu'avant enseignement les élèves présentent une écriture de la démarche en mots liée au contexte, les unités sont présentes : moules, personnes, moules par personne, cette écriture a un sens en contexte. Tandis qu'après enseignement, ce mode d'écriture des unités devient plus abrégé. D'abord, nous ne trouvons plus une explicitation de la démarche de façon discursive. De plus, l'écriture des unités est plus liée à l'écriture de la proportion. Celle-là est plus un repère pour écrire la proportion, elle constitue plus une manière de disposer les quantités qu'une référence au contexte du problème.

Nous pouvons observer aussi que dans les cas où les élèves n'écrivaient pas une proportion après enseignement, le mode d'écriture des unités est aussi plus abrégé par rapport à ce que nous trouvions avant enseignement :

Avant l'enseignement	Après l'enseignement
6 personnes = 72 moules 1 personne = 72 ÷ 6 = 12 moules pour savoir le nb de moules pour une personne 17 personnes = 12 x 17 = 204 moules pour savoir la réponse Rép. : On nécessite 204 moules pour 17 personnes. **(élève 17)**	72 ÷ 6 = 12 12 x 17 = 204 moules **(élève 17)**

4.1.6.3. Bilan global de l'analyse de l'activité mathématique induite chez les élèves

D'une manière générale, nous l'avons vu dans ce qui précède, une activité mathématique a été induite chez ces élèves en lien avec la manière de résoudre les problèmes et de noter la démarche. Nous constatons en effet que les élèves utilisent dans nombre de cas une notation (conduisant à la résolution) en termes de proportion et ils se servent du produit croisé comme d'une procédure de résolution. Cette manière particulière de noter, et cette procédure, ont été privilégiées lors des séances en classe. Les élèves se la sont appropriée.

Par rapport à l'écriture des unités, nous avons aussi observé que les élèves écrivaient déjà spontanément, avant enseignement, les unités dans leurs démarches de résolution. L'analyse des notes de cours et de la pratique en classe mettait en évidence que Maurice avait une certaine attente par rapport à cette écriture et qu'il a mis un certain accent sur ce point dans les séances en classe. Néanmoins, la notation favorisée par l'enseignant prend une forme plus abrégée que celle qui était employée par les élèves avant enseignement. Cette dernière était, en effet, plus proche du contexte du problème, alors que la notation mise de l'avant par l'enseignant est décontextualisée et sert de support, avant tout, à l'écriture de la proportion. Elle constitue davantage un point de repère pour écrire les quantités. L'analyse de la production finale des élèves met en évidence qu'il y a un changement quant à la forme de notation utilisée. Elle devient plus proche de la notation favorisée par Maurice, ce qui nous montre que l'attente explicitée par Maurice a effectivement été intégrée par les élèves.

Dans le cas des problèmes faisant appel à une comparaison, une utilisation des rapports semble réinvestie par la majorité des élèves.

Dans la résolution de problèmes de proportion directe, cette démarche (écriture de la proportion et utilisation du produit croisé mise en évidence des unités dans cette écriture, ou comparaison de rapports,) n'a pas d'impact sur la réussite du problème.

Néanmoins, lors de la résolution de problèmes de proportion inverse, nous avons remarqué que les élèves réussissent moins bien à résoudre le problème. Ils appliquent alors, en effet, la démarche privilégiée en classe pour la résolution de problèmes de proportion, sans se poser la question de la pertinence de cette démarche par rapport au problème en question. Les élèves n'opèrent pas non plus de retour sur la question ou l'énoncé du problème pour valider la réponse trouvée. Nous pouvons constater, dans ce cas, la faiblesse ou la limite de l'activité mathématique qui a été induite chez les élèves, et la perte de sens du problème que celle-ci a entraînée.

Par rapport aux problèmes non-proportionnels, l'outil de contrôle que l'enseignant a donné aux élèves, à travers l'écriture d'une proportion et la vérification des propriétés des proportions, s'avère ici peu efficace. Nous avons en effet observé que même si Maurice avait travaillé ce type de situation en classe, les élèves présentent, plus précisément dans le cas du problème de confiture, plus de difficultés après l'enseignement qu'ils n'en avaient avant. Avant l'enseignement, les élèves s'étaient engagés dans la résolution d'une façon additive. Ce type d'engagement nous montre que les élèves n'ont pas essayé de résoudre le problème en le traitant proportionnellement. Après l'enseignement, au contraire, les élèves s'engagent dans la résolution du problème en utilisant le produit croisé et ils utilisent, dans ce cas, seulement deux couples parmi les trois donnés dans le problème. Le fait d'utiliser juste deux couples ne permet pas aux élèves de vérifier que la situation est non-proportionnelle, parce que la réponse obtenue s'avère véridique pour les données utilisées.

Nous remarquons aussi une différence dès que la situation n'est plus familière aux élèves, comme dans le cas des problèmes ayant trois couples (avec le problème de confiture, par exemple), c'est-à-dire, dès qu'elle ne fait pas partie des situations types qui ont été travaillées en classe. Dans ces cas-là, les élèves présentent, en effet, un plus grand niveau de difficulté et le taux de réussite est plus bas que dans des problèmes où la structure du problème est connue des élèves, parce qu'elle a été travaillée en classe.

Pour les problèmes qui visaient à provoquer l'erreur additive (avec les cas du kiwi spécial et de M. Haut et M. Bas), les élèves présentent encore après enseignement de la difficulté à opérer le passage à des structures multiplicatives. Néanmoins, dans le cas de ces problèmes, l'utilisation du produit croisé comme procédure de résolution semble favoriser un meilleur contrôle sur la résolution et augmente le taux de réussite des élèves. Il s'agit là d'une observation opposée ce qui se passait dans la résolution de problèmes inversement proportionnels. Que révèle cette réussite? Peut-on dire que l'élève comprend bien la structure du problème? Nous sommes dans un cas où la procédure enseignée fonctionne bien, sans provoquer de déstabilisation, ni de questionnement.

Les problèmes de fleurs et des cactus, et celui du jus d'orange, sont à ranger dans la catégorie des problèmes qui comportent une structure différente, avec un support visuel, qui ne présentent pas de données numériques et qui ne mettent pas en jeu la recherche d'un 4^{e} terme. Ils mettent, en effet, davantage en jeu une comparaison. Dans le cas de ces problèmes-là, les élèves, après enseignement, utilisent principalement une comparaison de rapports. Comme nous l'avons vu, cette procédure a été favorisée par Maurice, et nous la retrouvons dans les productions des élèves comme une activité mathématique induite par cette pratique.

D'une manière générale, le trait le plus marquant de l'activité mathématique induite chez les élèves par la pratique d'enseignement de Maurice porte donc sur des procédures privilégiées et sur un type d'écriture de la proportion, à savoir celle des unités. La notation prend la forme d'une proportion et la procédure privilégiée renvoie au produit croisé, ou à une comparaison de rapports, lors de la résolution des problèmes, en fonction de leur structure. Par moment, cette activité induite (proportion et utilisation d'une propriété des proportions) conduit à une augmentation du taux de réussite des élèves, dans les problèmes directement proportionnels, et notamment dans la réduction de l'erreur additive. À d'autres moments, cependant, elle provoque une perte du sens attribuée à la variation, notamment dans les problèmes inversement proportionnels, dans la mesure où les élèves appliquent mécaniquement cette procédure, et dans les situations non-proportionnelles, comme l'a montré l'exemple du problème de confiture.

Nous avons vu aussi que les élèves faisaient preuve d'une certaine pensée qualitative avant l'enseignement lors de la résolution des problèmes, pensée qui s'exprimait en mots, de manière discursive, et par laquelle ils donnaient un sens à la variation dans des problèmes de proportion. Nous observons, qu'après enseignement, l'expression de cette pensée qualitative est beaucoup moins présente chez les élèves. Dès lors, leur démarche s'exprime davantage à travers une solution numérique. L'analyse des données nous a permis d'observer que la pratique de Maurice ne favorisait pas une explicitation discursive de la démarche, et par conséquent, du raisonnement sous-jacent.

Nous sommes ainsi en mesure souligner à quel point la pratique de l'enseignant possède une influence primordiale sur l'activité mathématique des élèves. Les élèves intègrent les attentes qui sont explicitement ou implicitement formulées et mises de l'avant par l'enseignant. Cette prise en compte et cette appropriation chez les élèves du discours et des attentes de l'enseignant est déterminante dans leur activité. Elle entraîne des conséquences nettes sur leur manière d'envisager les problèmes, de s'engager dans leur résolution, et sur la façon dont ils vont rendre compte de leurs raisonnements et les expliciter.

4.2. Le deuxième cas : analyse de la pratique d'enseignement de Jacques en lien avec l'apprentissage de la proportionnalité

Description du contexte permettant l'ancrage ultérieur de l'analyse de la pratique d'enseignement de la proportionnalité.

L'enseignant Jacques (nom fictif) : il possède une formation en enseignement des mathématiques au secondaire (baccalauréat et maîtrise). Au moment de cette recherche, il enseignait depuis 4 ans au secondaire. S'il a enseigné au secondaire 1, c'est la première fois qu'il enseignait en secondaire 2. Il travaille dans une école polyvalente de l'est de Montréal (école qui regroupait uniquement les niveaux 1 et 2 à cette époque). Cette école est située dans un milieu « défavorisé ».

Moment de l'année scolaire où a eu lieu la collecte de données : la collecte de données a eu lieu à la première étape de l'année scolaire, c'est-à-dire aux mois d'octobre et novembre 2003. J'ai observé toutes les séances portant sur l'enseignement de la proportionnalité (7 séances de 1h15 chacune). Des mini-entrevues avec l'enseignant sont venues compléter l'observation.

Une entrevue a, de plus, été réalisée avec l'enseignant avant l'observation (18 octobre 2003) et après (20 novembre 2003). Un questionnaire a, en outre, été distribué aux élèves avant le début de la séquence sur la proportionnalité (18 octobre 2003) et après (20 novembre 2003), portant sur la résolution de problèmes de proportion.

La classe : la classe que j'ai accompagnée est classée dans l'école comme étant un groupe enrichi.

Le groupe : il est formé de 34 élèves de secondaire 2 qui ont environ 13/14 ans. Les élèves travaillent toujours en équipes de 2. La classe présente un climat agréable et détendu. Durant les séances en classe, je n'ai pas observé de problèmes de discipline, les élèves avaient plutôt une attitude positive, agréable et participative envers leurs pairs et leur enseignant.

Le matériel pédagogique : le manuel scolaire adopté dans la classe de Jacques était *Carrousel Mathématique*. Néanmoins, ce matériel pédagogique n'a pratiquement pas été utilisé par l'enseignant ni dans les séances en classe, ni comme support aux devoirs (problèmes, exercices à faire tirés du manuel), au moins pour ce qui est de l'enseignement de la proportionnalité. Ce matériel ne représentant pas un outil central dans la pratique d'enseignement de la proportionnalité de Jacques, nous ne ferons pas une analyse de celui-ci, comme ce fut le cas pour les notes de cours distribuées par Maurice.

Le codage des données de l'entrevue

Comme dans le premier cas, l'entrevue[80] a été construite avec l'objectif de faire parler l'enseignant à propos de sa planification. Les questions étaient axées sur les points suivants : la planification globale du thème proportionnalité dans l'année, le contenu de la planification, les situations plus précises qui seront exploitées avec les élèves, l'articulation sur les connaissances antérieures des élèves et enfin l'anticipation des difficultés de la part des élèves. Les questions de recherche qui nous guident dans l'analyse de l'entrevue sont les suivantes :

5) *Quels éléments sont présentés par l'enseignant à propos de sa planification?*

   - Quelle est la progression qu'il pense a priori pour sa séquence? Autour de quels problèmes, quelles tâches cette progression est-elle pensée?

   -Quels sont les choix didactiques de l'enseignant? (Y retrouve-t-on par exemple une prise en compte des erreurs, des difficultés, des procédures de résolution des élèves, différents types de problèmes prenant en compte différentes variables des problèmes?...)

   - Quels sont les principes qui le guident? Sur quels domaines de justification tels qu'explicités par l'enseignant s'appuie t-il?

---

[80] Il s'agit du même protocole d'entrevue que pour le premier enseignant.

Comme pour la première entrevue avec Maurice, nous nous attendions à ce que les points faisant référence à nos questions de recherche soient abordés au cours de l'entrevue, mais nous ne connaissions pas, bien sûr, la manière dont Jacques allait les aborder. Le codage des données devait donc permettre de faire apparaître ce que recouvrait chacun de ces points pour l'enseignant.

La démarche qui a été utilisée est la suivante : une fois que le verbatim de l'entrevue a été fait, nous sommes allés repérer d'abord de quelle manière Jacques parlait de la planification de son enseignement. Nous souhaitions connaître la manière dont il le structurait, les points importants pour lui, et les choix didactiques qu'il mettait de l'avant.

Ce premier niveau de codage nous a permis de repérer la base sur laquelle Jacques organisait sa planification sur la proportionnalité. Il nous annonce les situations sur lesquelles il va s'appuyer pour introduire le contenu (par le choix de situations à exploiter), nous informant aussi des thèmes principaux qui guident sa planification (le contenu). Nous avons identifié, par ailleurs, à cette étape, une autre catégorie portant sur sa vision de l'enseignement : c'est-à-dire l'objectif qu'il vise par son enseignement et la manière dont il voit l'engagement des élèves envers leur apprentissage. Il est important de remarquer que la planification de Jacques était, au moment de l'entrevue, partiellement pensée[81], comme il nous l'a annoncé lors de l'entrevue.

Après ce premier codage du verbatim, nous sommes entrés dans un niveau plus fin d'analyse en allant chercher, pour chacune de ces catégories (les grands thèmes, les situations à exploiter, sa vision de l'enseignement), à quoi l'enseignant fait référence lorsqu'il en parle.

Nous avons pu alors identifier, lorsque Jacques nous parle de sa vision de l'enseignement, sa conception sous-jacente de l'enseignement, ainsi que les difficultés liées à sa façon d'appréhender l'enseignement en général, difficultés qu'il explicite.

---

[81] Son approche de la planification est donc différente de celle de Maurice. La planification n'est pas complètement achevée avant l'enseignement.

L'arbre ci-dessous nous aide à visualiser la démarche employée lors de l'analyse de l'entrevue.

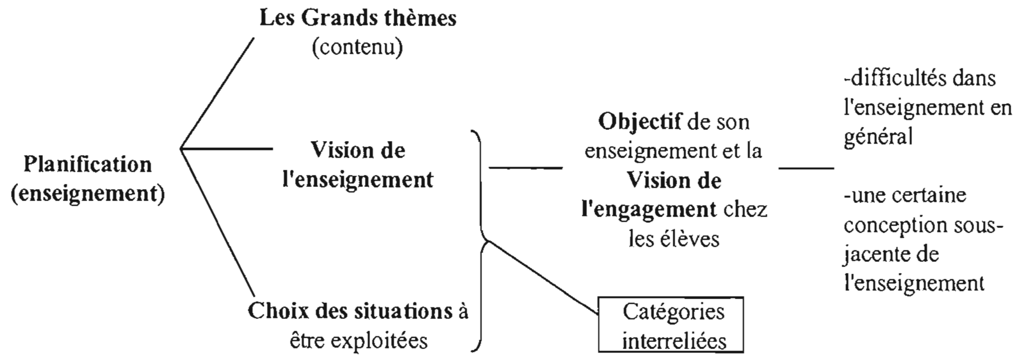


Figure 4.19- Démarche d'analyse de l'entrevue initiale

Nous présenterons l'analyse de la planification de Jacques dans le même ordre que celui de son discours lors de l'entrevue. Nous avons opté pour cet ordre de présentation des données afin de ne pas perdre de vue la « logique » sous-jacente de l'enseignant explicitée par son discours.

4.2.1. Analyse de l'entrevue sur la planification : les principes directeurs préalables à tout enseignement

4.2.1.1. Une planification partiellement pensée dans le temps

Quelle progression *a priori* est annoncée par l'enseignant? La première observation porte sur le fait que Jacques n'avait pas préparé l'ensemble de sa planification lors de notre rencontre. Il avait pensé partiellement celle-ci jusqu'aux proportions, comme il nous l'annonce lors de l'entrevue.

« Ben, elle est faite jusqu'aux proportions » (1ère entrevue, ligne 48).

Pendant l'entrevue, Jacques nous a présenté sa planification d'une manière très globale. La planification pensée avant l'enseignement est une planification partielle *située* *à partir d'un repère temporel*, en termes de nombre de cours et d'un état d'avancement projeté dans le temps.

> « En fait la semaine prochaine je dois être rendu ici aux proportions et les graphiques. [...] puis, je devrais me laisser à peu près 3..., peut-être 3 cours pour parler de proportions, comment résoudre des proportions, les propriétés de proportions. Donc, je pense à peu près 6 cours. [...]. Puis, il va y avoir des cours d'exercices. [...] Est-ce que ça dérange si à un moment donné c'est simplement une période où ils doivent mettre en pratique? » (1ère entrevue, lignes 6 à 14).

Selon son discours, cette planification prend aussi un *caractère souple qui laisse explicitement place à des ajustements* par rapport au déroulement temporel des séances.

« Ensuite, on va revenir, comme on a déjà vu sur les graphiques, on va revenir dans un deuxième ou troisième cours, je ne sais pas trop. Faut s'ajuster, des fois ça va plus vite, des fois ça va moins vite. » (1ere entrevue, lignes 296 à 298).

Nous percevons, à travers ce qui précède, comment est pensée globalement la préparation de la planification au moment de l'entrevue.

Nous reviendrons plus précisément sur les situations choisies pour introduire ce contenu.

4.2.1.2. Les contenus abordés / les situations à être exploitées

Les grands thèmes

Comme nous l'avons souligné auparavant, au moment de la première entrevue, Jacques avait préparé sa planification jusqu'aux proportions. Il souligne quels sont les grands thèmes qui seront abordés au début de cette séquence (sa progression).

> « Je vais commencer par les rapports et faire la distinction entre rapport et taux, dans le fond d'une certaine façon avec des exemples et des problèmes et ensuite

> on va rentrer dans l'idée de proportion, mais comme telle, je ne suis pas rendu là encore » (1^{ere} entrevue, lignes 112 à 114).

Ensuite, il nous annonce plus précisément ce que va recouvrir la partie sur les proportions :

> « puis, je devrais me laisser à peu près 3..., peut-être 3 cours pour parler de proportions, comment résoudre des proportions, les propriétés de proportions. » (1^{ere} entrevue, lignes 8 à 9).

Il fait référence par la suite aussi à la reconnaissance des situations proportionnelles, à partir d'un travail opéré sur les graphiques, en expliquant, d'une certaine manière, comment il compte conduire le travail des élèves en classe.

> « Ensuite on va revenir, comme on a déjà vu les graphiques, on va revenir dans un deuxième ou troisième cours, je ne sais pas trop. [...] Là, je vais donner un exemple... [...] c'est un exemple classique d'une situation proportionnelle. [...] ce qu'on va faire c'est définir, on va montrer graphiquement qu'est-ce que c'est qu'une, qu'est-ce que c'est qu'une situation proportionnelle, graphiquement ce que ça a l'air et on va interpréter le graphique tout simplement là [...] C'est vraiment juste ça. Cette idée-là de voir quand est-ce que c'est pas proportionnel, pourquoi c'est proportionnel...» (1^{ere} entrevue, lignes 296 à 314).

Les extraits ci-dessus nous montrent quelle sera, dans les grandes lignes, la progression des contenus dans la séquence annoncée par Jacques lors de l'entrevue : rapports et taux et distinction; proportions; reconnaissance d'une situation de proportionnalité. Ils indiquent, de plus, quelques pistes sur la manière dont le travail sera mené en classe, sur son approche d'enseignement : la reconnaissance des situations de proportionnalité sera ainsi abordée par les graphiques. Des préalables sont également ciblés lors de cette entrevue.

Des préalables :

En analysant l'entrevue sur la planification sous l'angle des contenus, des savoirs de référence, nous remarquons que *les contenus sont nommés comme des grands thèmes qui devront être abordés*. Parmi ces thèmes, Jacques fait référence aux fractions équivalentes, et aux opérations sur les fractions comme étant les connaissances préalables qui seront réinvesties probablement dans l'apprentissage des proportions.

> « Dans le fond, c'est juste équivalence de fractions qu'on va utiliser, avec là... est-ce qu'on va utiliser l'addition là, les opérations sur les fractions, ça va rentrer dans la multiplication et division, probablement l'addition là, je pense qu'on va utiliser ça. » (1^{ere} entrevue, lignes 43 à 46).

Jacques nous informe aussi de la différence entre les fractions équivalentes, traitées en secondaire 1, et la façon dont elles seront travaillées en secondaire 2, en montrant comment il compte aller plus loin dans la contextualisation des fractions.

> « L'équivalence des fractions, c'est sûr qu'on va travailler avec ça, mais sauf que dans les proportions on va contextualiser les fractions, ce qui n'était pas fait avant. C'était 2/3 égale à 4/6 » (1^{ere} entrevue, lignes 34 à 36).

Le choix des situations[82]

L'annonce d'un travail à partir de situations est le point le plus marquant de la planification de Jacques. Au début de l'entrevue, il nous annonce quelles sont les situations qu'il utilisera pour débuter la séquence :

> « si je travaille avec le casse-tête. [...] Par la suite, partir avec une recette. [...] et après ça on va faire la distinction de ce que c'est un rapport et un taux. » (1^{ere} entrevue, lignes 66 à 79).

---

[82] L'analyse du matériel écrit préparé au moment de l'entrevue par l'enseignant sera intégrée au point 4.2.2., car Jacques n'utilise pas vraiment de notes de cours. Il s'appuie plus en allant, sur « du matériel », un certain support provenant des situations qu'il a préparées, sur des problèmes, sur des exercices provenant du manuel. Leur analyse sera donc produite lorsque nous traiterons de la pratique en classe.

Nous allons préciser, en même temps, les situations annoncées lors de l'entrevue et la manière dont Jacques compte les exploiter en classe, ainsi que les raisons pour lesquelles il compte travailler de cette manière (conception sous-jacente), au fur et à mesure que Jacques les développe.

Au moment de l'entrevue, Jacques avait pensé sa planification « jusqu'aux proportions ». Deux situations ont été annoncées et choisies au moment de l'entrevue : le casse-tête (de Brousseau), une recette de punch, ainsi qu'une leçon pour introduire (nous avons ici la planification anticipée de cette leçon) les notions de rapport et taux et la comparaison de rapports et taux.

Le casse-tête

Lors de l'entrevue, Jacques nous dit qu'il utilisera cette activité pour débuter la séquence sur la proportionnalité, mais la référence à l'activité reste générale.

> « Tout ce que mesure 4, devient 7, ça je vais les distribuer au départ, c'est mon point de départ. » (1ère entrevue, lignes 68 à 69).

Voici le matériel qu'il a préparé à cet effet et qu'il nous montre (à travers une situation écrite).

Un casse-tête qui peut donner mal à la tête !

Le dessin qui suit représente un casse-tête. Un ami veut **agrandir** ce casse-tête et il souhaite que vous l'aidiez. Il a déjà **commencé** l'agrandissement du casse-tête en agrandissant le triangle rectangle en haut à gauche.

Pour que vous puissiez correctement faire les autres morceaux, votre ami vous dit que, dans son morceau, le côté qui mesurait au départ **4 cm**, mesure maintenant **7 cm**. À partir de cette information, quelles seront les mesures des autres morceaux du casse-tête ?

Dessine le casse-tête une fois agrandi.

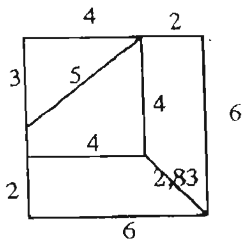


Figure 4.20- Énoncé du problème de casse-tête donné aux élèves

Même si la référence à l'activité reste générale, nous pouvons observer (cf. extrait suivant) que Jacques anticipe l'engagement des élèves dans la situation. Il annonce aussi la difficulté du passage aux structures multiplicatives, en pointant la présence possible de l'erreur additive dans la résolution des élèves.

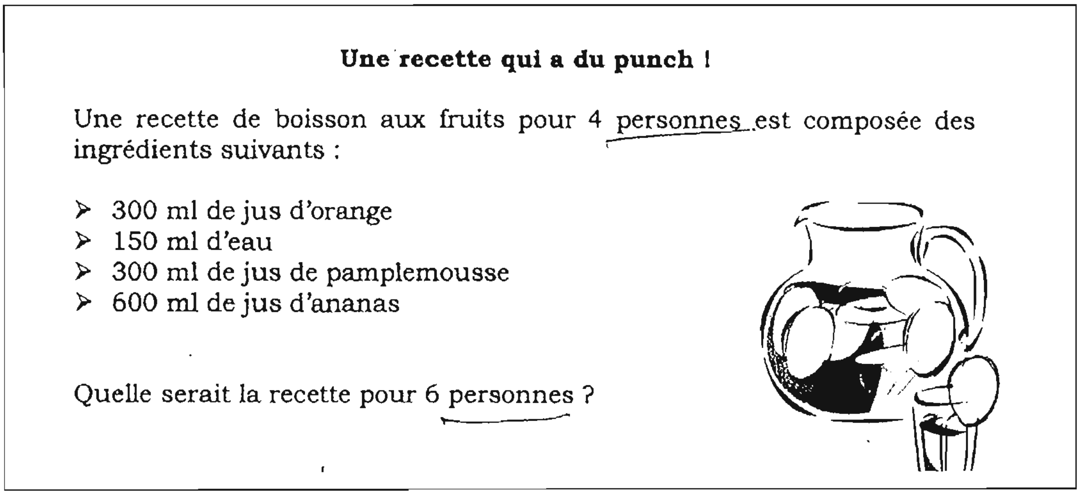
> « Là je vais voir comment ils vont faire, comment ils vont partir avec 7. Là, ils vont tous additionner 3. C'est ça que je pense, mais je ne suis pas certain qu'ils vont faire ça. Il y en a peut-être que tout de suite ils vont voir que c'est multiplicatif, puis vont y, vont y aller avec un, … vont multiplier dans le fond, peut-être c'est ça. » (1ere entrevue, lignes 70 à 73).

La recette de punch

Jacques explicite ensuite le deuxième problème, qu'il compte donner, en faisant référence au contenu qu'il veut aborder (les rapports et taux) en lien avec la manière de faire travailler les élèves. Comme nous l'avons mis en évidence auparavant, l'explication de Jacques, concernant le choix de l'activité et son déroulement, n'est pas développée en profondeur dans son discours.

> « Par la suite partir avec une recette un peu comme il y avait dans ton, dans ton… (*ici, il fait référence au problème de* ***Kiwi spécial*** *que nous avons donné aux élèves avant l'enseignement*). Donc, ça, ça va toucher les rapports, dans le premier et ça va toucher les taux, mais sans vraiment le savoir, sans que les élèves le sachent. » (1ere entrevue, lignes 74 à 77).

Voici le problème, écrit, qui sera distribué aux élèves :



Une recette qui a du punch !

Une recette de boisson aux fruits pour 4 personnes est composée des ingrédients suivants :

- ➢ 300 ml de jus d'orange
- ➢ 150 ml d'eau
- ➢ 300 ml de jus de pamplemousse
- ➢ 600 ml de jus d'ananas

Quelle serait la recette pour 6 personnes ?

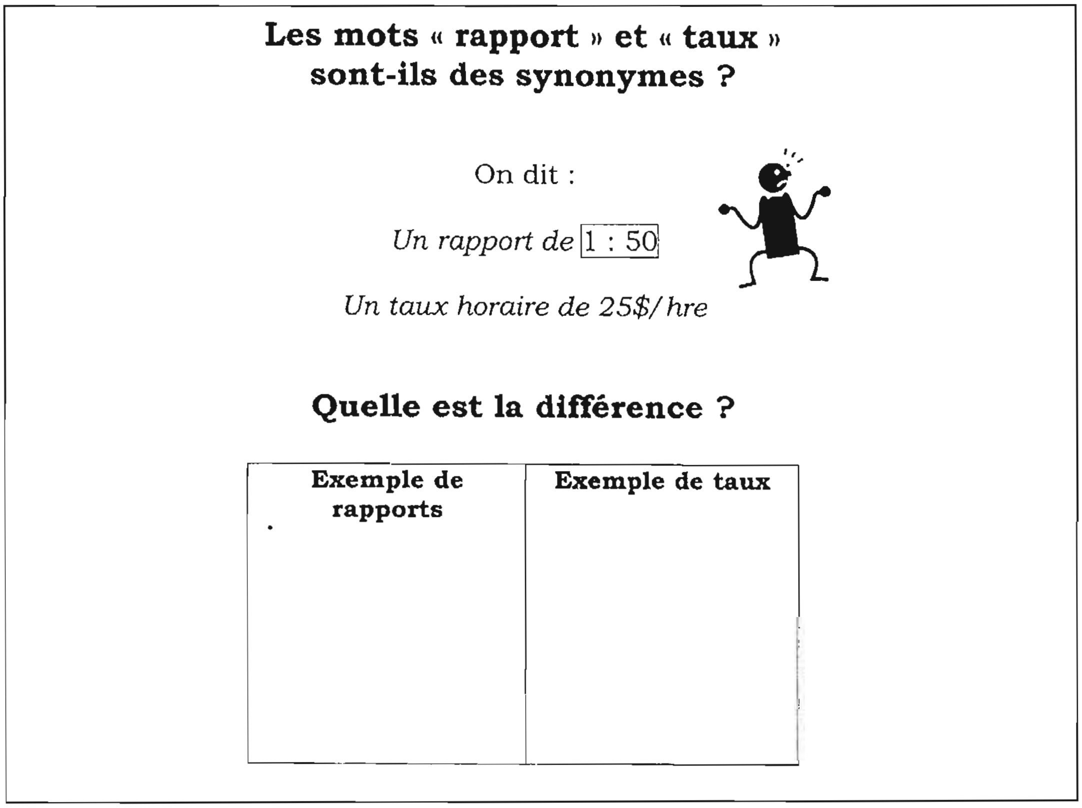
Figure 4.21- Énoncé du problème de la recette de punch donné aux élèves

Une leçon sur des rapports et des taux

Par la suite, Jacques développe la leçon suivante et la façon dont il va travailler celle-ci en classe, en en précisant les détails du déroulement.

> « Et après ça on va faire la distinction de ce que c'est un rapport et un taux. Le rapport et taux, je leur demande si c'est des synonymes pour vous autres, puis, je leur donne des exemples. On va essayer de sortir des exemples de rapports et de taux. [...]. Après ça on va noter dans le cahier, c'est quoi un rapport, c'est quoi un taux. Ils vont faire des exercices là-dessus. Juste sortir des rapports, sortir des taux, mais... juste ça je pense que ça va prendre une période là. » (1ere entrevue, lignes 79 à 85).

Voici la feuille préparée par écrit qui sera distribuée aux élèves (support à sa leçon) :



Les mots « rapport » et « taux »
sont-ils des synonymes ?

On dit :

Un rapport de $\boxed{1 : 50}$

Un taux horaire de 25$/hre

Quelle est la différence ?

Exemple de rapports	Exemple de taux

Figure 4.22- L'exemple donné pour la définition d'un rapport et d'un taux

Les extraits de l'entrevue[83] ci-dessus nous informent sur certaines caractéristiques de la pratique de Jacques. En prenant comme point de départ, pour sa séquence, des situations, des problèmes, et des exemples venant des élèves, il nous explicite dans son discours non seulement le choix de situations et de problèmes qui seront utilisés pour débuter la séquence, mais il nous donne également des indices sur son approche d'enseignement. Le discours sur son enseignement prend la forme d'une approche inductive, où il veut conduire les élèves à construire certaines connaissances, en partant de ce qu'ils savent. Une certaine vision de l'enseignement va se dégager progressivement de son discours.

4.2.1.3. Conception sous-jacente de l'enseignement explicitée par Jacques

Jacques explique qu'il veut *partir des conceptions des élèves pour aller chercher ce qu'ils savent pour construire là-dessus*, comme aussi travailler les conceptions erronées :

> « Moi, j'aime mieux partir, [...]. Partir de ce que les élèves, les conceptions des élèves, partir de ce qu'ils pensent, puis ensuite, après ça... C'est sûr qu'il va y avoir des notes de cours à un moment donné sur rapport et taux, puis on essaie de voir, mais j'aime toujours savoir ce que les élèves pensent avant,... ce,... qu'est-ce qu'ils comprennent de qu'est-ce qu'un rapport, qu'est-ce qu'un taux. Puis après ça on... on construit là-dessus on essaie de travailler sur certains concepts erronés, mais je ne suis pas sûr qu'il en va y avoir beaucoup qui vont sortir, en tout cas dans le 202, je suis pas certains d'en avoir beaucoup » (1ere entrevue, lignes 56 à 66).

L'analyse du discours de Jacques laisse entrevoir ses objectifs d'enseignement, du moins partiellement, et sa conception de l'enseignement, à savoir ce qui le guide, ce qui

---

[83] Il est important de noter que Jacques annonce le déroulement prévu et l'anticipation de l'engagement des élèves d'une manière non nécessairement approfondie. Il explicite des points importants sans entrer dans les détails de la préparation de l'activité ou de la séance.

est important pour lui, par le biais de l'explication des difficultés rencontrées en tant que praticien de cet enseignement, ainsi que de les principes sous-jacent qui le guident. Quand nous lui posons une question concernant les difficultés qu'il pense rencontrer chez les élèves, il répond plutôt par le biais des difficultés auxquelles il est confronté en tant qu'enseignant, ce qu'il justifie par son manque d'expérience à ce niveau d'enseignement (secondaire 2). En développant ces difficultés, il nous livre sa conception sous-jacente de l'enseignement.

> « **P₁**[84] **:**C'est la première fois que j'enseigne ça, fait que, je ne peux pas dire, je ne sais pas nécessairement, mais il va y avoir des erreurs. Moi, la grande difficulté que je crois avoir ... [...] ça je l'ai n'importe quand, c'est pas juste là dedans. C'est quand tu essaies d'expliquer le fondement des concepts (***Intention valorisée : expliquer les fondements du concept***). Quand je vais essayer d'expliquer par exemple que le produit des extrêmes est égal au produit des moyens. Les élèves vont bloquer là, parce qu'ils ne veulent pas le savoir pourquoi.» (***La difficulté est explicitée à partir d'un exemple qui dit que les élèves ne s'engagent pas***).
>
> Exp. : ok!
> **P₁ :** ils savent que ça fonctionne. Alors, à quoi bon savoir que...
>
> Exp. : pourquoi
>
> **P₁ :** pourquoi ça fonctionne. Là, je sais qu'il y a un blocage. Un blocage tout temps là-dessus là. Peu importe. Ça c'est, c'est... pour moi c'est criant là, mais on essaie tout temps de montrer que... faut tout temps contourner un peu, il ne faut pas tout de suite arriver avec les algorithmes (***une autre intention explicitée à partir d'une difficulté rencontrée***), mais ça c'est une difficulté que je crois avoir. Pas juste avec les proportions, mais ça va être comme ça pour la formule de l'aire du cercle, ça va être comme ça, on va essayer de montrer quelque chose, de démontrer... c'est pas évident! [...] Ils connaissent l'algorithme, le problème c'est qu'ils nous arrivent beaucoup avec des algorithmes, des procédés et nous, notre job, c'est un peu de, de... [...] de déconstruire, ouais, il faut déconstruire pour ré-expliquer, parce qu'après ça on batit là-dessus, puis si c'est juste les algorithmes c'est mou, à mon sens c'est mou. Donc, c'est important de déconstruire pour mieux reconstruire, mais c'est dur de déconstruire pour eux autres, parce que... (***ce qu'il veut essayer de faire***)

---

[84] Le code **P₁** a été utilisé dans les verbatins pour identifier le professeur 1, soit Jacques.

- pourquoi vous nous montrez ça monsieur? On sait! Pourquoi… ça, ça va sortir ici! Pourquoi on ne peut pas mettre au dénominateur commun?

- je veux pas, je veux que tu raisonnes sur les fractions ***(une autre intention explicitée)***. Je veux que tu me dises qu'ici il manque 1/6 pour arriver à l'entier. Ici il manque 1/8 pour arriver à l'entier. Ici, il me manque moins pour arriver à l'entier que là, donc cette fraction est plus proche de l'entier donc elle est forcément plus grande. Ce sont des raisonnements comme ça qu'on essaie de développer. […] et non pas du calcul. Mais eux autres sont de même, du calcul, ils aiment le calcul ils veulent calculer. […] et pas comprendre, c'est ça qui est fatiguant. C'est épuisant pour un prof. C'est fatiguant ***(difficulté rencontrée comme enseignant)***, mais, on va et vient, on se bat plus contre ça, parce qu'on se dit 'coudon'! » ($1^{ère}$ entrevue, lignes 156 à 196).

L'extrait ci-dessus nous montre *a priori* la conception sous-jacente que Jacques a de l'enseignement. Dans son discours, il explique ce qu'il valorise dans son enseignement : les fondements des concepts, le développement de raisonnements, la nécessité d'éviter les algorithmes. Il explique aussi ses difficultés comme enseignant, la résistance *a priori* des élèves à rentrer dans ce contrat qu'il veut installer, les élèves ne voulant pas savoir pourquoi, rentrant immédiatement dans le calcul.

Cette vision de Jacques, à propos de son rôle en tant qu'enseignant, nous aidera à comprendre sa pratique en classe, sous l'angle de ces prises de décisions, de la forme qui prend sa pratique en classe et enfin de sa façon de mener le travail avec les élèves.

4.2.1.4. Bilan global de l'analyse de l'entrevue sur la planification

L'analyse de l'entrevue sur la planification de Jacques nous renseigne sur certaines caractéristiques de sa pratique. Le premier point qui ressort est le caractère partiel de sa planification pensée en fonction de repères temporels. En effet, Jacques au moment de l'entrevue avait juste une amorce de planification. À ce moment, il avait pensé à des grands thèmes qu'il voulait travailler et à aux situations sur lesquelles il s'appuierait pour démarrer l'étude des proportions en les situant dans le temps. Notons que sa planification prend, à partir de son discours, un caractère souple « *Il faut s'ajuster, des fois ça va plus vite, des fois ça va moins vite* ».

Un autre point important porte sur la façon d'introduire le contenu. Jacques nous annonce qu'il va utiliser des situations (le casse-tête, la recette de punch) et qu'il a anticipé une leçon sur rapport et taux, pour débuter la séquence. Dans ce cas, les contenus mathématiques, le savoir de référence, prennent une place secondaire par rapport aux situations / à une leçon type. Ce choix nous informe, d'une certaine manière, sur la conception sous-jacente de son enseignement. Il entend s'appuyer sur les connaissances antérieures des élèves : « *Moi, j'aime mieux partir [...]. Partir de ce que les élèves, les conceptions des élèves, partir de ce qu'ils pensent. [...]* ».

Il est important aussi de mettre en évidence le fait que, pendant l'entrevue, Jacques nous livre sa conception de l'enseignement lorsqu'il nous parle des difficultés qu'il rencontre. Nous pouvons observer que, pour Jacques, il est important de raisonner sur les concepts : «*je vais forcer le raisonnement là-dessus [...] sans faire aucun calcul. Utilise que ton jugement* ». Il est important de comprendre ou faire comprendre les concepts et de ne pas s'attacher à l'utilisation d'algorithmes, de déconstruire ce besoin d'utiliser des algorithmes et cette orientation vers des calculs, tendance très présente selon lui chez les élèves. Il s'agit ici, pour Jacques, de la plus grande difficulté, difficulté reliée à ce qu'il essaie de travailler comme enseignant : « *Mais eux autres sont de même, du calcul, ils aiment le calcul ils veulent calculer [...] et pas comprendre, c'est ça qui est fatiguant* ».

L'arbre ci-dessous nous aide à visualiser ce qui ressort de l'analyse de la planification de Jacques :

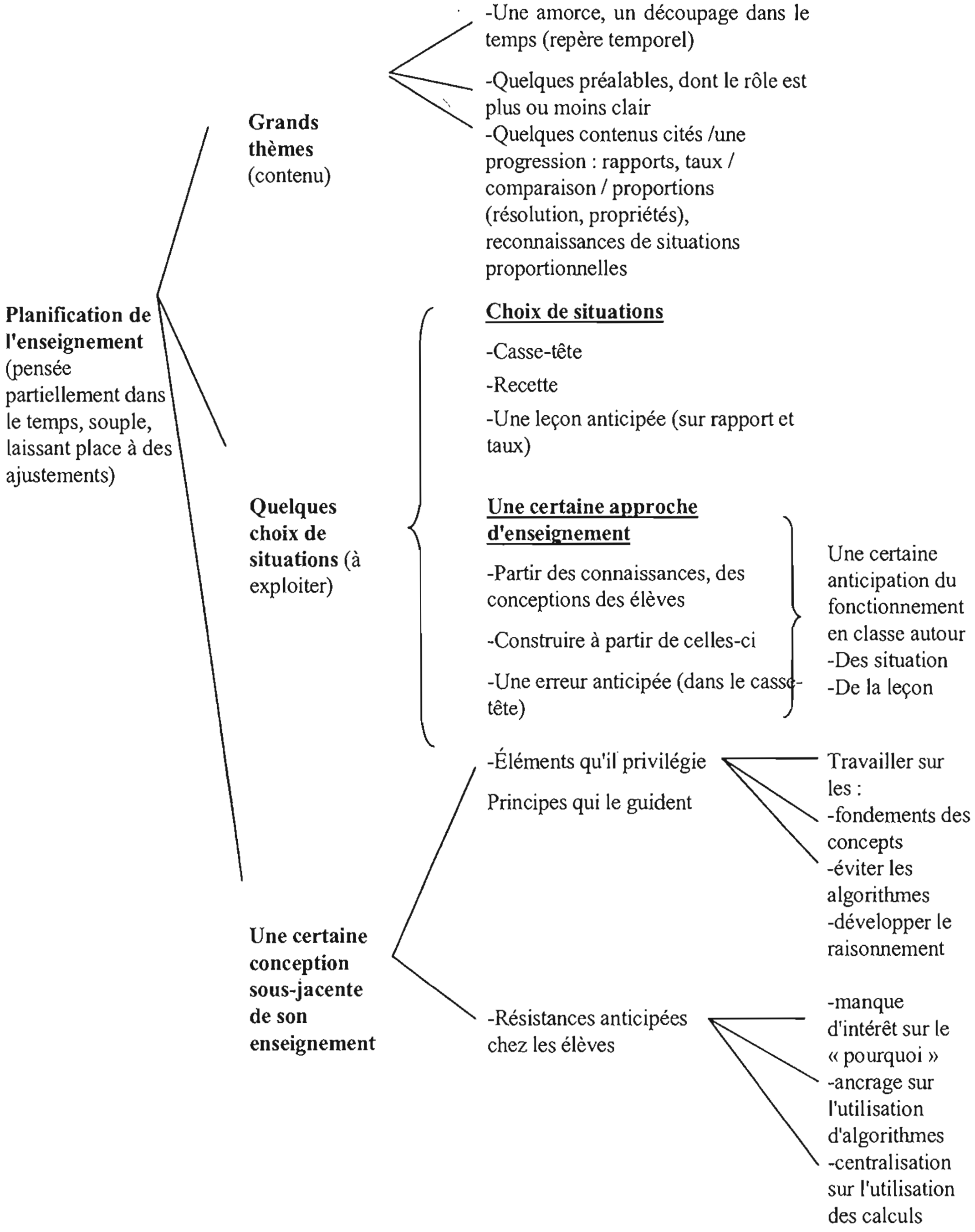


Figure 4.23- Bilan de l'analyse de la planification de Jacques tirée de l'entrevue

En sachant par quelles situations et leçons Jacques veut débuter sa séquence sur la proportionnalité, et comment il pense son enseignement, il nous reste à observer comment Jacques va travailler en classe ces situations et cette leçon sur rapports et taux.

4.2.2. Analyse de la pratique en classe et des situations travaillées

Afin d'avoir une image globale de la classe et de la pratique d'enseignement de Jacques sur la proportionnalité, nous caractériserons tout d'abord, à partir de l'observation de séances en classe, le mode de fonctionnement global qui s'en dégage.

4.2.2.1. Structure didactique des leçons

Une caractérisation globale des leçons, avant de rentrer dans une analyse plus fine des séances, va nous permettre de tracer un portrait de la classe en mathématiques et de son fonctionnement.

Pour cela nous décrirons brièvement tout d'abord l'organisation physique de la classe durant ses leçons et ensuite le mode d'interaction qui est établi entre l'enseignant et les élèves.

Organisation physique de la classe

Les élèves, tout au long des séances, ont été placés en dyades, les pupitres ont toujours été placés l'un à côté de l'autre, et les élèves pouvaient interagir avec leur voisin ou même avec d'autres élèves pendant le travail sur les problèmes.

Mode d'interaction global

En ce qui a trait au travail de l'enseignant, nous avons pu noter que les échanges entre l'enseignant et les élèves sont fréquents tout au long des séances, notamment lorsque les raisonnements et procédures individuels sont « repris » avec la classe, lors d'un retour collectif sur un problème posé, une situation donnée à résoudre. Nous avons pu également observer que, pendant la résolution de problèmes par les élèves, Jacques circule entre les équipes et interagit avec les élèves[85].

Compte tenu, dans le cas de Jacques, de la fréquence des interactions avec les élèves, nous nous centrerons davantage, par la suite, sur cette analyse plus fine des interactions pour caractériser sa pratique d'enseignement, ce qui ne pouvait être le cas pour Maurice, en raison de la faible interaction de ce dernier avec ses élèves.

	Enseignant	**Élèves**
1^{er} séance – 460 lignes	340 lignes / 3549 mots	120 lignes / 859 mots
2^e séance – 601 lignes	401 lignes / 5142 mots	200 lignes / 1317 mots
3^e séance – 631 lignes	424 lignes / 5250 mots	207 lignes / 1460 mots
4^e séance – 704 lignes	545 lignes / 900 mots	159 lignes / 950 mots
5^e séance – 655 lignes	503 lignes / 6675 mots	152 lignes / 1095 mots
6^e séance - 659 lignes	514 lignes / 6842 mots	145 lignes / 725 mots
7^e séance – 385 lignes	283 lignes / 3675 mots	102 lignes / 710 mots

Tableau 4.9- Répartition du temps de parole entre l'enseignant et les élèves pendant les séances en classe

Nous nous centrerons d'abord, pour l'analyse de la pratique en classe, sur les leçons dont Jacques nous a parlé au cours de l'entrevue, celles qu'il a anticipées dans sa planification.

---

[85] Les moyens techniques dont nous disposions ne nous ont pas permis d'avoir une trace toutefois de ce qu'il disait aux élèves pendant le travail en équipe, et de la manière dont il interagissait avec eux.

4.2.2.2. Analyse d'une leçon portant sur l'introduction des rapports et des taux et leur comparaison[86]

Cette leçon s'est étalée sur trois séances. Dans le temps, il s'agit des première, deuxième et troisième séances. Les deux premières séances portent sur l'introduction des notions de rapport et de taux à partir de la construction de leur définition par les élèves. La troisième séance porte sur la résolution d'exercices et de problèmes liés à ces concepts. Comme ces séances prennent des formes différentes, dans ce qui suit, nous nous centrerons sur les séances 1 et 2, avant d'aborder l'analyse de la séance 3.

L'analyse plus fine de ces deux séances a pris la forme suivante : tout d'abord, nous avons cherché à identifier des épisodes qui permettent de découper le contenu traité, et sa progression au cours de la leçon. Pour déterminer où commençait chacun des épisodes, nous avons suivi la co-construction du savoir mathématique entre les élèves et l'enseignant au cours de la leçon. Nous avons utilisé, comme point de repère, les changements dans la thématique abordée, au sein du découpage des épisodes. Ce premier repérage nous a permis d'identifier les épisodes suivants :

	Première séance	
1e	**Mise en situation telle que prévue lors de l'entrevue :** qu'est-ce qu'un rapport? Qu'est-ce qu'un taux? (faire construire collectivement une définition par les élèves en les faisant s'exprimer sur la différence entre ce qu'on entend par rapport et taux / ce qu'ils y voient)	Lignes 353 à 372
2e	**Faire expliciter ce qu'est c'est un rapport à partir de l'exemple : 1 : 50** (l'enseignant donne un support à l'appui (feuille) et essaie de faire expliciter ce qu'est un rapport, en partant cette fois d'un exemple numérique)	Lignes 375 à 381
3e	**Trouver des exemples de rapports associés à 1 : 50** Toujours sur le même rapport, il cherche à faire trouver des exemples par les élèves	Lignes 382 à 399

---

[86] D'une façon générale, nous ne nous attarderons pas à la justesse du sens donné au contenu mathématique.

4^e	**Une première signification de rapport :** il faut que ça soit la même mesure Une première caractérisation de ce qu'est un rapport est explicitée par un élève, et reprise par l'enseignant : « une comparaison en termes d'unités »	Lignes 400 à 420
5^e	**Lorsqu'on parle de rapport : de quelle comparaison parle-t-on? Un exemple : le décalage horaire** Un exemple provenant d'un élève est donné. L'enseignant revient sur cet exemple avec les élèves en le traitant comme un rapport	Lignes 421 à 431
6^e	**Conclusion sur rapport et taux, et leur définition** Une définition de rapport et taux est donnée (institutionnalisation) à la fin de cette séance	Lignes 462 à 495

	Deuxième séance	
7^e	**Refaire énoncer la définition par les élèves de rapport et taux dans leurs mots** L'enseignant cherche à faire redire par les élèves le savoir qui a été institutionnalisé à la fin de la séance précédente	lignes 17 à 57
8^e	**Redonner un exemple de rapport :** Dans la continuité de ce qui précède, Jacques cherche à leur faire donner un exemple de rapport	lignes 59 à 78

Entrée dans un nouveau contenu. La même structure que celle qui a été mise en évidence précédemment est reprise par l'enseignant

9^e	**Faire construire collectivement une définition de rapports et taux équivalents**, en partant du terme « équivalent »	lignes 79 à 108
10^e	**Trouver des exemples de rapports équivalents** Après avoir donné la définition, il faut trouver des exemples.	lignes 108 à 124
11^e	**Un exemple est donné dans un contexte,** provenant de l'enseignant pour comparer des rapports : Quel prix est le plus avantageux?	lignes 124 à 163
12^e	**L'enseignant fait travailler collectivement sur des exercices : est-ce que j'ai raison de parler de taux ou de rapport?** (les exercices demandent de trouver le rapport simplifié)	lignes 163 à 257
13^e	**Retour sur un exercice particulier « 24kg pour 24g :** trouver le rapport simplifié » (suite à une réponse d'élève qu'il n'attendait pas, un rapport de 1/100,	lignes 262 à 337

	l'enseignant revient sur cet exercice)	
	Réinvestissement des contenus travaillés précédemment dans des exercices	
14e	**Questionnement d'un élève sur l'utilité de simplifier les rapports** Un élève a répondu à l'exercice sans mettre sur les mêmes unités. La question : à quoi ça sert de simplifier est ici posée	lignes 338 à 358
15e	**Différentes questions venant des élèves :** est-ce un rapport ou un taux? Un élève regarde une relation entre des grandeurs, de façon différente de celle de Jacques (tomates/tomates) vs (tomates/argent) la réponse est donnée par l'enseignant : c'est un taux	lignes 359 à 391
16e	**Retour sur des exercices de comparaison de rapports**	lignes 393 à 602
17e	**Résolution d'exercices en équipes** provenant du manuel scolaire sur les rapports et les taux **(simplification et comparaison)**	lignes 602 à 616

Tableau 4.10-Découpage en épisodes de la leçon sur l'introduction des rapports et taux (2 séances)

Le mode de fonctionnement global qui se dégage de l'observation de cette leçon (qui s'étale sur les séances 1 et 2)

En analysant les deux leçons sur l'introduction des rapports et des taux, nous remarquons, d'une manière générale, que les séances sont organisées de la façon suivante : Jacques cherche à co-construire avec les élèves une définition de rapport et une définition de taux en partant de ce qu'ils pensent *a priori*, et ce en s'appuyant sur des exemples : *1 : 50*, pour le rapport et *25$ / hre*, pour le taux. Ces exemples sont présentés aux élèves sur le rétroprojecteur (1ère séance, lignes 354 à 409). Ensuite, il travaille sur des exemples donnés par les élèves (1ère séance, lignes 410 à 453). Nous retrouvons ici un certain mode de fonctionnement : il s'agit de partir des idées des élèves, des exemples qu'ils donnent. Il conclut cette séance sur une institutionnalisation locale d'une définition construite en partant de ce que les élèves ont dit sur les rapports et sur les taux (1ère séance, lignes 469 à 495). À la séance suivante, Jacques revient sur ce que les élèves ont retenu de la définition de rapport et de celle de taux, avant d'institutionnaliser celle-ci de nouveau ($2^{ème}$ séance, lignes 17 à 77). Puis, il introduit les rapports et les taux équivalents ($2^{ème}$ séance, lignes 79 à 108) en suivant la même approche que pour la première séance, à savoir celle qui consiste à partir de ce que les élèves pensent pour construire avec eux une définition d'équivalence. À la fin de cette partie, il y a une période qui est dédiée à la résolution d'exercices donnés par l'enseignant au tableau et sur le rétroprojecteur. La séance se termine par un retour collectif sur ces derniers en classe ($2^{ème}$ séance, lignes 112 à 612).

Dans ce mode de fonctionnement qui se dégage, nous pouvons remarquer certaines caractéristiques de la pratique de Jacques, une approche inductive qui se caractérise par un certain pattern d'interaction avec les élèves. Jacques sollicite les élèves sur le sens qu'ils accordent aux notions de rapport, de taux, et d'équivalence de rapport et de taux. Il s'appuie sur ces questions pour construire une définition. La leçon est conclue sur une institutionnalisation de cette définition, qui est faite par l'enseignant, suivie d'exercices sur ce sujet travaillés en classe.

Nous allons procéder, à présent, à une analyse de certains épisodes, qui nous permettra d'appréhender, plus en détail, la pratique de Jacques en classe. Sa pratique se caractérise par une approche inductive qui part des connaissances des élèves, selon ce que lui-même nous en dit lors de l'entrevue (cf. 4.2.1.). Par conséquent, nous avons cherché à analyser, plus précisément, *les épisodes qui visent à faire construire une définition par les élèves* sur rapport et taux (épisode 1, qui se poursuit à travers 2, 3) et sur la notion de rapport et taux équivalents (épisode 9 qui se poursuit en 10).

Dans une telle approche inductive, l'enseignant est confronté à ce que nous appellerions des *incidents critiques*[87], c'est-à-dire des moments où le savoir qu'il cherche

---

[87] Nous reprenons le terme utilisé par Rogalski (2003) : « La définition la plus générique d'incident est le fait qu'il y a décalage entre ce qui est a été prévu et ce qui se passe effectivement. [...] L'incident en ce sens dans l'enseignement [...] est tout décalage 'prévu / réel observé' directement lié au contenu mathématique en jeu. Un incident peut être critique du point de vue de l'activité de l'enseignant : les

à installer est mis en cause. Il s'agit ici des épisodes 4, 5 et 13 sur lesquels nous reviendrons. Des questions et propositions, des réponses, venant d'élèves viennent ici déstabiliser l'enseignant. Comment parvient-il à gérer ces incidents critiques?

En outre, il nous paraît important d'étudier les *moments d'institutionnalisation*, dans une approche qui part des connaissances des élèves à travers les épisodes 6, 8 et 9 (où il s'agit d'une institutionnalisation locale).

La recherche d'une définition, en partant des élèves : comment se caractérise la pratique de Jacques dans ces moments?

1e	**Mise en situation telle qu'est était prévue lors de l'entrevue :** Qu'est-ce qu'un rapport? Qu'est-ce qu'un taux? (faire construire collectivement une définition par les élèves en les faisant s'exprimer sur la comparaison, la différence entre ce qu'on entend par rapport et taux et ce qu'ils y voient pour leur part)	Séance 1, lignes 353 à 372
2e	**Faire expliciter ce qu'est un rapport à partir de l'exemple : 1 : 50** (l'enseignant donne un support à l'appui (feuille) et essaie de faire expliciter ce qu'est un rapport, en partant cette fois d'un exemple numérique)	Séance 1, lignes 375 à 381
3e	**Trouver des exemples de rapports associés à 1 : 50** Toujours sur le même rapport, on cherche à faire trouver des exemples par les élèves	Séance 1, lignes 382 à 399
9e	**Faire construire collectivement une définition de la notion de rapports et taux équivalents**, en partant du terme « équivalent »	Séance 2, lignes 79 à 108
10e	**Trouver des exemples de rapports équivalents** Après avoir donné la définition, il faut trouver des exemples	Séance 2, lignes 108 à 124

---

décisions prises pour le traiter peuvent changer de manière importante la suite de ce qui se passera en classe [...] » (p. 374).

Mise en situation telle qu'elle était prévue lors de l'entrevue : une définition de rapport et de taux

Lors de la première entrevue Jacques nous avait annoncé qu'il allait introduire la notion de rapport et taux par la définition qui devrait être donnée par les élèves. Comme cela était prévu lors de l'entrevue, à la première séance, avec le but de construire cette définition, Jacques demande aux élèves de réfléchir sur deux mots, rapport et taux, en leur demandant si ce sont des synonymes? Que signifie l'un? Que signifie l'autre?

> « **P$_1$** : On n'est pas rendu à écrire dans les notes, là on va juste réfléchir un petit peu … deux mots importants que je n'ai pas tout à fait utilisé encore, mais que je souhaite utiliser un peu par après, les mots « rapport » - en fait, «rapport» c'est pas nouveau normalement on l'utilise en secondaire 1- « rapport » et « taux ». Est-ce que ce sont des synonymes?
>
> **Élève** : Ben…
>
> **Élève** : On prends-tu des notes ?
>
> **P$_1$** : Non, pas toute suite, on va les définir après, mais avant on va juste, on va juste s'entendre sur la, une définition. Rapport et taux. Est-ce que pour vous ce sont des synonymes ? Est-ce que vous êtes capables de me dire qu'est-ce que c'est un rapport, et qu'est-ce que c'est qu'un taux ? Vincent ? »

En cohérence avec ce qu'il avait annoncé, il cherche donc à partir des connaissances que les élèves ont de ces mots, et précise son objectif, qui consiste à s'entendre sur une définition. Il entend ainsi introduire les notions de rapport et taux par la construction d'une définition par les élèves.

À partir de la question « *qu'est-ce qu'un rapport et qu'est-ce qu'un taux?* », un élève va lui répondre, en mettant de l'avant un certain sens du mot rapport, lié au langage courant (« *ça n'a pas rapport* » est utilisé dans le langage courant dans le sens de « ça n'a aucun lien »), ce qui n'est pas du tout ce que l'enseignant attendait. On va le voir dans sa réaction : « *oui, mais pas tout à fait* ».

> « **Vincent** : Ben « rapport », je dirais que c'est le rapport, ben qu'est-ce que, mettons, deux affaires ont en commun.
>
> **P**$_1$: Deux choses ont en commun, ouais, mais par quelle...ouais... ouais... pas tout à fait. Peux-tu spécifier ça ? Est-ce que je peux dire deux choses qui ont en commun, c'est plus vaste, c'est assez vaste ça. Rapport et taux. Je vais vous donner un indice. On dit...on dit - par exemple deux expressions qu'on peut utiliser- on dit : un rapport - ça c'est peut-être une notation nouvelle - un rapport de 1 pour 50 (***ici, Jacques montre l'acétate avec 1 : 50)*** Ok, les deux points veulent dire un rapport de 1 pour 50. Alors, qu'on va dire un taux par exemple, un taux horaire de 25 dollars, 25 dollars de l'heure. Avec ces deux indices-là, qu'est-ce qu'un rapport? »

L'enseignant cherche une manière d'intervenir, de questionner pour recentrer l'élève sur le sens mathématique (*on peut-tu spécifier ça? Est-ce que je peux dire deux choses...c'est plus vaste*). Vincent est parti sur le sens courant du mot. Ne voyant pas spontanément comment le recentrer sur le langage mathématique, l'enseignant va alors fournir un indice.

Faire expliciter ce qu'est un rapport à partir de l'exemple : 1:50

Notons que ce support, donné à cette étape par l'enseignant, était prévu lors de sa préparation (Figure 4.22- L'exemple donné pour la définition d'un rapport et d'un taux), où était écrit : « *1 : 50* pour rapport et *25$/h* pour le taux ».

En axant le début de la leçon sur des questions générales, sans donner, dans ce cas, d'exemple, puis en le dirigeant vers un exemple numérique sans contextualiser, Jacques conduit les élèves, comme nous le verrons par la suite, sur une fausse piste. Ces derniers, par rapprochement avec l'exemple donné pour le taux[88], vont chercher en effet les unités qui manquent dans le rapport.

---

[88] Rappelons que la question de départ était qu'est-ce qu'un taux? Qu'est-ce qu'un rapport? Est-ce qu'ils sont synonymes? Elle met donc l'accent sur une comparaison entre les deux termes.

> « **P_1** : Ben, ça on sait pas...d'abord on sait pas ce que c'est ça 1 pour 50, donnez-moi un exemple. Qu'est-ce qu'on pourrait, qu'est-ce qu'on pourrait dire sur 1 pour 50 ? 1 quoi pour 50 quoi?
>
> **Élève** : 1 chandail pour 50 dollars. » ($1^{\text{ère}}$ séance, lignes 382 à 384).

L'indice « 1 : 50 », qui est présenté, les oriente vers une fausse piste, comme nous l'avons mentionné. Nous allons, à présent, identifier, dans le déroulement de la séance, les incidents qui ont été provoqués par cette mauvaise orientation initiale.

Trouver des exemples de rapports associés à « 1 : 50 »

Dans la recherche d'exemples de rapports, l'enseignant donne une certaine importance à la comparaison entre mêmes unités. De plus, une idée de « même mesure » apparaît.

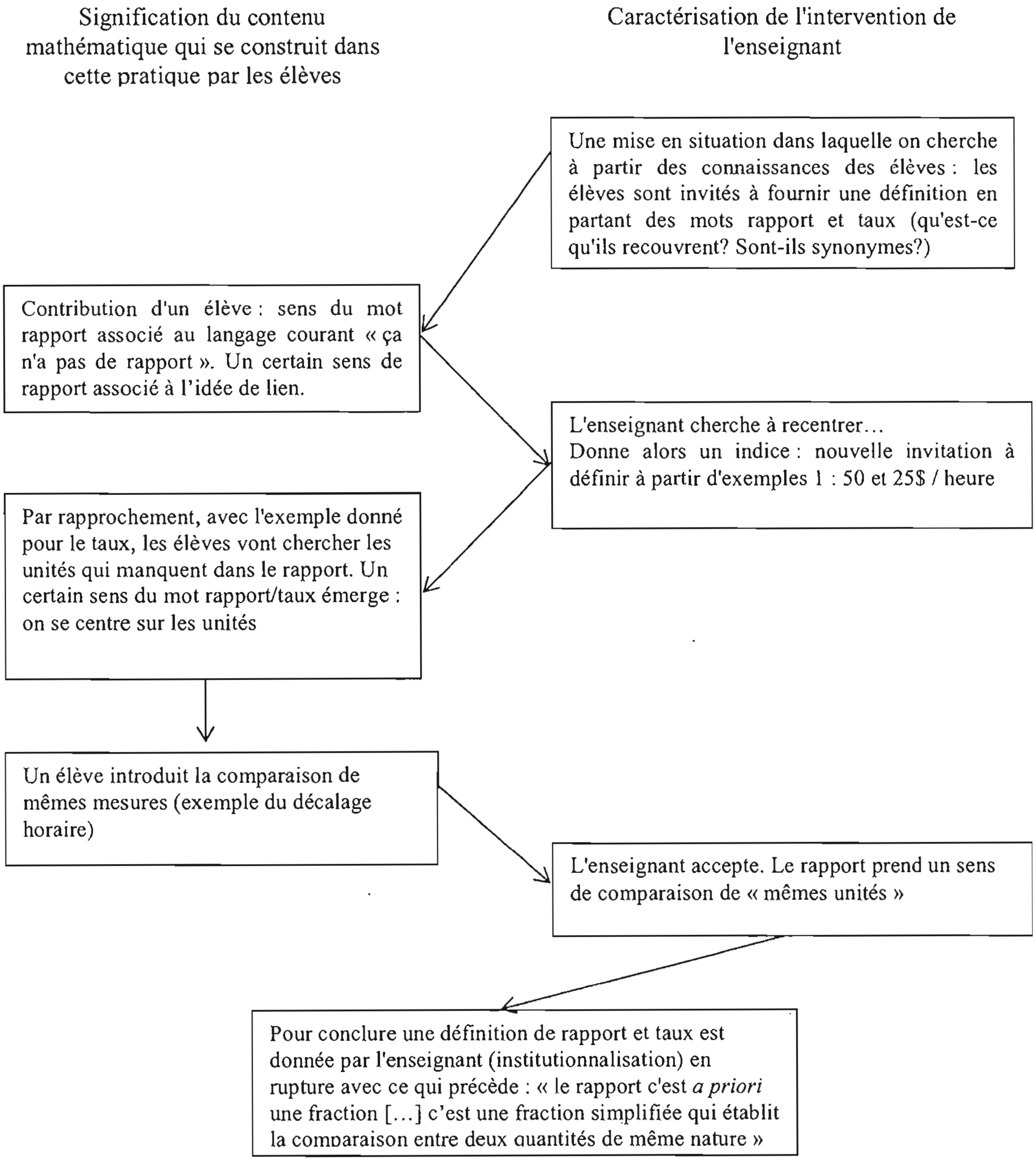
> « **Élève** : Ouais, mais là faut que ça soit la mesure, faut que ce soit la même mesure.
>
> **P_1** : La même mesure, oui exactement. Il faut parler...quand on parle de rapport on doit comparer deux choses de même nature, ici on compare des centimètres avec des centimètres, ça peut être admettons 1 cm vaut, euh, 50 km, 50 km. On parle de deux unités de grandeurs, deux unités de même nature, c'est sûr que je peux les ramener... les kilomètres en mètres, et faire la, ou en centimètres, et faire la comparaison » ($1^{\text{ère}}$ séance, lignes 400 à 405).

Cette idée de comparaison des mêmes unités a pour conséquence un effacement ou un oubli de la relation multiplicative sous-jacente à la comparaison de rapports. L'extrait ci-dessous nous montre un exemple, celui du décalage horaire, donné par un élève et accepté par l'enseignant, dans lequel une relation additive est considérée comme un exemple de rapport, l'enseignant et les élèves étant centrés sur les unités, ils en viennent à oublier l'élément clé sous-jacent à la notion de rapport.

> « **Élève** : Mettons t'sé le décalage horaire, comme au Canada il est comme 8 heures pis en France il est 10 heures, là. Ok, ben ça peux-tu rentrer dans le rapport?
>
> **P$_1$** : Ben, comme quoi là? Quel rapport à ce moment là ? Le rapport des heures?
>
> **Élève** : Ouais, ça va faire comme… *(???)*.
>
> **P$_1$** : Non, parce qu'on parle de la même heure là. Donc, ouais, on parlait de la même heure là, c'est sûr qu'il y a un décalage, mais ça te permettait par contre de parler du décalage. Mettons en France en ce moment il est 6 heures de plus, donc il est quoi ? Euh, bon en tout cas, presque 10 heures, donc là-bas y est mettons 16 heures, 4 heures, je peux faire le rapport entre les deux heures, ça me dirait rien dans le fond, mais je peux faire le rapport entre des heures et des heures, parce que c'est un rapport heure pour heure. Des exemples de…faut comparer deux trucs de même nature? » (1ère séance, lignes 421 à 431).

Au moment de conclure la première séance, Jacques donne une définition des notions de rapport et taux qui n'est pas nécessairement en lien avec ce que les élèves avaient apporté en classe. Lors de la discussion en classe, nous avons en effet vu que la relation de comparaison était surtout basée sur une comparaison des mêmes unités, avec, en outre, un lien additif qui apparaissait, dans le cas du décalage horaire. Tandis que, dans la définition donnée par l'enseignant, le lien multiplicatif est présent de même que la comparaison entre grandeurs de même nature.

> « C't'une fraction en réalité un rapport. Ça, c'est ce qui faut voir le rapport c'est à priori une fraction, c'est la première partie de la définition, c'est une fraction simplifiée, elle est simplifiée, elle est réduite à sa plus simple expression. C'est une fraction simplifiée - là c'est ce que vous avez dit après - qui établit la comparaison…entre deux quantités de même nature » (1ère séance, lignes 472 à 476).



Signification du contenu mathématique qui se construit dans cette pratique par les élèves

Caractérisation de l'intervention de l'enseignant

Une mise en situation dans laquelle on cherche à partir des connaissances des élèves : les élèves sont invités à fournir une définition en partant des mots rapport et taux (qu'est-ce qu'ils recouvrent? Sont-ils synonymes?)

Contribution d'un élève : sens du mot rapport associé au langage courant « ça n'a pas de rapport ». Un certain sens de rapport associé à l'idée de lien.

L'enseignant cherche à recentrer...
Donne alors un indice : nouvelle invitation à définir à partir d'exemples 1 : 50 et 25$ / heure

Par rapprochement, avec l'exemple donné pour le taux, les élèves vont chercher les unités qui manquent dans le rapport. Un certain sens du mot rapport/taux émerge : on se centre sur les unités

Un élève introduit la comparaison de mêmes mesures (exemple du décalage horaire)

L'enseignant accepte. Le rapport prend un sens de comparaison de « mêmes unités »

Pour conclure une définition de rapport et taux est donnée par l'enseignant (institutionnalisation) en rupture avec ce qui précède : « le rapport c'est *a priori* une fraction [...] c'est une fraction simplifiée qui établit la comparaison entre deux quantités de même nature »

Figure 4.24-Construction d'une signification mathématique en classe à propos de taux et de rapport

De ce qui précède se dégage la trajectoire de construction d'un certain savoir mathématique, à propos de la définition des notions de rapport et taux.

Un autre exemple : faire construire une définition de rapports et taux équivalents

Au cours suivant (2ème séance), Jacques, après avoir fait un retour sur la définition de rapport et de taux, reprend le même pattern : partir des connaissances des élèves pour introduire la définition de rapport et taux équivalents.

> **P1** : (*à la séance suivante, Jacques commence par leur demander la signification des rapports et des taux équivalents*) Rapport ou taux équivalents, qu'est-ce que vous pensez que ça peut être? »

De la même manière que nous avons pu le noter lors de la 1ère séance (dans laquelle il s'agissait de rechercher la différence entre rapport et taux), Jacques part des propositions de définitions des élèves sur ce que sont des rapports ou des taux équivalents. Il y a donc, comme précédemment, un questionnement renvoyé aux élèves sur la définition aux élèves.

> « **Élève** : Des trucs pareils. (***Sens courant du mot équivalent***)
>
> **P1** : Des trucs pareils, c'est quand même une bonne amorce, des trucs pareils. Oui, Milène ?
>
> **Mylène** : C'est quoi une amorce ?
>
> **P1** : Un début, un début. C'est quand même un bon début : deux trucs pareils, oui.
>
> **Élève** : Des rapports ou des équivalents qui sont pareils.
>
> **P1** : Oui, Vincent ?
>
> **Vincent** : Heille ! A m'a piqué mon idée !

P$_1$: Sont pareils, ça veut dire quoi être pareils ? (***ici, Jacques cherche à faire préciser le sens du mot pareils***)

Vincent : Semblables, identiques. (***On tourne en rond***)

Élève : Pareils ! (*rires*). (***Les élèves restent dans le sens courant du mot***)

P$_1$: Ouais, mais dans le cas d'un rapport ou d'un taux, qu'est-ce que c'est, qu'est-ce que ça veut dire ? On tourne en rond, là. Oui?

Élève : Qui font la même affaire.

P$_1$: Qui font la même affaire. Ils la font comment cette même affaire-là ? (***Jacques cherche à nouveau à faire préciser le sens du mot***)

Ici, on peut noter que Jacques a une certaine attente vis-à-vis de la définition de l'équivalence de rapports et taux. Ceci va se confirmer dans ce qui suit, il poursuit son questionnement, jusqu'à ce qu'il ait réussi à avoir ce qu'il voulait.

Élève : Pareille !

Élève 2 : Tu divises par 2.

P$_1$: Euh, non ! (***Jacques refuse certaines réponses, ce qui montre une certaine attente***)

Élève : Je le sais, je le sais, je le sais : pareille.

P$_1$: Euh, non. Bianca ?

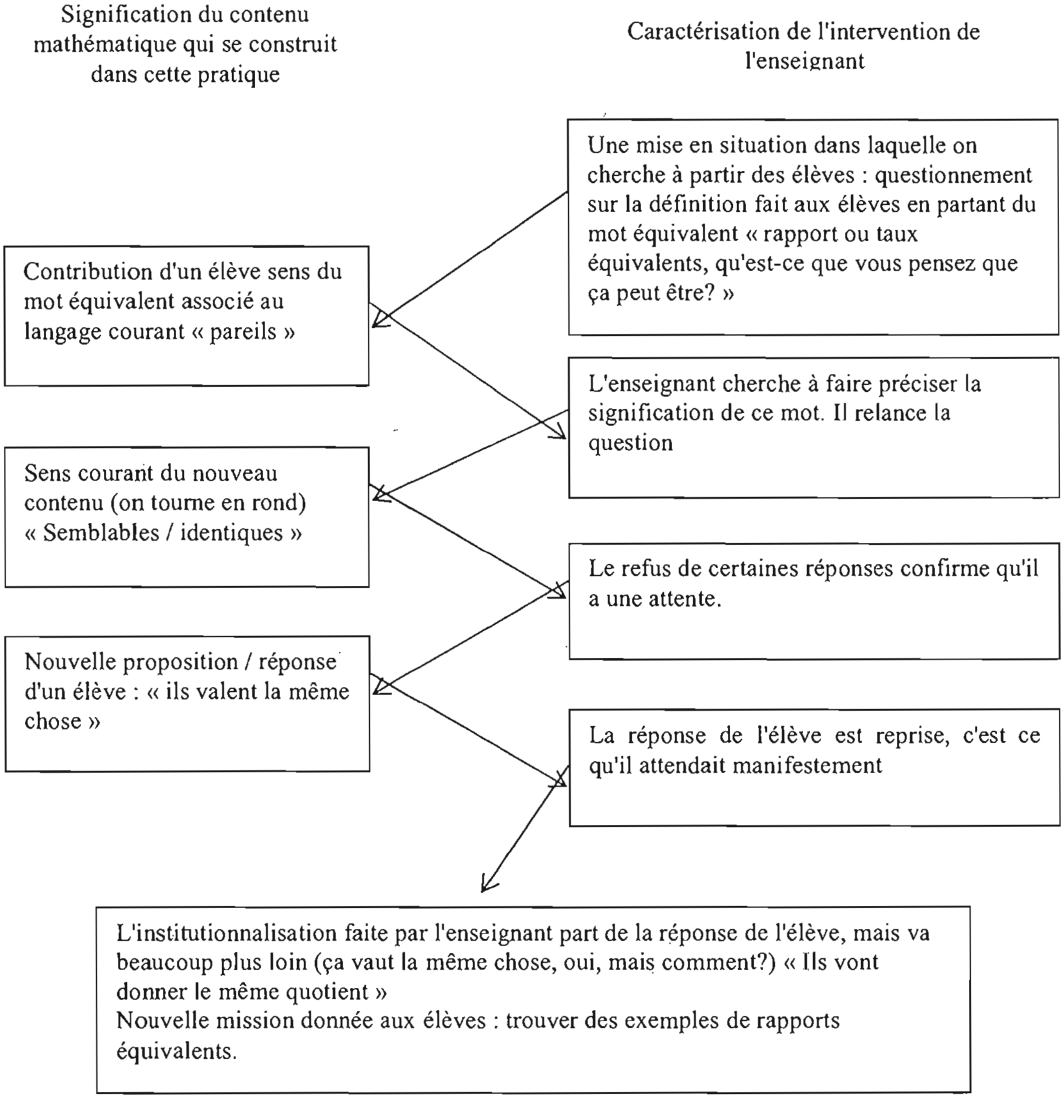
Bianca : Ils valent la même chose ?

P$_1$: Ils valent la même chose (***cette fois la réponse de l'élève est reprise, c'est ce qu'il attendait***). Quand en fait...on n'oublie pas qu'un taux ou un rapport c'est deux divisions et quand tu vas faire la division tu devrais arriver à la même chose à la fin, ok ? Donc, des rapports équivalents sont des rapports qui vont donner le même quotient si tu veux. Alors, la définition comme telle : deux rapports ou deux taux sont équivalents, deux rapports ou deux taux, t-a-u-x...sont équivalents...s'ils donnent le même quotient...Euh, on peut regarder des rapports, euh, tu es capable de me donner des rapports, deux rapports, un exemple de rapports équivalents? (***ici, il poursuit en faisant trouver des exemples aux élèves***) On peut partir avec ça. De deux rapports équivalents ?...Oui? »

Dans les extraits ci-dessus, nous notons que la définition de rapport et taux équivalents sera complétée par l'enseignant en termes d'une division ou d'un quotient. L'institutionnalisation locale faite par l'enseignant à cette étape part de l'idée de l'élève, à savoir « *valoir la même chose* », mais il va cependant beaucoup plus loin. Cette définition est donnée par l'enseignant, et elle est peu liée à ce que l'élève avait proposé. Ici, ce n'est plus l'élève qui prend en charge cette construction.

Nous pouvons aussi observer que les questions posées par Jacques guident les élèves vers une réponse attendue par lui, soit une définition de l'équivalence en termes de même quotient. Comme cette attente n'est pas comblée par les élèves, il finit par donner lui même la définition de l'équivalence de rapport et taux. Cette façon de conduire les échanges entre l'enseignant et les élèves, où les questions posées par l'enseignant guident les élèves vers une réponse attendue, caractérise un certain pattern d'élicitation. (Voigt, 1985)

De ce qui précède se dégage une trajectoire particulière de construction d'un certain savoir mathématique, à propos de la définition de rapports et taux équivalents. La figure suivante permet de visualiser cette trajectoire.



Signification du contenu mathématique qui se construit dans cette pratique

Caractérisation de l'intervention de l'enseignant

Une mise en situation dans laquelle on cherche à partir des élèves : questionnement sur la définition fait aux élèves en partant du mot équivalent « rapport ou taux équivalents, qu'est-ce que vous pensez que ça peut être? »

Contribution d'un élève sens du mot équivalent associé au langage courant « pareils »

L'enseignant cherche à faire préciser la signification de ce mot. Il relance la question

Sens courant du nouveau contenu (on tourne en rond) « Semblables / identiques »

Le refus de certaines réponses confirme qu'il a une attente.

Nouvelle proposition / réponse d'un élève : « ils valent la même chose »

La réponse de l'élève est reprise, c'est ce qu'il attendait manifestement

L'institutionnalisation faite par l'enseignant part de la réponse de l'élève, mais va beaucoup plus loin (ça vaut la même chose, oui, mais comment?) « Ils vont donner le même quotient »
Nouvelle mission donnée aux élèves : trouver des exemples de rapports équivalents.

Figure 4.25- Construction d'une signification mathématique en classe à propos de l'équivalence de taux et de rapports

Gestion d'incidents critiques : comment se caractérise la pratique de Jacques?

Il s'agit comme nous l'avons déjà souligné de situations délicates générées par des questions, des propositions, ou des réponses d'élèves. Nous allons nous demander ainsi comment l'enseignant dans sa pratique prend en charge ces incidents critiques?[89] Les épisodes analysés sont les suivants :

4e	**Une première signification de rapport :** il faut que ça soit la même mesure Comparaison en termes d'unités. Une première caractérisation de ce qui est un rapport est explicitée par un élève, et reprise par l'enseignant.	Séance 1, lignes 400 à 420
5e	**Lorsqu'on parle de rapport : de quelle comparaison parle-t-on? Un exemple : le décalage horaire** Un exemple provenant d'un élève est donné. L'enseignant revient sur cet exemple avec les élèves	Séance 1, lignes 421 à 431
13e	**Retour sur un exercice particulier « 24kg pour 24g :** trouver le rapport simplifié » À la suite d'une réponse d'élève qu'il n'attendait pas, un rapport de 1/100	Séance 2, lignes 262 à 337

Un premier exemple d'incident critique : à propos de la même mesure.

Dans cet extrait, nous allons observer la manière dont Jacques gère un incident critique. Les élèves, en conséquence de ce qui précède (cf. construction d'une définition de rapport et taux), associent un rapport à la notion de mêmes unités de mesure, et non à une comparaison (multiplicative) entre grandeurs de même nature. Cet incident a été déclenché par le commentaire d'un élève, suite à la question suivante posée par l'enseignant :

---

[89] Nous parlons d'incident critique du point de vue du chercheur car conceptuellement parlant, il y a dans les questions des élèves des enjeux importants du point de vue de la construction des connaissances (conceptions erronées sous-jacentes à la notion de rapport). L'enseignant, lui, ne perçoit nullement ces questions comme critiques, nous le voyons dans le traitement qu'il en fait : ces conceptions erronées (mêmes mesures - unités - relation additive) sont en fait renforcées.

> « **P_1** : Ça c'est un rapport, si je dis 1 cm vaut dans la réalité 50 cm. Ça c'est un rapport!
>
> **Élève** : Ouais, mais là faut que ça soit la mesure, faut que ce soit la même mesure.
>
> **P_1** : La même mesure, oui exactement. Il faut parler…quand on parle de rapport on doit comparer deux choses de même nature, ici on compare des centimètres avec des centimètres, ça peut être, admettons, 1cm vaut, euh, 50km, 50km. On parle de deux unités de grandeurs, deux unités de même nature, c'est sûr que je peux les ramener… les kilomètres en mètres, et faire la, ou en centimètres, et faire la comparaison, tandis qu'un taux, sauf tantôt les exemples que tu me disais, euh, Marc-Olivier, tu me disais 50 dollars de l'heure, là je compare des dollars avec des heures. Ça se trouve à être un rapport, euh, un taux, pardon ! Un taux ! Ok ! Donnez-moi donc des exemples de rapports, des exemples de taux. On va se donner des exemples avant d'écrire dans les notes les définitions. Un exemple de rapport ? Exemple de rapport ? Oui, Mylène ?

Le discours de Jacques amène les élèves à voir un rapport comme une comparaison entre les mêmes unités (des unités de même nature dira-t-il) et non comme la comparaison de grandeurs de même nature (longueur avec longueur dans ce cas). Il parle de comparer des choses de même nature, mais ces choses pour lui sont des centimètres avec des centimètres, des centimètres avec des kilomètres (qu'on peut ramener en centimètres). Il y a donc un glissement de sens dans sa conceptualisation du rapport, celui-ci est présenté comme une comparaison entre unités de même nature. Cette conceptualisation va créer beaucoup de confusion chez les élèves. Comme nous le montre l'extrait ci-dessous, un élève donne comme exemple de rapport la comparaison entre différents dollars. Si nous suivons la logique introduite explicitement par le discours de l'enseignant, l'exemple donné par l'élève est approprié : même si ce sont des dollars différents, nous pouvons, en effet, les ramener à la même unité et les comparer par la suite. Ce raisonnement tient compte d'une comparaison entre les mêmes unités.

Mylène : Euh, mettons un dollar canadien ça vaut un dollar, euh, un dollar cinquante américain.

P$_1$: Ok ! La comparaison entre deux…c'est *totché* ça par contre parce que c'est…

Élève : Deux dollars différents ?

P$_1$: Ouais c'est ça, parce que c'est deux dollars différents. À ce moment là, ok, ça serait plus dans le cas d'un taux, parce que ces deux dollars qui sont pas… sont différents, le dollar américain vaut pas le dollar canadien. On peut comparer des rapports, on va en donner un. / On peut comparer par exemple des - j'sais pas moi - des, des…euh…euh…un rapport simplement des secondes, des minutes avec des secondes. Je peux transformer une minute en secondes, donc un rapport minute pour seconde. Ça ici, même si c'est un rapport, qui à priori c'est des unités de natures différentes, ben, c'est-à-dire des minutes et des secondes, c'est pas pareil. Je peux ramener mes minutes en secondes et faire la comparaison entre les deux. Oui ? »

Comme l'exemple donné par l'élève (comparaison de dollars), n'est pas un bon exemple pour Jacques, alors il propose lui-même un autre exemple, mais à ce moment, l'exemple choisi par l'enseignant porte sur la comparaison entre minutes et secondes. Il explicite dans son discours, que même si ce sont des unités différentes (« *c'est des unités de nature différente* »), il peut les convertir en mêmes unités pour comparer (« *je peux ramener mes minutes en secondes et faire la comparaison entre les deux* »).

Nous observons dans cette formulation un *nouveau glissement dans le sens du mot « rapport ». L'enseignant se centre toujours sur les unités dans la comparaison*, et *dit en quelque sorte si on peut ramener l'une à l'autre* (ici les minutes en secondes), alors on est en présence d'un rapport. Nous pouvons ainsi nous demander pourquoi l'exemple précédent, des dollars américains et canadiens, qu'il a qualifié de taux, ne pouvait pas être un rapport. Nous imaginons bien à cette étape la confusion possible chez les élèves, induite par cette caractérisation, qui s'applique, selon lui, à la comparaison minutes / secondes et non à dollar canadien / dollar américain.

Un autre exemple d'incident critique : à propos du décalage horaire

Dans le même sens que l'exemple précédent, où les rapports et les taux sont traités en termes de comparaison entre les mêmes unités, l'extrait ci-dessous nous informe sur un autre incident critique. Il s'agit d'un exemple sur le décalage horaire qui est donné par un élève et accepté par l'enseignant en tant qu'exemple de rapport sans que ce dernier ne tienne compte de la relation additive qui est en jeu.

> « **Élève** : Mettons t'sé le décalage horaire, comme au Canada il est comme 8 heure pis en France il est 10 heures, là. Ok, ben ça peux-tu rentrer dans le rapport ?
>
> **P$_1$** : Ben, comme quoi là? Quel rapport à ce moment là? Le rapport des heures?
>
> **Élève** : Ouais, ça va faire comme… (*???*).
>
> **P$_1$** : Non, parce qu'on parle de la même heure là. Donc, ouais, on parlait de la même heure là, c'est sûr qu'il y a un décalage, mais ça te permettait par contre de parler du décalage. Mettons en France en ce moment il est 6 heures de plus, donc il est quoi ? Euh, bon en tout cas, presque 10 heures, donc là-bas y est mettons 16 heures, 4 heures, je peux faire le rapport entre les deux heures, ça me dirait rien dans le fond, mais je peux faire le rapport entre des heures et des heures, parce que c'est un rapport heure pour heure. Des exemples de…faut comparer deux trucs de même nature. »

Cet exemple nous permet d'observer que la focalisation sur une comparaison entre « mêmes unités de mesure » (ici les heures) conduit les élèves et l'enseignant à accepter comme rapport une relation additive entre les données, ce qui les fait s'éloigner, de cette manière, de la relation multiplicative à la base du concept de rapport.

La comparaison est établie entre des heures différentes (mêmes unités), et l'enseignant parle de celle-ci comme étant un rapport. Or l'exemple donné ne porte pas sur une relation multiplicative, ce qui est central dans la notion de rapport, mais plutôt sur une relation additive. Celle-ci, à ce moment n'est pas perçue par l'enseignant, dans la mesure où il demeure focalisé, dans sa réponse à l'élève, sur les unités.

Le retour sur un exercice - un autre incident critique

13e	**Retour sur un exercice particulier « 24kg pour 24g :** trouver le rapport simplifié » À la suite d'une réponse d'élève qu'il n'attendait pas, un rapport de 1/100	Séance 2, lignes 262 à 337

Dans cet épisode, Jacques opère un retour sur l'exercice où il avait demandé d'établir le rapport simplifié entre 24 kg et 24g. À partir du moment où les élèves n'arrivent pas à établir le rapport attendu, Jacques intervient. Nous allons analyser la manière dont cette intervention est faite par l'enseignant.

« **P$_1$** : Alors, quel est le rapport de 24 kg comparativement à 24 g? 24 kilogrammes comparés à 24 grammes? Si j'établis mon rapport. 24 kilos par 24 grammes qu'est-ce que ça donne?

Élève : 1 sur 100.

P$_1$: Le rapport de 1 sur 100? Sûrement pas. (***Une réponse d'élève qui ne colle pas à ce qu'il attend est le point de départ de son intervention***)

Élève : Ouais, ben là...

P$_1$: Attends, on va le faire (***Ici, Jacques prend la responsabilité de la résolution***). Comment t'as fait pour faire 1 sur 100 ? (***mais il sollicite l'élève***)

Élève : Ben, Je m'en souviens pas. J'avais fait *(???)* 24 grammes.

P$_1$: T'as mis 24 grammes. T'as mis tes grammes en kilos ?

Élève : Oui.

P$_1$: Tes grammes en kilos, tes grammes en kilos. Alors 24 grammes...

Élève : Non, je les ai mis en haut.

P$_1$: Ah ! Ok ! Ben, ce qui est dit c'est 24 kilos comparés à 24 grammes. Ben, c'est sûr que tu vas avoir le rapport inverse, tu vas avoir comme l'inverse. (***Jacques a repéré l'erreur et indique ce qu'il obtiendra***)

Vincent : Ça donne 1 sur 1000.

P$_1$: Oui, Audrey ? (***la réponse de Vincent n'est pas reprise***)

Audrey : Ben, j'ai faite…euh, ça donne 2400 gr.

À partir du moment où Jacques prend la responsabilité de la résolution de la tâche, nous pouvons noter qu'il rentre aussi dans un pattern d'élicitation qui guide les élèves vers la résolution.

Dans l'extrait ci-dessous, l'erreur commise par Audrey n'est pas reprise par l'enseignant (24kg c'est 24000g), car il vise autre chose : il a pour objectif de revenir aux mêmes unités. Il revient alors sur ce qu'il a introduit précédemment.

> **P$_1$** : Ok, toi t'as tout mis en grammes. C'est peut être plus simple de tout transformer en grammes. Des kilogrammes, c'est 2400 grammes. 24 kilogrammes c'est 2400 grammes : comparés à 24 grammes. Si tu veux le mettre en kilogramme, si tu mets les deux en kilogrammes, tu reviens à la même chose aussi. C'est combien de kilogrammes 24 grammes ?
>
> **Élève 1** : 2.8.
>
> **Élève 2** : 0.24.
>
> **Élève 3** : 0.024.
>
> **P$_1$** : (***ici, il revient sur la difficulté des élèves à faire la conversion***) Des grammes ça se trouve à être, ben c'est-à-dire des kilogrammes ça se trouve à être 1000 fois plus gros que des grammes. Ok, pour avoir 1 kilogramme t'as besoin de 1000 grammes, alors si on réfléchit à l'inverse : 1 gramme… »

Comme nous l'avons observé auparavant, Jacques attribue une certaine importance au fait qu'un rapport renvoie à une comparaison entre les mêmes unités. L'extrait ci-dessus nous permet de voir dans le cas de cet exercice que cette importance est présente. Il y a une insistance, de la part de l'enseignant, sur le fait d'obtenir les mêmes unités pour pouvoir les comparer. Nous allons noter, par la suite, comment la difficulté de conversion est prise en charge par l'enseignant, à travers un certain sens de rapport qu'il véhicule (celui de fraction simplifiée).

> « **Vincent** : Ça, c'est 0.024. (***1ère solution proposée par Vincent, sur la base de la transformation en kg***)
>
> **Élève** : Ouais, c'est ça.
>
> **P₁** : C'est 1000 fois plus petit qu'un kilogramme, donc 0.024, euh, kilogramme, euh...kilogramme, ça se trouve à être 24 grammes. 0. ...c'est ça? 24 divisé par 1000, c'est 0.024, admettons ?
>
> **Vincent** : Ça donne 1 sur 1000. 24 kilogrammes, ça donne 24 000 grammes. (***2ème solution proposée par Vincent, sur la base de la transformation en gr***)
>
> **P₁** : 1 kilogramme ça se trouve à être 24 000 grammes, ça t'as raison.
>
> **Vincent** : Ben, 24 kilogrammes ça fait 24 000 grammes.
>
> **Élève** : Pourquoi le 24 kilogrammes est rendu 2 400 ?
>
> **Vincent :** C'est pas 2 400, ça fait 24 000.
>
> **Élève :** Ouais, c'est 24 000, tu vois 2 400.
>
> **P₁ :** Ok, on revient. 1 kilo...
>
> **Viviane :** Ça donne 1000. Fait que si y'en a 24 ça donne 24 000. (***Viviane revient sur quelque chose noté préalablement par Jacques, 2400***)
>
> **P₁ :** C'est 1000 grammes.
>
> **Viviane :** Ça donne pas 2 400.
>
> **P₁ :** Merci, effectivement, t'as raison. Alors 24 kilogrammes, 24 kilos, c'est ça que tu comprenais pas, Viviane? (***l'erreur, il avait écrit 2400, a été effectivement corrigée par l'enseignant***)
>
> **Élève :** Viviane ?
>
> **P₁ :** C'est tu ça que t'as pas compris, c'est tu ça mon erreur ? (***il accepte de reconnaître son erreur***)
>
> **Élève :** C'est ça tout à fait, *(???)*.

P_1 : Oui, effectivement. Quand t'as 1 kilogramme, t'as 1000 grammes. Si t'as 24 kilogrammes, tu vas avoir 24 000 grammes. Divisés par 24 grammes, ton rapport, si tu simplifies ce rapport-là, ça donne quoi ? (***Ici, Jacques met les élèves sur l'idée qu'il a introduit pour rapport : division/fraction simplifiée***)

Élève 1 : Euh, 24, 24 grammes sur 0.024. (***Ici, l'élève a simplifié par 1000, ce qui n'est pas ce que l'enseignant attend, ceci ne sera pas repris***)

Élève 2 : Ah ! Je comprends...

Élève 1 : Après ça...ton rapport simplifié euh,...divisé par...

P_1 : On peut diviser 24 000 pis 24. On peut diviser par quoi ? (***Il repose, alors, la question***)

Élève : Par 24.

P_1 : Par 24, au moins (***Il a la réponse qu'il attend, qui est cette fois reprise***). Divisé par 24, en haut et en bas, on peut simplifier notre affaire. Alors, ça donne, en haut, 1000 pour 1. Alors ce que ça veut dire, ça veut dire...

Élève : Envoyé Kid-kodak, Kid-kodak !

P_1 et élèves : (*rires*).

P_1 : Donc, le rapport si tu veux pour mille, pour mille kilos, c'est-à-dire dans 24 kilogrammes...

... Alors dans 24...Alors si tu veux le rapport des deux est de mille pour un (***Finalement, c'est lui qui donne la réponse au problème***). T'as 24 000, t'as 24 000 kilos pour 24, euh...pas, 24 000 grammes pour 24 grammes, c'est un rapport de 1000 pour 1. Ici c'est 1000, dans le fond ce que ça dit c'est que ton numérateur est 1000 fois plus gros que le dénominateur. C'est peut-être difficile, ici là, c'est la, les unités, ça fait longtemps qu'on a pas joué là-dedans. Question, oui ? »

Par la suite une autre procédure est proposée par un élève pour obtenir le rapport. Voyons comment celle-ci sera récupérée par Jacques.

« **Élève :** Ben, moi ce que j'ai fait, ben j'ai gardé mon kilogramme, kilogramme pis gramme, ensuite ça fait 1 kilogramme pour 1 gramme, pis là c'était plus simple de mettre les (*???*). (***L'élève ramène cela à une comparaison entre les unités***)

P₁ : Excuse-moi là, j'ai pas suivi le reste de ce que t'as dit. Répètes-moi ça.

Élève : Ben moi, j'ai pas simplifié mes grammes. J'ai gardé ça en kilogrammes.

P₁ : Oui.

Élève : Fait que 24 kilogrammes pour 24 grammes, 24, ben ça fait 1 kilogramme pour 1 gramme… (***L'élève voit bien que 24kg pour 24g, c'est comme 1kg pour 1g***)

P₁ : 1 kilo…Ok, ok, ok, toi t'as mis, ah, ben c'est une autre affaire, effectivement. T'as simplifié 24 kilogrammes pour 24 grammes, t'as dis c'est 1 kilo pour 1 gramme. (***La procédure est reprise par l'enseignant, mais en axant sur l'idée de simplification***)

Élève : Oui.

P₁ : Donc, c'est dans le rapport de 1000 pour 1. 1 kilo c'est 1000 grammes. Oui, cette méthode-là, c'est effectivement plus simple. Oui, question, commentaire ? » (***L'enseignant ramène aux même unités, même dans ce cas, alors que l'élève n'a pas fait cela comme tel***)

À travers la reprise de cette procédure par Jacques et le retour sur l'exercice, nous voyons que le sens que l'enseignant attribue au concept de rapport le guide dans sa manière de reprendre les procédures des élèves : il se focalise sur l'idée de simplification, et celle d'une comparaison entre mêmes unités. Même si Jacques dit que la « méthode » est plus simple (24 kg pour 24 g, c'est comme 1 kg pour 1 g), il ne la met pas en valeur, il va mettre en évidence l'idée de simplification (par 24) et la transformation en mêmes unités (1kg = 1000g). Pour Jacques, une certaine attente le guide : mettre les grandeurs à comparer dans les mêmes unités, simplifier. Nous avons vu depuis le début de la séance qu'il met l'accent là-dessus. L'élève traite le problème sans faire cette mise en mêmes unités. Jacques reprend alors la procédure de l'élève et la transforme dans son modèle, en ramenant aux mêmes unités et en simplifiant par la suite.

C'est comme si le sens que l'enseignant donne au concept, qu'il voudrait voir repris par les élèves, l'empêche de voir d'autres procédures possibles (le raisonnement de l'élève se base plus sur une idée de rapports équivalents : 24kg pour 24g c'est comme 1kg pour 1g).

Les moments d'institutionnalisation

6e	**Une première caractérisation de rapport et de taux :** conclure sur la définition	Séance 1, lignes 464 à 495
8e	**Redonner un exemple de rapport :** Dans la continuité de ce qui précède, Jacques cherche à leur faire donner un exemple de rapport avant d'arriver à la définition	Séance 2, lignes 59 à 78
9e	**Faire construire la définition de rapports et taux équivalents**, en partant du terme « équivalent »	Séance 2, lignes 79 à 108

Dans l'analyse des moments d'institutionnalisation, nous allons analyser la manière dont Jacques conclut la 1ère séance qui portait sur rapport et taux.

La première remarque porte sur la manière même d'arriver à une définition. Après avoir construit avec les élèves une définition de rapport et taux au début de la séance, comme nous l'avons montré, Jacques revient sur cette définition en mettant l'emphase sur le fait qu'elle doit être leur définition (« *votre définition* »). L'extrait ci-dessous nous permet d'observer de quelle manière il revient sur cette définition.

> « **P_1** : La définition de rapport. On va noter qu'est-ce que c'est un rapport, qu'est-ce que c'est un taux, évidemment. Votre définition d'un rapport, qu'est-ce que c'est? Oui?

La suite du verbatim va nous montrer qu'il y a un décalage entre la définition attendue par jacques et ce que disent les élèves. Jacques a une attente envers la définition d'un rapport et la façon de le nommer. Les questions posées aux élèves prennent en effet la forme d'un pattern d'élicitation où le « guidage » conduit les élèves vers une certaine définition : les réponses des élèves sont reprises et complétées par lui dans les termes qu'il voudrait précisément avoir (« *on les divise* », « *sont comparées* »).

> **Élève** : Deux choses de la même nature. (***C'est effectivement ce que les élèves en ont retenu, voir l'analyse du 1^er^ épisode***)
>
> **P₁** : Deux choses de la même nature, oui, mais, qu'est-ce qu'on fait avec ces deux choses-là ?
>
> **Élève** : Liées avec ces deux-là.
>
> **P₁** : Sont liées, sont comparées (***c'est lui qui introduit ce terme***), mais de quelle manière? Qu'est-ce qu'on a montré tantôt? Quand je faisais la petite barre de côté, qu'est-ce que ça veut dire ça?
>
> **Élève** : On comparait.
>
> **P₁** : On comparait, oui. On les divise, on les... (***La division est introduite par l'enseignant***) ».

Nous verrons, par la suite, que, puisque les élèves n'arrivent pas à donner la réponse attendue par Jacques, il prend la parole et donne la définition, accompagnée d'un exemple, en introduisant en même temps la notation. Quel sens du rapport apparaît dans cette institutionnalisation? Il donne la définition d'un rapport comme étant une fraction, mais pas n'importe quelle fraction, une fraction qui doit être, selon lui, simplifiée. Cette définition, dont nous pouvons questionner la validité mathématique[90], ne reprend nullement ce qui a été construit préalablement avec les élèves. Ce n'est qu'après avoir introduit cela qu'il va reprendre les propos des élèves « *là c'est ce que vous avez dit après, qui établit la comparaison entre deux quantités de même nature* ».

Lorsqu'il donne l'exemple, l'accent est remis sur les mêmes unités et pas sur les mêmes grandeurs. C'était exactement cette emphase mise sur les unités qui a provoqué une difficulté dans les épisodes précédents. La confusion reste donc présente.

---

[90] Mais là n'est pas notre propos à cette étape.

> « …C'est une fraction en réalité un rapport. Ça, c'est ce qu'il faut voir le rapport c'est en priorité une fraction, c'est la première partie de la définition, c'est une fraction simplifiée, elle est simplifiée, elle est réduite à sa plus simple expression. C'est une fraction simplifiée - là c'est ce que vous avez dit après - qui établit la comparaison…entre deux quantités de même nature…Évidemment, il y a un exemple qui va accompagner ça. Si on peut dire les périmètres de deux rectangles, alors les périmètres de deux rectangles, sont dans le rapport 1 pour 2. Ça s'écrit le périmètre du premier, dans le fond, divisé par le périmètre du deuxième, c'est quoi la fraction simplifiée entre les deux périmètres des rectangles qui sont dans cet exemple-là ?
>
> **Élève** : 1 sur 2.
>
> **P$_1$** : Une demie, 1 sur 2. Ça peut être 2 sur 1 si le premier est plus grand, là. Habituellement, quelles vont être les unités de périmètres ? Avec des centimètres, des décimètres, ça peut être n'importe quelles unités de mesure. Pas des centimètres carrés, pas des mètres carrés. Des centimètres, des kilomètres, ça dépend si c'est des longs rectangles. … »

Jacques va aussi donner la définition de taux, suivie d'un exemple. Même si au début de cet épisode, il avait dit aux élèves qu'il voulait leur définition, à la fin il finit par prendre toute la place et par la donner[91].

> « …Un taux. Je ne me suis pas laissé grand place. J'vas finir avec ça. Un taux. Alors, c'est une comparaison établie entre deux grandeurs de natures différentes. Alors comparaison établie – prends-tu un « t » à « établie ».
> **Élève** : Un « e ».
>
> **P$_1$** : Euh…un « e » ? Pas sûr que ça prend un « e ». Ouais, « établie », ça c'est un participe passé. Comparaison – on va mettre un « e » entre guillemets - entre deux grandeurs de natures différentes, entre deux grandeurs de natures différentes.
>
> **Élève** : Y'a tu une raison ?
>
> **P$_1$** : Oui. Là, mon exemple va être ici. Oups ! Alors, ça peut être 25 dollars par heure, ça peut être 2 dollars par citrouille, si t'achètes une citrouille, deux piastres par citrouille. 25 dollars de l'heure, ça peut être un salaire horaire. On va s'arrêter-là pour aujourd'hui. »

---

[91] C'est possible que cette démarche ait été employée à cause d'une contrainte liée au manque de temps à la fin de la séance.

Dans l'institutionnalisation du concept de taux, Jacques ne part pas nécessairement de ce qu'il avait travaillé avec les élèves. On parle ici de comparaison entre deux grandeurs de nature différente (il ne s'arrête plus sur les unités), et il ne fait aucunement mention d'une relation multiplicative. De plus, les exemples prennent en compte seulement des taux unitaires, induisant d'une certaine manière, là encore, une façon spécifique de voir les taux.

Bilan de l'analyse précédente

Nous observons que le fait de chercher à faire construire la définition par les élèves relève d'une des caractéristiques de la pratique de Jacques. Cette approche va passer par la négociation d'un certain sens du contenu qui se construit dans l'interaction (cf. figures 4.25 et 4.26).

Cette pratique est caractérisée par une certaine dévolution de la question aux élèves au départ : un certain parcours inductif de construction de définitions partant des élèves est mis, alors, en place. Tant dans le cas de la construction de la définition de rapports et taux que pour celle de rapports et taux équivalents, Jacques essaie d'obtenir des propositions des élèves. Il essaie de faire construire les définitions en partant du sens (GP_6)[92] qu'ils attribuent à chacun de ces mots, en leur posant des questions pour qu'ils arrivent à la définition. Cette pratique laisse place toutefois dans le retour à un certain pattern d'élicitation guidée par certaines attentes de l'enseignant, visible surtout dans les incidents critiques.

De ces incidents se dégage une conceptualisation de la notion de rapport et taux problématique, à la source de difficultés éventuelles des élèves. Cette notion de rapport liée aux mêmes unités, ou encore à la simplification de fraction, va en effet causer des

---

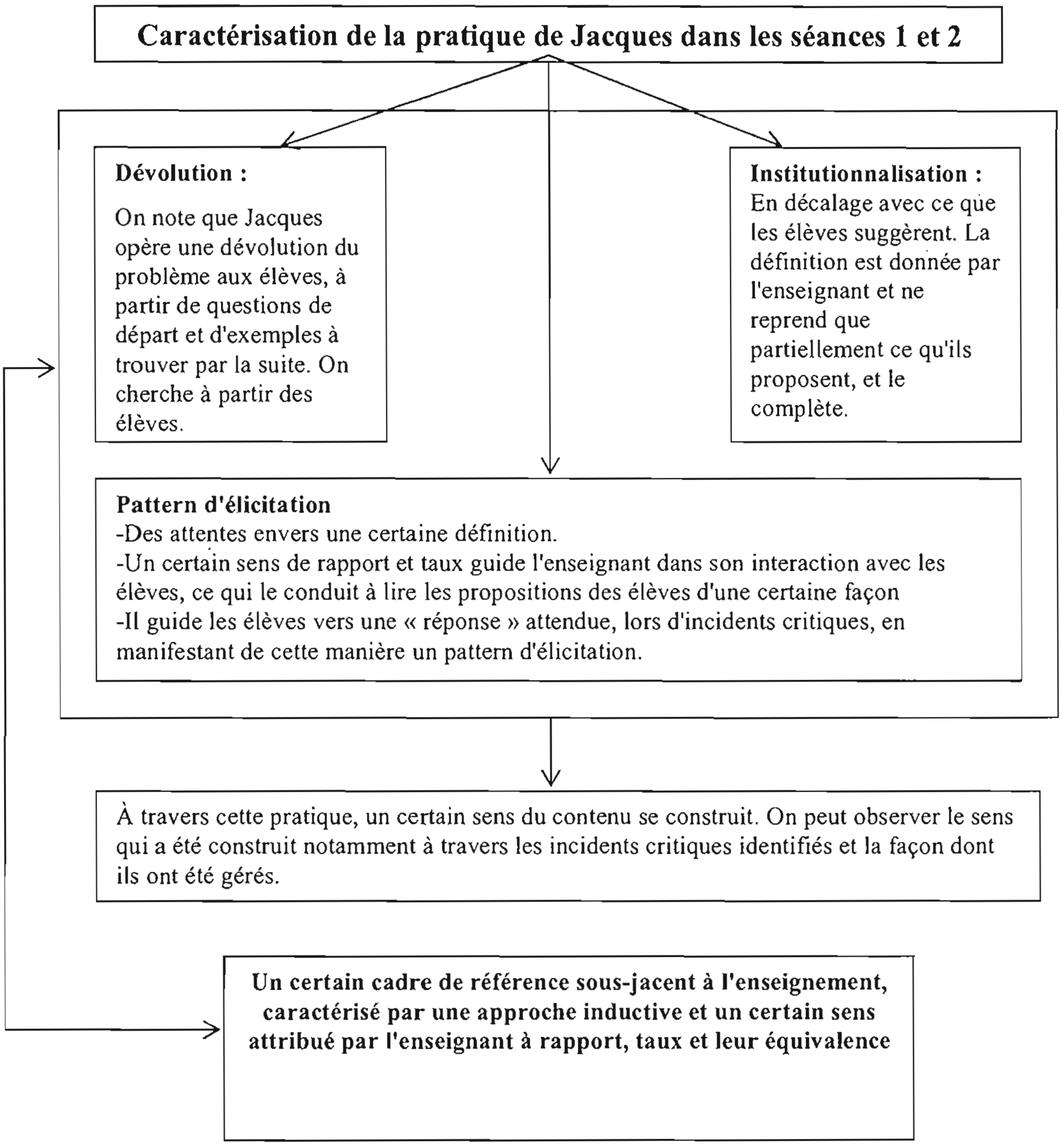
[92] Nous observons ici dans l'activité de l'enseignant l présence d'un geste professionnel (GP), sur lequel nous reviendrons par la suite.

difficultés chez les élèves. Comme nous le voyons dans l'exemple de la comparaison dollars canadiens/américains ou l'exercice « 24kg pour 24g ». De telles difficultés apparaîtront lors de l'identification de rapports ou taux par les élèves, ou lors de leur traitement.

Le concept qui se construit au fil de cette leçon (pour ce qui de la notion de rapport, taux et d'équivalence de rapports et de taux), est donné en termes de comparaison des mêmes unités (rapport) et de différentes unités (taux), et non en termes de comparaison entre des grandeurs de même nature ou nature différente, même si cela est explicité à la fin lors de la définition donnée par l'enseignant (lors de l'institutionnalisation). Cette comparaison en termes de mêmes unités n'est pas non plus nécessairement faite sur une base multiplicative, comme nous avons pu le noter lors de l'analyse du problème de « décalage horaire » où une relation additive est introduite par un élève et acceptée par l'enseignant comme étant un exemple de rapport (on compare les mêmes unités, *des heures avec des heures*). Notons aussi qu'une idée de fraction et de fraction simplifiée est véhiculée lors des séances en classe pour pouvoir comparer des rapports.

Les moments d'institutionnalisations, qu'elles soient locales ou qu'elles apparaissent en guise de conclusion, sont pris en charge par l'enseignant. La définition proposée n'est pas en continuité avec la définition construite par les élèves. L'enseignant reprend seulement quelques-uns des éléments apportés par les élèves et introduit pour la première fois une comparaison en termes de grandeurs de même nature, ou nature différente, faisant appel à une division.

D'une manière plus générale certains points sur la pratique d'enseignement de Jacques peuvent être dégagés. Nous les présentons dans la figure suivante.



Caractérisation de la pratique de Jacques dans les séances 1 et 2

Dévolution :

On note que Jacques opère une dévolution du problème aux élèves, à partir de questions de départ et d'exemples à trouver par la suite. On cherche à partir des élèves.

Institutionnalisation :
En décalage avec ce que les élèves suggèrent. La définition est donnée par l'enseignant et ne reprend que partiellement ce qu'ils proposent, et le complète.

Pattern d'élicitation
-Des attentes envers une certaine définition.
-Un certain sens de rapport et taux guide l'enseignant dans son interaction avec les élèves, ce qui le conduit à lire les propositions des élèves d'une certaine façon
-Il guide les élèves vers une « réponse » attendue, lors d'incidents critiques, en manifestant de cette manière un pattern d'élicitation.

À travers cette pratique, un certain sens du contenu se construit. On peut observer le sens qui a été construit notamment à travers les incidents critiques identifiés et la façon dont ils ont été gérés.

Un certain cadre de référence sous-jacent à l'enseignement, caractérisé par une approche inductive et un certain sens attribué par l'enseignant à rapport, taux et leur équivalence

Figure 4.26- Caractérisation de la pratique de Jacques dans les séances 1 et 2

Discussion autour de la prise en compte par Jacques d'un travail sur rapport et taux

De même que nous l'avons observé dans la pratique d'enseignement de Maurice, Jacques passe lui aussi passe beaucoup de temps sur les concepts de rapport et de taux. Pourquoi Jacques accorde-t-il une attention particulière à ces notions?

Les analyses précédentes nous montrent que ces notions semblent lui causer beaucoup de fil à retordre (comme nous pouvons le voir dans la gestion des incidents critiques, principalement lors de la comparaison entre un rapport et un taux). Ces notions constituent pourtant une partie importante de sa séquence. Pourquoi en est-il ainsi? L'analyse que nous avons faite dans le cas de Maurice s'applique de nouveau ici[93].

Dans le cas de la pratique de Jacques, il est néanmoins nécessaire d'apporter quelques précisions. Il nous a annoncé lors de la première entrevue qu'il allait commencer la séquence sur la proportion par les rapports et les taux, pour ensuite introduire la notion de proportion pour elle-même :

> « Je vais commencer par les rapports et faire la distinction entre rapport et taux » (Entrevue initiale)

Même si Jacques nous annonce, lors de l'entrevue, qu'il va commencer par introduire les rapports et taux, il ne nous explicite pas les raisons de ce choix, contrairement à ce que nous avons pu observer pour Maurice où les contraintes institutionnelles et les composantes personnelles ont été explicitées dans son discours.

---

[93] Cf. 4.1.1. Discussion autour de la prise en compte par Maurice d'un travail sur rapport et taux.

4.2.2.3. Analyse de la première séance : le casse-tête et la recette de punch

L'analyse de cette première séance prendra la forme suivante. Tout d'abord, nous aborderons, d'une façon brève, la manière dont ces activités ont été présentées lors de la première entrevue, ensuite la façon dont elles le sont dans le document écrit utilisé par l'enseignant comme support, et finalement comment celles-ci ont été travaillées en classe.

Le casse-tête

Lors de l'entrevue

Jacques annonce qu'il veut débuter la séquence sur la proportionnalité par l'activité du casse-tête. À ce moment, l'activité est annoncée d'une manière globale, sans entrer dans le détail du déroulement en classe, ni dans les procédures et difficultés possibles présentes chez les élèves. La seule difficulté nommée est l'erreur additive dont il semble être conscient à cette étape.

Dans le document écrit

Pour cette activité, tous les élèves ont reçu la feuille suivante avec la description de l'activité, les consignes suivantes données :

Un casse-tête qui peut donner mal à la tête !

Le dessin qui suit représente un casse-tête. Un ami veut agrandir ce casse-tête et il souhaite que vous l'aidiez. Il a déjà commencé l'agrandissement du casse-tête en agrandissant le triangle rectangle en haut à gauche.

Pour que vous puissiez correctement faire les autres morceaux, votre ami vous dit que, dans son morceau, le côté qui mesurait au départ **4 cm**, mesure maintenant **7 cm**. À partir de cette information, quelles seront les mesures des autres morceaux du casse-tête ?

Dessine le casse-tête une fois agrandi.

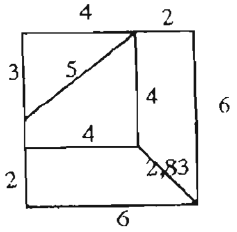


Figure 4.27- L'activité du casse-tête

L'analyse de cette activité *a priori* fait ressortir deux éléments : d'abord le passage de 4cm à 7cm dans l'agrandissement, augmentation qui est présente dans la situation de Brousseau (1998), possiblement attachée pour Jacques à l'idée d'erreur additive dont il parle en entrevue. Des variantes à la situation du casse-tête de Brousseau sont introduites, la première portant sur la présence d'un nombre décimal (2,83) dans l'activité, et la seconde portant sur le fait de dessiner le casse-tête après avoir trouvé les mesures (l'attention est mise sur le calcul des mesures et non sur la construction du casse-tête).

La feuille de consigne donnée aux élèves présente donc une différence importante par rapport au casse-tête original développé par Brousseau (1998). Jacques, dans la tâche donnée aux élèves, introduit en effet l'une des mesures sous forme de nombre décimal (possiblement pour introduire par là une idée de calcul sur des décimaux), et il demande aux élèves de dessiner le casse-tête seulement lorsque les mesures des côtés seront connues. Le fait de dessiner le casse-tête après avoir trouvé les mesures annule le possible conflit entre l'agrandissement des morceaux et la reconstruction du casse-tête agrandi. En trouvant les mesures *a priori* les élèves peuvent s'arranger pour que le dessin fonctionne après. Dessiner après avoir trouvé les mesures, permet moins de mettre en évidence l'erreur additive. Nous allons analyser en détail cette erreur plus loin dans ce texte.

À partir de ce qui a été dit en entrevue nous ne sommes pas en mesure toutefois de comprendre les raisons de l'introduction de ces variables (nombre décimal; calculer puis dessiner). Lors de l'analyse de la présentation de cette activité en classe, nous essaierons de comprendre les raisons de ce choix chez l'enseignant. Maintenant, nous allons analyser d'une manière plus détaillée la façon dont cette activité a été travaillée en classe avec les élèves.

La séance en classe

L'analyse ici prendra la forme suivante : d'abord, nous allons identifier le mode de fonctionnement global en classe qui se dégage de cette séance. Nous nous attarderons ensuite à la manière dont le problème a été présenté en classe par l'enseignant (tâche donnée aux élèves). Et finalement, nous analyserons les interactions entre l'enseignant et les élèves (pratique de la situation vécue).

Le mode de fonctionnement global dégagé de la 1ère séance sur le casse-tête

En analysant la séance, nous remarquons qu'elle est organisée de la façon suivante :

La séance commence par la présentation de la tâche qui doit être faite par les élèves. Jacques met les élèves en couples pour la résolution du problème (phase de recherche). Ensuite, après ce temps de travail sur le problème, il y a un retour collectif, dans lequel l'enseignant fait ressortir les procédures employées par les élèves. La séance se termine par une institutionnalisation sur les procédures valides, faite par l'enseignant[94].

La présentation de l'activité :

Comme nous l'avons souligné auparavant, l'activité du casse-tête permet de débuter la séquence d'enseignement sur la proportionnalité. Lors de la présentation de cette activité en classe, Jacques commence par attribuer un certain statut à celle-ci, celle d'une tâche difficile, annoncée au départ.

> « On va commencer par un problème qui est pas évident, le problème du casse-tête [...] Cet exercice-là va se faire à la mine... alors, le titre c'est : Un Casse-tête qui peut donner mal à la tête » (1ère séance, lignes 6 à 15).

Le caractère « difficile » de cette tâche est encore mis en évidence par l'enseignant lors du retour collectif sur le problème.

> « Bon alors, très agressif comme problème au départ, maintenant pour réfléchir tout ce qui mesurait 4 mesure 7. » (1ère séance, lignes 50 à 51).

Nous notons aussi que quand Jacques fait la lecture collective du problème, il met l'accent sur la lecture de l'énoncé. Il semble vouloir s'assurer de la bonne compréhension de l'énoncé et de la tâche qui doit être effectuée (en insistant sur la consigne importante).

> « Alors, si on le lit peut-être une fois ensemble pour être sûr de bien comprendre la question. Le dessin qui suit représente un casse-tête, on parle du dessin en bas à droite, un ami veut agrandir ce casse-tête et il souhaite que vous l'aidiez, il a déjà commencé l'agrandissement du casse-tête, en agrandissant le triangle rectangle,

---

[94] Quand l'activité n'est pas à la fin de la séance, Jacques propose une nouvelle tâche aux élèves.

en haut à gauche. Pour que vous puissiez correctement faire les autres morceaux votre ami vous dit que dans son morceau - alors, c'est la consigne importante - dans son morceau le côté qui mesurait au départ 4 cm, mesure maintenant 7 cm. À partir de cette information, quelles seront les mesures des autres morceaux du casse-tête, dessine le casse-tête une fois agrandi » (1ère séance, lignes 15 à 23).

Pratique de la situation vécue en classe

Nous allons analyser la stratégie d'enseignement développée en classe, pour cette tâche. Plus précisément, comment se vivent les interactions entre l'enseignant et les élèves, de quelle manière l'enseignant récupère t-il les procédures développées par les élèves lors de la résolution du problème et quels gestes professionnels, au sens de l'ergonomie, sont associés à cette pratique en classe?

Lors du travail des élèves sur le problème (phase de recherche)

Les moments où Jacques s'adresse directement à la chercheure pour lui faire part de ses observations sur les procédures/difficultés mises en œuvre par les élèves, nous permettent d'observer qu'il fait un repérage des procédures employées par les élèves : il précise ainsi que l'erreur additive est sortie, et qu'il a repéré une autre procédure utilisée par les élèves qu'il a trouvé intéressante et qu'il explicite à la chercheure. Nous voyons donc, à travers ceci, un travail de repérage de l'enseignant dans l'action. Ce travail de repérage des productions des élèves peut être caractérisé comme un geste professionnel (GP_2 - cf. 2.2.1.1.) important mis en évidence dans les études sur les pratiques (Butlen, 2007). Ceci sera d'ailleurs confirmé dans le retour collectif sur les productions des élèves.

«**P_1 (à Exp.) :** La stratégie additive est sortie. [...]

P_1 (à Exp.) : Ce qui est intéressant c'est qu'il y a quelqu'un qui a dit : le 4 centimètres qui est là, ils ont réalisé que c'est le 2/3 du côté (*du grand côté du carré*). Alors si ça devenait 7, ils ont dit : il manque 1/3. Alors, si tu divises 7 en deux, tu trouves 3,5, puis ils ont rajouté 3,5. Parce que trois... trois, parce que si le 7 c'est 2/3, séparer le 7 en deux, ça fait 3,5, ils ont additionné 3,5, puis ils ont

> vu que le 2, c'est peut-être 3,5 et après ça ils ont joué comme ça. » (1ère séance, lignes 32 à 43).

Ce travail de repérage est confirmé aussi dans les propos qu'il tient lors du retour.

> « **P$_1$** : Mais il y a une là… bonne ou pas bonne là. Il y a une qui est sortie, j'ai vu à peu près partout, mais personne la dit. C'est quoi la première chose que vous êtes intuitivement, la première chose que vous êtes garrochés à faire ?
>
> **Élèves** : Plus 3 !
>
> **P$_1$** : Additionner 3 partout ? Ça y est pas, vous l'avez fait, je vous ai vus. » (1ère séance, lignes 142 à 146).

Le repérage de procédures employées par les élèves va d'une certaine manière guider les interventions de Jacques lors du retour collectif sur cette phase de recherche. Il s'attend à que ces procédures soient verbalisées par les élèves, comme nous le verrons par la suite.

Lors du retour collectif sur cette résolution

Comme nous l'avons montré auparavant, Jacques initie le retour sur les procédures mises en œuvre par les élèves, en leur demandant de partager leurs solutions avec le groupe. Ce partage avec le groupe apparaît important pour lui. Jacques met une certaine emphase sur le fait qu'il faut partager leurs façons de faire, même si celles-là ne sont « pas bonnes »

> « Mais est-ce qu'il y a d'autres manières de réfléchir? Bonnes ou pas bonnes, c'est pas grave là ». (1ère séance, lignes 79 à 80).

Sur quelle base choisit-il les élèves qu'il va interroger? Notons qu'il met d'une certaine manière l'accent sur quelque chose qui n'a pas fonctionné (erreur additive qu'il avait repérée lors du travail individuel) et auquel il avait fait référence lors de l'entrevue initiale.

> « Est-ce que quelqu'un peut partager sa solution et j'en ai vu des très bonnes. D'abord, même si elle est pas bonne la solution, est-ce que quelqu'un peut dire quelque chose qu'il a essayé et qui a pas fonctionné au départ? Qu'est-ce que vous avez essayé? » ($1^{ère}$ séance, lignes 54 à 57).

Dans sa façon de solliciter les procédures employées par les élèves, il y a donc un choix pour le retour (GP_2) qui est fait. Ce choix semble fait non pas à partir d'un élève précisément, mais à partir d'une procédure repérée lors du travail de recherche des élèves. Dans ce cas, cela concerne la procédure additive erronée.

Comment ces procédures sont-elles maintenant reprises par l'enseignant? La plupart du temps, les élèves donnent des phrases incomplètes, ou des explications très brèves de leurs démarches. Les explications des élèves sont reformulées par Jacques afin de rendre les procédures utilisées compréhensibles par tous (GP_3), comme nous les montrent les extraits ci-dessous.

> « **Stéphanie :** On se dit : si les 4 ça vaut 7, le 4 en haut c'est genre le 2/3 du...de la droite complète. (***L'élève établit un facteur multiplicatif interne, lui permettant de passer au grand côté du carré***)
>
> **P_1** : Ok, on va juste écrire ce que tu dis. Ça c'est quelque chose qui peut fonctionner. Alors, le 4 qui est là, t'as dit que c'était le 2/3 de ...
>
> **Stéphanie :** Le 2/3 de...comme..., parce qu'en tout ça vaut 6...
>
> **P_1** : En tout, ça vaut 6...
>
> **Stéphanie** : Ça c'est le 2/3, si ça vaut 7, ben on a divisé 7 en 2 pour le 2/3, ça donne 3,5, pis là vu qui reste 1/3 ben on a faite euh, non, mais genre, ok, ok. 3,1 fois 2 ça fait..., Ah ! Non, j'ai perdu la route !
>
> **P_1** : Ok, on récapitule. Si le côté vaut 6, ok, ils, elles se sont dit plutôt, le 4 qui est là c'est comme le 2/3 du côté. Ça, ça peut aller, secondaire 1, un réinvestissement du secondaire 1, ce qui est excellent. Donc, ce qui on dit : mettons que ça vaut 7,

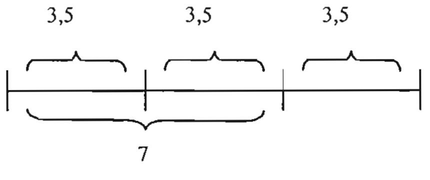
> on a un côté plus long de 7 cm. Alors, si je veux savoir c'est quoi le 2? Dans le fond, ce que vous êtes en train de faire - le 2 cm qui est là - combien ça va mesurer après ? Ça se trouve à être le 1/3 d'un côté. 3,5? 3,5 cm après...le 4 qui est là vaut 7, et c'est le 2/3 de...du côté, donc si c'est le 2/3, donc c'est comme si tu avais le 7 cm (***Jacques reformule la procédure pour mettre en évidence la signification sous-jacente*** - **GP$_2$**) - on va le montrer (***ici, Jacques dessine sur l'acétate le côté agrandi du casse-tête -7cm. Côté qui mesurait au départ 4cm et développe la procédure de l'élève sur ce dessin***[95]), là – un 7 cm, ça ici ça mesure 7, ok? Ça c'est le côté agrandi. Alors en séparant en deux on arrive à combien de chaque côté? 3,5. Ça c'est le 2/3. Alors ce qui manque pour avoir le 3/3 c'est un autre 3,5, 3,5 cm. Pis ça, c'est ce petit bout-là ici, dans le fond c'était 2 cm pas agrandi, si tu veux. Alors, vous avez fait après ça partout de même? » (1ere séance, lignes 58 à 75).

Cet autre extrait nous montre encore la manière dont Jacques reprend la procédure de l'élève et la reformule.

> « **Maxime** : Ben, moi j'ai trouvé 4 fois quoi va donner 7 ? C'est entre 1 et 2, à cause que huit c'est 1,50..., c'est 1,75, que ça va donner 7, là j'ai pris toute mes chiffres, je les ai fait fois 1,75, pis euh, ensuite de ça, euh...j'ai... (***L'élève établit un facteur multiplicatif lui permettant de passer du côté donné au côté agrandi***)
>
> **P$_1$** : Ok, donc, t'as trouvé quoi? Y'a quelque chose qu'on peut réfléchir... c'est quoi fois 4 qui va me donner 7? Y'a l'idée de multiplication ici, là t'as trouvé c'est quoi le quoi? Tu as dis que c'est 1,75 ? Alors l'idée de trouver un quoi qui multiplie une valeur - la valeur de 4 - pour arriver à 7. Ceux qui le voyaient pas du tout, ça, ça peut venir ici, j'ai dit changer la question : peut-être les valeurs sont pas très intéressantes ici, mais mettons que tu dis au départ tout ce qui mesure 4 on le change, pis on dit que ça va mesurer 8 à la fin. Bon, qu'est-ce qu'on est porté à faire tout de suite? (***il y a l'idée ici de les aider à voir ce facteur multiplicatif, en changeant les nombres. Il modifie les données du problème en ce sens pour faire comprendre aux élèves la signification sous-jacente***)
>
> **Élèves** : Fois 2.

---

[95]



P_1 : Faire fois deux. Doubler toutes les mesures. Si c'était...on passe de 4 à 8, si on aurait doublé les mesures. Mais - parce que Maxime dit – ben là on les doublera pas parce qu'on va arriver à 7. Donc, ça va être entre garder la mesure et la doubler, donc entre 1 et 2 dans le fond qu'il faut. Il faut aller entre...peut-être pas directement au milieu, mais t'as trouvé ce quoi là. T'as trouvé que c'était 1,75 en faisant quoi? Comment on trouve le 1,75?

Maxime : Essai / erreur

P_1 : Essai /erreur? On peut le trouver aussi sans faire d'essais et d'erreurs. Comment on fait pour trouver sans faire d'essais et d'erreurs? Peux-tu répondre à la question? Oui, Mylène? (***Jacques essaie de les faire passer à une procédure plus générale***)

Mylène : Multiplier par 4?

P_1 : Oui, quelque chose fois 4 égale 7, alors le quelque chose on peut faire l'opération inverse si tu veux : 7 divisé par 4 va donner le quoi. Le quoi ça donne 1,75. » (1ere séance, lignes 105 à 126).

Même si, pour Jacques, il est important de partager avec le groupe les procédures employées par les élèves, l'analyse de son discours montre qu'il ne tient pas compte de toutes les procédures explicitées par les élèves, comme nous le verrons par la suite. Ceci confirme en quelque sorte qu'il fait un choix dans le retour. Il fait une sélection parmi les propositions des élèves pour rebondir et avancer dans ses explications (GP_2). Par exemple, quand l'un des élèves (Samuel) présente une stratégie qui sert à invalider la procédure «*fois 2 moins 1* » présentée par un autre, plutôt que de partir de ce que Samuel a présenté, Jacques va invalider, au contraire, cette procédure en se basant sur une autre procédure présentée précédemment (*3,5 est égale à 1/3 de la longueur du côté*) et qu'il avait annoncé comme étant « bonne »[96].

« (*Ici, Jacques demande aux élèves de valider la procédure présentée*)

P_1 : [...] Ça marches-tu? (*fois 2 moins 1*)

Élève : Non.

---

[96] Par plus de détails voir 4.2.2.3. « **Retour collectif sur cette résolution** ».

P$_1$: Non. Oui. Non. Je sais pas. Je pose la question. Moi, non plus, je m'attendais pas à ce que ça sorte. Oui, Samuel ? (***Jacques renvoie la question aux élèves pour faire valider la procédure présentée* [GP$_4$]**)

Samuel : Ben, moé, je pense pas, là... (***L'élève se prononce sur le fait que la procédure n'est pas valable***)

P$_1$: Pourquoi ?

Samuel : Ben, parce que tu fais 4 fois 2 moins 1, ça va donner 7. 2 fois 2 moins 1, ça donne 3 : ça fait 10 (***il applique la procédure au côté mesurant 4, et 2, le total, grand côté du carré, devrait donc donner 10***). Si tu fais 6 fois 2 moins 1, ça va donner 11 (***il applique la procédure à 6, côté du carré global, et arrive alors à 11***).

P$_1$: 6 fois 2 moins 1 ça donne ?

Samuel : 11.

P$_1$: Ça donne 11.

Samuel : Les deux sont pas égales...ben, au début elles étaient égales...les côtés... (***une argumentation montre donc bien la non validité de cette procédure***)

P$_1$: Ben, déjà, on a une contradiction entre les deux premières qui ont été apportées, parce que tantôt on voyait que le 2 cm, le côté de 2 cm c'était supposé de mesurer 3,5cm avec la stratégie de Stéphanie. Mais si on fait dans la règle : 2 fois, ça donne 2 fois 2 : 4 moins 1 ça donne 3 cm. Il y a un 1,5 qu'on a plus là. Il y a une des deux que... en tout cas ça n'arrive pas à la même réponse (***Jacques ne reprend donc pas l'argumentation développée par Samuel. Il s'appuie sur une autre argumentation***). Donc, il y a une des deux qui devrait pas fonctionner. C'est à savoir laquelle maintenant. Ça c'est la deuxième (***À ce moment, Jacques n'attribue pas un statut de « vrai/faux ou bon/pas bon » aux procédures proposées par les élèves***). On va faire juste un survol des stratégies et après ça on voit laquelle est la bonne. Oui ? » (1ère séance, lignes 86 à 106).

Au moment de statuer sur les procédures présentées par les élèves, Jacques choisit de reprendre un autre argument qu'il a lui-même proposé, sans tenir compte, ainsi, de la procédure présentée par Samuel qui explique que cette méthode n'est pas possible parce qu'elle ne permet pas d'obtenir un carré à la fin.

Un autre point important en lien avec le déroulement en classe de cette activité porte sur la manière dont Jacques traite les erreurs. L'analyse de cet épisode (dans la situation du casse-tête) nous permet de dégager une procédure courante chez Jacques lorsqu'il est confronté à une erreur. D'une façon générale, face à une erreur ou une difficulté chez les élèves comme dans le cas de ce problème, il fait en sorte que les élèves valident la procédure qui est présentée puis il statue ensuite sur celle-ci. D'une manière générale, il va ainsi traiter de la procédure erronée, mais la conception additive sous-jacente ne sera pas traitée en profondeur par l'enseignant.

> « **Élève** : Moi, je fais fois 2 moins 1.
>
> **P$_1$** : Fois 2 ? Fois 2, moins 1. Bon, ça il y a une méthode ici que tu as trouvée et mettons qu'on peut raisonner avec les fractions. Deuxième méthode, y en a, - t'es pas tout seul - y en a qui on fait, qui ont essayé de trouver une régularité. Ils ont dit ça passe de 4 à 7, alors ils ont fait fois 2, moins 1, ils ont trouvé comme une règle, comme 2 fois le côté moins 1 cm. C'est pas fou, parce qu'on vient de faire ça. Ça marches-tu ? (***Jacques questionne les élèves sur la validité de cette procédure***)
>
> **Élève** : Non.
>
> [...]
>
> **Samuel** : Les deux sont pas égales...ben, au début étaient égales...les côtés...

L'extrait ci-dessous nous montre comment Jacques mène la validation de cette procédure additive, en passant par une autre procédure, sans revenir nécessairement sur l'erreur en elle-même.

> **P$_1$** : Ben, déjà, on a une contradiction entre les deux premières (***il réfère à une procédure présentée précédemment***) qui ont été apportées, parce que tantôt on voyait que le 2 cm, le côté de 2 cm c'était supposé de mesurer 3,5cm avec la stratégie de Stéphanie. Mais si on fait dans la règle : 2 fois de côté, ça donne 2

> fois 2 : 4 moins 1 ça donne 3 cm. Il y a un « virgule 5 » qu'on a plus là. Il y a une des deux que... en tout cas ça n'arrive pas à la même réponse. Donc, il y a une des deux qui devrait pas fonctionner. C'est à savoir laquelle maintenant. Ça c'est la deuxième. On va faire juste un survol des stratégies et après ça on voit laquelle est la bonne. » ($1^{ère}$ séance, lignes 81 à 104).

Comme nous le voyons dans cet extrait, Jacques ne revient que d'une façon locale sur la difficulté de passage aux structures multiplicatives (la procédure « fois 2 moins 1cm » constituant en effet une procédure additive erronée). Pour cet enseignant, à ce moment, il est suffisant de mettre en évidence une autre procédure qui arrivait à un résultat différent pour statuer sur le caractère non-approprié de la procédure « fois 2 moins 1 ». Il montrer ainsi aux élèves que cette procédure ne fonctionne pas, sans entrer toutefois dans le détail des raisons pour lesquelles celle-ci n'est pas valable dans le cadre de ce problème. Il a eu recours à un argument externe (comparaison avec la réponse d'une autre procédure) qui n'explique nullement pourquoi celle-ci ne fonctionne pas.

Dans le cas de la procédure additive erronée (+3), Jacques traite également l'erreur, sans s'arrêter sur les raisons de cette difficulté.

> « P_1 : Additionner 3 partout ? Ça y est pas, vous l'avez fait, je vous ai vus. Additionner des 3. Additionner 3 partout... alors faire 4 + 3 : 7, 2 + 3 : 5, 6 + 3 : 9, 6 + 3 : 9 et etc. Qu'est-ce qui marchait pas avec ça, Samuel? (***Il sollicite une argumentation de la part des élèves***)
>
> **Samuel** : Ça marchait pas ! 6 + 3 : 9, 4 + 3 : 7, 2 + 3 : 5, mais ça marchait pas ça.
> [...]
> **Samuel** : Ben, parce que si tu fais 4 + 3 ça donne 7 et 2 + 3 ça donne 5 et puis d'un côté ça donne 12 en tout.
>
> P_1 : Avoir un côté de 12.
>
> **Samuel** : Si tu fais 6 + 3, ben ça va donner 9...
>
> P_1 : Alors, d'un côté t'as 9. T'auras pas un carré parce que tu vas avoir 12 d'un côté. Donc, un côté plus long et ici un côté, euh...plus court dans le fond (***l'argumentation de l'élève est ici reprise***). Les stratégies qui fonctionnent là-dedans? La 1, c'est bon. C'est plus « *touché* », mais c'est bon. La 2, ben, ça

> fonctionne pas étant donné qu'on n'arrive pas à la même stratégie que la 1. La 3 et la 4, c'est bon. Et la 5, ça fonctionnait pas. » (1ère séance, lignes 146 à 166).

Il conclut le travail de retour sur les procédures employées par les élèves ainsi, se prononçant sur le statut des procédures, sans vraiment avoir développé les raisons pour lesquelles la méthode additive constituait une erreur dans le cadre de ce problème.

Une deuxième situation : la Recette de Punch

Le fonctionnement global dégagé lors de la mise en situation de ce problème est essentiellement le même que pour le problème du casse-tête. De plus, il est présenté aux élèves immédiatement après le problème du casse-tête, à l'intérieur de la même séance.

Jacques fait d'abord une lecture de l'énoncé du problème avec les élèves. Ensuite il fait travailler les élèves en couples sur la résolution du problème. Après ce temps de travail sur le problème, nous assistons à un retour collectif, par lequel l'enseignant fait ressortir les procédures employées par les élèves. La différence avec le premier problème réside dans le fait que l'étape dans laquelle on statue sur les procédures est absente, probablement parce qu'il n'y a pas de procédures erronées explicitées par les élèves.

La présentation de l'activité :

La recette de punch suit le problème du casse-tête. Comme nous l'avons aussi vu pour la situation du casse-tête, lors de la présentation de l'activité en classe, Jacques commence par attribuer un certain statut à cette situation, comme étant un problème plus facile que le premier. Son critère de facilité porte sur le fait que les élèves ont déjà vu une situation semblable dans les problèmes que nous leur avons donnés avant le début de la séquence sur la proportionnalité.

> « Je vous en donne un deuxième, il est peut-être un peu plus facile, je pense que vous l'avez vu dans l'examen que vous avez fait » (1ère séance, lignes 255 à 257).

Même si Jacques fait référence au problème que nous avons proposé lors du test avant enseignement, les données que nous avons ne nous permettent pas de comprendre pourquoi il a choisi cette activité. Néanmoins, pour ce problème, il ne reprend pas les mêmes grandeurs numériques que nous avions. Dans le problème que nous avions proposé, les données numériques étaient de l'ordre des dizaines, tandis que, dans celui présenté par Jacques, elles se situent dans les centaines. Nous ne connaissons pas non plus les raisons de ce changement.

La présentation de cette tâche prend la forme suivante. Jacques entreprend la lecture de l'énoncé du problème donné aux élèves, qu'il fait suivre de précisions en lien avec la tâche et du développement de ses attentes.

> « Une recette de boisson aux fruits pour 4 personnes est composée des ingrédients suivants : 300 ml de jus d'orange; 150 ml d'eau ; 300 ml de jus de pamplemousse et 60 ml de jus d'ananas. Quelle serait la recette pour 6 personnes ? ». Je veux tous les ingrédients de la recette. Ok, quelques minutes pour faire ça. » ($1^{ère}$ séance, lignes 263 à 266).

Pratique de la situation vécue en classe

Une première remarque importante porte sur l'explicitation de la part de l'enseignant du fait qu'il s'attend à que les élèves trouvent différentes manières de résoudre le problème. L'explicitation de cette attente conduira les élèves à une recherche de différentes procédures possibles.

> « Essayer aussi de trouver plusieurs manières de le faire, là. C'est ça qui m'intéresse, moi pour commencer, plus tu trouves de manières plus je trouve ça intéressant. » ($1^{ère}$ séance, lignes 272 à 273).

Lors du travail des élèves sur le problème (phase de recherche)

Comme nous l'avons observé lors de l'analyse de l'activité du casse-tête, Jacques procède à un repérage de procédures mises en œuvre par les élèves (GP$_1$). Ici, nous pouvons noter cela, non parce qu'il nous l'explicite directement, mais parce qu'il dit aux élèves qu'il a vu certaines procédures qui ont été utilisées, lors du retour collectif. Ce repérage de procédures des élèves lors de la phase de recherche s'avère une des caractéristiques de la pratique de Jacques en classe.

> « **P$_1$** : Ok, on va regarder ça ensemble. Déjà en me promenant, j'en ai vu deux, deux façons de le penser. Alors, en levant la main, qui peut m'expliquer une première manière de le penser. » ($1^{\text{ère}}$ séance, lignes 286 à 287).

Lors du retour collectif sur cette résolution

Dans cette activité, nous notons que Jacques reformule aussi les démarches données par les élèves (GP$_3$). Cette façon de faire confirme une autre des caractéristiques de sa pratique. L'extrait ci-dessous nous montre bien la façon de reformuler les dires des élèves en les enrichissant et en les rendant plus compréhensibles pour la classe. Même s'il demande à l'élève de lui expliquer ce qu'il ou elle a fait, c'est lui qui reformule la procédure employée par l'élève, en la ramenant au contexte, en lui donnant un sens.

> « **Christine** : Ben nous autres on a fait 6 divisé par 4, ça donnait 1.5. Fait que ça veut dire 1.5 fois le nombre de millilitres de chaque.
>
> **P$_1$** : Wow ! 6 divisé par 4 : 1.5. Qu'est-ce que c'est que ce 1.5 là?
>
> **Christine** : Euh, ben 6 divisé par 4 ça donne ça.
>
> **P$_1$** : Ouais, mais ça représente quoi? Est-ce que t'es capable de me dire concrètement dans le problème? D'où y sort le 6? On veut pour six personnes. Ok, nous on veut pour six personnes, on a pour quatre personnes. Le 1.5 fois que t'as sorti, c'est le nombre de… c'est-à-dire le nombre de fois de plus que tu veux ta recette, dans le fond. C'est le nombre de fois que tu veux, c'est le nombre de fois par lequel tu veux augmenter ta recette. (***Jacques reformule la procédure de l'élève pour renvoyer à la signification sous-jacente de cette procédure* – GP$_4$**)

C'est un peu comme on a fait là. Le nombre c'est le facteur par lequel on veut augmenter notre côté, mais ici c'est notre recette qu'on veut augmenter. Là après ça, t'as fait 1.5 multiplié par toutes les valeurs?

Christine : ouais. » (1ère séance, lignes 313 à 324)

Nous observons aussi que Jacques fait un lien entre les procédures utilisées dans les deux situations travaillées dans la séance (le casse-tête et la recette de punch) : multiplication par 1,75, facteur d'agrandissement, et multiplication par 1,5 pour passer de la recette pour 4 à la recette pour 6 personnes. Ce lien peut être caractérisé comme une *institutionnalisation locale à travers laquelle l'enseignant fait en quelque sorte ressortir le point commun entre les procédures utilisées pour amener vers une procédure plus générale*.

Ce qui ressort de l'analyse précédente

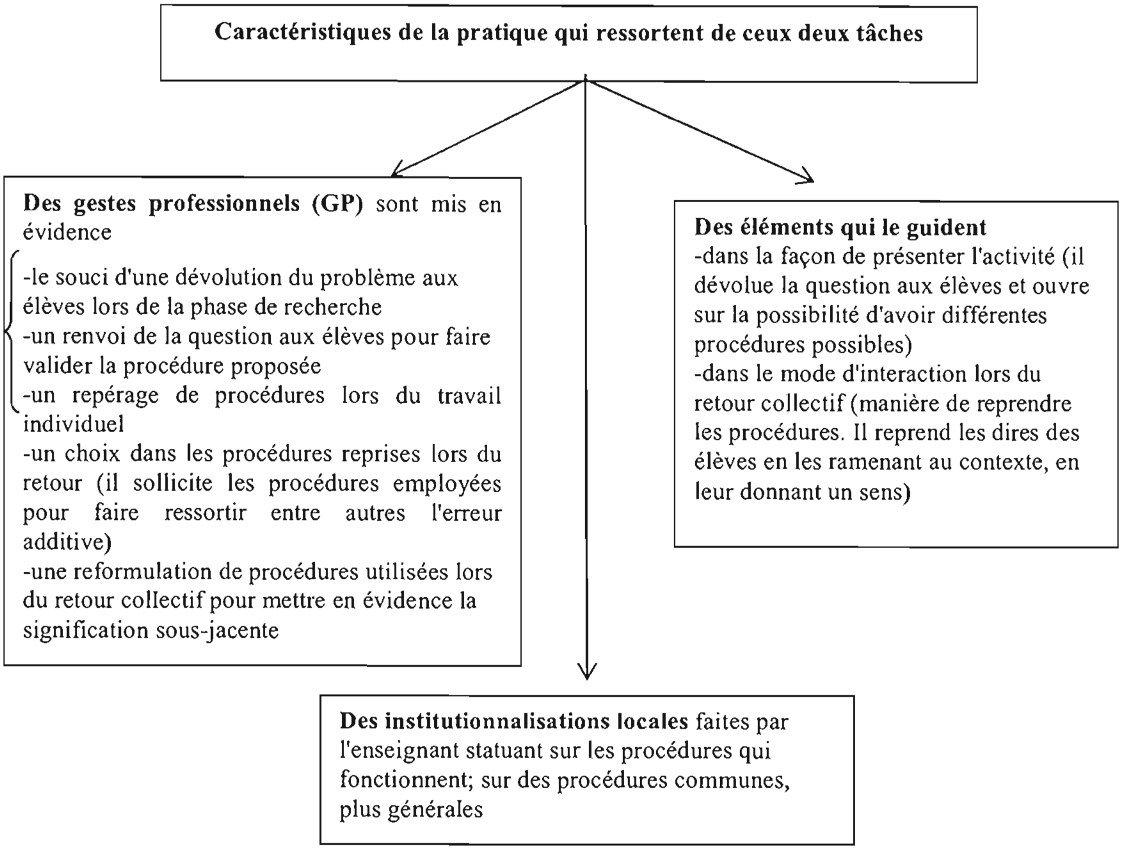
Dans le cas des activités précédentes, nous pouvons dégager quelques caractéristiques de la pratique d'enseignement de Jacques, cette caractérisation va passer par des gestes professionnels (GP's).

L'une des premières caractéristiques que nous avons pu dégager porte sur une dévolution faite aux élèves du problème. Dans le cas de ces activités, nous pouvons parler d'une dévolution réussie car les élèves rentrent dans le jeu, et s'engagent effectivement dans la résolution de la tâche proposée. La dévolution dans cette tâche prend la forme d'un questionnement (GP_4) fait aux élèves renvoyant aux procédures possibles.

Lors du travail de recherche des élèves, Jacques fait un travail de repérage (GP_1) des procédures utilisées par ces derniers. Ce repérage porte à la fois sur des difficultés (procédure additive erronée) et les procédures qu'il a identifié et qu'il veut faire ressortir lors du retour collectif (choix de procédures à reprendre). Ce travail de repérage lui permet, entre autres, d'avertir les élèves du fait qu'il sait que différentes procédures ont été utilisées et qu'il est nécessaire qu'ils verbalisent ce qu'ils ont fait. Ce repérage lui permet aussi d'établir la manière de reprendre les procédures des élèves lors du retour collectif. Nous observons ici, lors des retours réflexifs sur les procédures, un certain choix, selon lequel certaines procédures sont reprises, alors que d'autres sont laissées de côté. (GP_2, voir exemple du casse-tête).

Un autre geste professionnel peut être observé lors du retour collectif. Nous avons noté que Jacques opère des reformulations d'une procédure employée par un élève pour les autres élèves (GP_3). Il reprend et complète l'énoncé de l'élève. Par cette reformulation, Jacques s'assure que la procédure a été comprise par tous les élèves en mettant en évidence la signification sous-jacente. Il fait aussi à l'occasion une institutionnalisation locale sur certaines procédures communes aux deux activités. Dans le cas des procédures reprises, la validation, même s'il renvoie l question aux élèves, est prise en charge par l'enseignant, c'est lui qui statue, sans justifier en détail pourquoi elle fonctionne ou ne fonctionne pas.

La figure ci-dessous nous éclaire sur la caractérisation de la pratique d'enseignement de Jacques, à partir de l'analyse de la séance précédente (à travers le problème du casse -tête, et le problème de la recette).



Caractéristiques de la pratique qui ressortent de ceux deux tâches

Des gestes professionnels (GP) sont mis en évidence

-le souci d'une dévolution du problème aux élèves lors de la phase de recherche
-un renvoi de la question aux élèves pour faire valider la procédure proposée
-un repérage de procédures lors du travail individuel
-un choix dans les procédures reprises lors du retour (il sollicite les procédures employées pour faire ressortir entre autres l'erreur additive)
-une reformulation de procédures utilisées lors du retour collectif pour mettre en évidence la signification sous-jacente

Des éléments qui le guident
-dans la façon de présenter l'activité (il dévolue la question aux élèves et ouvre sur la possibilité d'avoir différentes procédures possibles)
-dans le mode d'interaction lors du retour collectif (manière de reprendre les procédures. Il reprend les dires des élèves en les ramenant au contexte, en leur donnant un sens)

Des institutionnalisations locales faites par l'enseignant statuant sur les procédures qui fonctionnent; sur des procédures communes, plus générales

Figure 4.28- Une première caractérisation de la pratique de Jacques autour du casse-tête et du problème de recette

Dans ce qui suit, nous avons procédé, de manière complémentaire, à l'analyse de la pratique de Jacques, avec le but de confirmer certaines caractéristiques mises en évidence précédemment, de voir si de nouveaux éléments apparaissent. Ceci nous amène à sélectionner certaines séances : à savoir la séance portant sur la résolution de problèmes de taux et des rapports (3^{e} séance), celle qui concerne la construction d'une définition (4^{e} séance) et enfin celle qui porte sur résolution d'un problème de proportion (4^{e} séance).

4.2.2.4. Analyse de la résolution de deux problèmes en classe sur rapports et taux (3^e séance)

Pour effectuer cette analyse, nous allons procéder en plusieurs étapes. Tout d'abord, nous allons situer la résolution de ces problèmes dans la séance, tout en décrivant le mode de fonctionnement qui apparaît. Nous nous attarderons ensuite à la manière dont les problèmes ont été présentés en classe par l'enseignant (à travers la tâche donnée aux élèves). Enfin, nous analyserons les interactions entre l'enseignant et les élèves (la pratique de la situation vécue) : comment s'est fait la récupération des procédures explicitées par les élèves? Nous allons analyser la stratégie d'enseignement développée en classe. Plus précisément, nous nous concentrons sur la manière dont se vivent les interactions entre l'enseignant et les élèves et la façon dont l'enseignant récupère les procédures développées par les élèves lors de la résolution de chacun des problèmes.

Mode de fonctionnement global qui se dégage de l'observation de la résolution de ces deux problèmes[97]

En analysant le scénario d'enseignement autour de ces deux problèmes, nous remarquons qu'ils possèdent une structure commune. Tout d'abord, les épisodes commencent par la présentation de l'énoncé des problèmes et de la tâche à effectuer par les élèves (par le biais de la consigne donnée). Ensuite, Jacques invite les élèves à résoudre le problème. Il amorce collectivement le questionnement sur la résolution du problème. À la fin, il y a une institutionnalisation locale faite par l'enseignant issue du retour sur le problème. A la différence des activités du casse-tête et de la recette de punch, le temps de recherche dédié à la résolution du problème est très court.

---

[97] Les énoncés des problèmes seront présentés plus loin dans le texte.

La présentation des problèmes :

Ces deux problèmes ont été donnés aux élèves à la moitié de la troisième séance pour travailler les taux et les rapports équivalents. L'enseignant écrit l'énoncé des problèmes au tableau. Il est important de dire que le deuxième problème est donné seulement après que la résolution du premier soit terminée.

4.2.2.4.1. Le premier problème :

Le skieur
Un skieur parcourt :
Le lundi 27km en 2h30min
Le mardi 32km en 3h15min
Quelle journée a-t-il été le plus rapide?

La résolution du problème est faite de manière collective. Pour commencer, Jacques revient sur une question posée par un élève sur le besoin d'utiliser les rapports et les taux dans ce problème.

« **P$_1$** : [...] La question c'est, quelle journée a-t-il été le plus rapide? Quelle journée...quelle journée a-t-il été le plus rapide?

Élève : C'est supposé d'aller avec les taux pis tout ça? (***L'objet sur lequel on discute n'est plus la résolution du problème, mais le savoir en jeu dans ce problème***)

P$_1$: Ben...Qu'est-ce que tu en penses? Est-ce qu'ici ça parle de taux ou ça parlerait plus de rapports? (***ici, Jacques questionne pour renvoyer à la signification du problème* – GP$_4$**)

Élève : De taux.

Vincent : Non, de rapports.

Élève : De rapports.

> **Élève :** On va avoir des kilomètres et des kilomètres pis des heures et des heures. (***Selon la façon dont nous abordons le problème, nous pouvons en effet y voir des taux ou des rapports***)
>
> **P$_1$:** C'est la question qu'on va se poser (***la question reprise par Jacques n'est plus celle du problème. Elle devient « y est-il question de taux ou de rapports***). Là, on va le faire ensemble celui-là parce que j'aimerais ça qu'on...qu'on...de savoir ce que vous pensez là-dedans. (***Il renvoie la question aux élèves* – GP$_4$**) » (3ème séance, lignes 108 à 117).

Les remarques apportées par les élèves en cours de route ne sont pas reprises par l'enseignant, il ne cherche pas en fait à développer les raisons pour lesquelles les élèves voient dans ce problème une allusion aux taux ou aux rapports.

Il invite par la suite (voir extrait suivant) une élève à expliciter son raisonnement de façon qualitative, c'est-à-dire sans entrer dans les calculs, mais en axant son explication sur la démarche et le sens de ce qu'elle fait. Nous voyons ici que les questions posées par l'enseignant aident l'élève dans l'explicitation de son raisonnement. Il sollicite une explication de la démarche par l'élève dans le contexte par un questionnement qui renvoie à la signification sous-jacente de la procédure employée (GP$_5$).

> **Stéphanie :** Ben, moi sûrement j'aurais fait deux heures et demie divisées par vingt-sept kilomètres, trois heures et quart divisées par trente-deux kilomètres (***des heures par kilomètre***). Pis là, sur...sûrement que... (???).
>
> **[...]**
>
> **P$_1$:** [...] j'aimerais ça voir...Ce que t'avais commencé Stéphanie c'était intéressant, qu'est-ce que t'as dit...tu diviserais le nombre? (***Jacques avait repéré auparavant la procédure proposée par Stéphanie et ici il l'invite à l'expliciter*** – GP$_1$)
>
> **Stéphanie** : De temps par l'autre.
>
> **P$_1$:** Et...quelles..., sans le faire, quelles conclusions tu pourrais tirer par rapport à ça?
>
> **Stéphanie :** Ben, combien de kilomètres par minute.

P$_1$: Combien de kilomètres par?

Stéphanie : Ben, j'les aurais transformés en minutes. Parce que deux heures et demie si tu fais (*???*).

P$_1$: Ok, donc t'aurais tout mis ça en minutes, ok. (***Jacques reprend ce que l'élève dit***)

Stéphanie : Ça m'aurait donné un kilomètre pour combien de temps, pis là j'aurais pu comparer, lundi de kilomètres pour combien temps, pis mardi de kilomètres pour combien temps.

P$_1$: Ok, donc, toi tu dis…tu voudrais trouver le temps. Lundi, tu voudrais trouver le kilomètre, un kilomètre, il l'a fait en combien de temps. Pis mardi, un kilomètre il l'a fait en combien de temps (***Il reformule le raisonnement de l'élève pour la classe* – GP$_3$**). Puis, pis à ce moment quelles conclusions tu tirerais?

Stéphanie : Ben…

P$_1$: Où il va être le plus rapide? (***il sollicite le sens par un retour à la question***)

Stéphanie : Celui qui…ben, celui que le kilomètre va prendre le moins de temps.

P$_1$: Celui dont le kilomètre va faire…va prendre le moins de temps, ça va être là qui va être le plus rapide, ok. Donc, ça c'est une première…oui, c'est quelque chose que l'on peut faire. Alors, si on va calculer pour les…on va calculer comme une journée à la fois, là, bon, lundi, le kilomètre il le fait en combien de temps? Alors, lundi, il fait vingt-sept kilomètres pis ça y prend deux heures trente. Alors, toi tu parlais tantôt de transformer…quelqu'un d'autre que… - Vincent - qui a apporté l'idée de transformer les heures en? » (***il reformule ce qui dit l'élève dans le contexte***) (3ème séance, lignes 123 à 145).

Une fois le raisonnement explicité, le groupe s'engage dans la recherche du calcul qui doit être fait pour trouver la réponse, soit la journée où le skieur a été le plus rapide. Nous allons noter qu'à la fin, Jacques s'appuie sur la procédure employée par l'élève pour introduire le terme « taux unitaire ». Cette manière d'introduire le vocabulaire caractérise une institutionnalisation locale qui s'articule sur ce qui a été produit par les élèves.

P$_1$: On veut savoir qui va faire combien de minutes par kilomètre ou combien de kilomètres par minute (***Il ouvre ici sur deux manières de voir la résolution du problème - en reprenant ce que Stéphanie avait annoncée***). Y'a deux manières de le voir. Ça...ça y prend cent cinquante minutes pour faire vingt-sept kilomètres, un kilomètre va y' en prendre combien? Cent cinquante divisé par vingt-sept, alors ça y prend cent cinquante minutes pour faire vingt-sept kilomètres. Vous avez un taux que vous avez formé, qui est une fraction : cent cinquante minutes pour vingt-sept kilomètres. Si tu veux avoir une fraction équivalente, moi j'aimerais ça savoir pour un kilomètre, ici. Ça va prendre combien de temps? Qu'est-ce qu'on faisait en secondaire 1 quand on avait des fractions? (***En faisant ce lien avec fraction, il cherche à les aider dans la résolution, en ramenant à des connaissances antérieures***) Quand on avait...y'avait pas d'unité, c'est sûr qu'on avait cent cinquante sur...

P$_1$: [...] La question c'est : Quand est-ce qu'il a été le plus rapide? Lundi ou mardi?

Élève : Lundi.

[...]

P$_1$: [...] Ok, il est plus rapide ici (*le lundi*) donc, moins rapide là. Mais, ça m'amène à parler d'autre chose, sans le définir proprement dit, là, ça ce sont des taux, ben j'aimerais que vous les écriviez. Faites...faites une flèche pour les deux taux. On les appelle aussi des taux...

Élève : Équivalents.

P$_1$: Ben non, sont pas équivalents. Sont surtout pas équivalents. On les appelle des taux unitaires. (***Il y a une rupture***[98] ***sur la manière d'intervenir, il ne renvoie pas ici la question aux élèves***)

Élève : (???)...les deux ensembles, c'est des minutes comparées à des kilomètres.

P$_1$: Oui, mais c'est pas pour ça qu'on les appelle des taux unitaires. Parce que tous les deux des unitaires, parce que ça compare tous les deux une unité. Ici, dans notre cas, c'est des unités qui sont nos kilomètres. Les deux taux qu'on a là nous donnent le temps qu'on a, mais pour un kilomètre, dans les deux cas. C'est deux situations différentes. Sont pas équivalents les taux. S'ils avaient été équivalents les deux auraient donnés le même...la même fraction, si tu veux. Mais, c'est ce qu'on appelle des taux unitaires, vu le mot unité. Pour une affaire,

---

[98] Nous parlons ici de rupture dans le sens de changement : il y a un changement dans la manière habituelle d'intervenir de l'enseignant. Ce changement nous informe, en retour, sur son activité.

ok, sur vingt-cinq dollars de l'heure, c'est pour une heure, je fais vingt-cinq dollars. Ça aussi, c'est un taux unitaire, ok ? » (***une institutionnalisation locale apparaît sur un certain savoir, issu de la situation travaillée par les élèves***) (3^{ème} séance, lignes 184 à 261).

Quel bilan pouvons-nous dresser de ce qui précède?

L'analyse de ce problème nous a permis de repérer certaines caractéristiques de la pratique d'enseignement de Jacques. D'abord, il y a une idée de dévolution de la situation faite aux élèves, par exemple quand un élève lui pose une question, il renvoie la question en demandant « Qu'est-ce que t'en penses? ». Dans le cas de ce problème la dévolution est plus locale et elle a comme objectif de faire en sorte que l'élève raisonne sur la signification du mot utilisé. Elle porte sur une question précise d'un élève « C'est un rapport ou un taux? ». Tandis que dans le cas de l'introduction des rapports et des taux, la dévolution était plus générale et renvoyait aux élèves la construction d'une définition des concepts.

Nous retrouvons, de plus, un repérage des procédures des élèves (GP_1). Néanmoins, ici ce repérage se différencie de celui qui était effectué dans la résolution du problème du casse-tête par le fait qu'il a lieu au cours de l'action, lors du retour sur les procédures des élèves. Par contraste, dans le casse-tête, il se faisait lors du travail individuel des élèves, dans la phase de recherche (voir par exemple la reprise de la procédure proposée par Stéphanie).

Une autre caractéristique de la pratique de Jacques dans la résolution de ce problème porte sur la manière dont il reformule la procédure de l'élève (GP_3). Cette reformulation a pour objectif de rendre la procédure utilisée accessible à toute la classe. Les analyses nous ont permis de constater certaines caractéristiques de la pratique qui porte sur l'importance de raisonner. Cette importance était annoncée par Jacques lors de l'entrevue initiale et mise en évidence ici à travers le GP_5 – où Jacques questionne l'élève afin de lui faire expliciter le raisonnement qu'il a employé.

Lors de l'institutionnalisation locale (avec l'introduction du taux unitaire), il y a une rupture dans la façon dont Jacques intervient auprès des élèves (« taux… ben non! Surtout pas équivalents »). Dans les autres situations, au contraire, Jacques confiait plutôt la question aux élèves en leur demandant par exemple ce qu'ils en pensaient. Cette différence nous porte à croire que, dans la mesure où il s'agit de l'introduction d'un nouveau vocabulaire, interroger les élèves sur le sens qu'ils attribuent aux mots ne serait pas nécessaire, et c'est la raison pour laquelle l'enseignant procède lui-même à l'institutionnalisation dans cette situation.

Nous allons voir, par la suite, si ces caractéristiques se retrouvent lors de la résolution du deuxième problème et en quel sens elles peuvent y intervenir.

4.2.2.4.2. Le deuxième problème :

La classe

Dans un groupe d'élèves, le rapport du nombre de garçons au nombre de filles est de 2 : 3. Vrai ou faux.

a) Il y a 2 garçons dans cette classe _____
b) Le nombre de filles est supérieur au nombre de garçons _____
c) Il y a 12 gars dans ce groupe si le nombre d'élèves est 30 _____

Ce deuxième problème permet de voir le sens que les élèves accordent au rapport 2 : 3.

La présentation de l'activité :

L'introduction du problème, le moment où Jacques donne les consignes sur le mode de travail attendu, porte surtout sur la lecture de l'énoncé du problème avec un court temps de recherche laissé aux élèves.

> Alors, c'est justement c'est pour faire suite à ce qu'on a fait tantôt. C'est dans un groupe d'élèves...dans un groupe d'élèves, le rapport...le rapport du nombre de garçons au nombre de filles est deux pour trois. Ok ? Ma question, alors c'est juste de dire si les affirmations que je te mets là sont vraies ou fauses? Alors, sans écrire si c'est vrai ou faux, on va dire vrai ou faux. Le « A », dites-le pas à voix haute là, écrivez-le. Il y a deux garçons...
>
> [...]
>
> **P$_1$:** Vrai ou faux ? Et, donc le nombre de filles est supérieur...
>
> **P$_1$:** Au nombre de gars. [...]. Au nombre de garçons, vrai ou faux ? Et le « C », il y a douze gars dans ce groupe si le nombre d'élèves est trente. C'est vrai ou faux ? Bon, finissez de l'écrire, relisez-le, imbibez-vous du problème. Dans une minute, une minute et demie, on va le regarder ensemble.

Nous pouvons noter qu'en suivant ce que Jacques nous avait annoncé lors de l'entrevue, il veut amener les élèves à comprendre le sens des rapports sans passer au départ par des calculs, et c'est dans cette perspective qu'il introduit l'activité. Nous avons aussi pu noter ce point lors du travail sur le problème du skieur, où il a demandé aux élèves de réfléchir sur la question avant d'entamer les calculs.

Résolution collective de ce problème

La résolution du problème commence par une explicitation de la compréhension par les élèves de l'énoncé du problème.

> **P$_1$:** Dans ses propres mots, qu'est-ce que ça veut dire juste l'énoncé en haut, là ? Qu'est-ce que ça veut dire ce qui est écrit en haut, pas les questions là, juste ce qui

> est écrit dans l'énoncé ? Qu'est-ce que ça veut dire en haut, là, l'énoncé ? Bianca ?
>
> **Bianca :** Ça veut dire deux gars pour trois filles.

Deux garçons dans la classe : Un moment de conflit sur la conception d'une fraction réduite

Ensuite, Jacques les interroge sur la possibilité d'avoir seulement deux garçons dans la classe. Comme cela a été annoncé précédemment, le rapport est défini comme étant une fraction réduite[99] et c'est en ces termes que les élèves répondent à son questionnement.

> **P_1 :** Ça veut dire qu'il y a deux gars pour trois filles, ok. Alors, gardons ça en tête. Est-ce que ça veut dire qu'il y a deux garçons dans la classe ? (***Jacques questionne les élèves pour les renvoyer à la signification sous-jacente du problème* – GP$_4$**)
>
> **Élèves :** Non.
>
> **P_1 :** Non. Pourquoi ils disent qu'il y a deux gars pour trois filles ? Pourquoi on ne peut pas conclure nécessairement qu'il y a deux gars ? Stéphanie ?
>
> **Stéphanie** : Ben, parce que d'habitude le chiffre qui est là, c'est le chiffre réduit.
>
> **P_1 :** Le chiffre réduit ?
>
> **Stéphanie** : Ben, la fraction.

Cette question (est-ce que ça veut dire qu'il y a deux garçons dans la classe?) provoque un conflit chez les élèves en lien avec la définition de ce qu'est un rapport, définition qui a été introduite lors du premier cours. À partir de ce moment, Jacques

---

[99] « Le rapport c'est en priorité une fraction, c'est la première partie de la définition, c'est une fraction simplifiée, elle est simplifiée, elle est réduite à sa plus simple expression. C'est une fraction simplifiée-là c'est ce que vous avez dit après - qui établit la comparaison ... entre deux quantités de même nature » (1ère séance, lignes 472 à 476).

introduit la possibilité que le rapport ne soit pas nécessairement une fraction réduite, ce qui est différent de ce qu'il avait annoncé auparavant.

> **P$_1$:** La fraction réduite, oui. Le rapport que je t'ai donné c'est vrai que ça peut être…c'est une fraction réduite. Ça se peut qu'il y ait cinq gars dans…euh, cinq euh,…ça se peut qu'il y ait deux gars dans cette classe là ?
>
> **Élève 1 :** Oui.
>
> **Élève 2 :** Ben, non.
>
> **P$_1$:** Dans quel cas c'est possible ? Hélène ?
>
> **Hélène** : Si y'a cinq élèves dans la classe.
>
> **P$_1$:** Si c'est une petite classe, oui. Si t'as cinq élèves dans la classe, deux gars et trois filles, ben, oui ! Tu vas avoir deux gars pour trois filles, tu vas avoir une petite classe, là. Mais, ça se peut. Ça se peut, mais ça serait une petite classe. On peut dire une petite classe d'adaptation scolaire. (***En même temps Jacques ouvre sur le fait que 2 : 3 représente toute une classe possible de fractions. Il y a plusieurs possibilités, c'est relatif au tout qui est envisagé***)

Un deuxième moment de conflit : le statut du vrai/faux

Dans l'extrait qui suit nous voyons apparaître un conflit sur le statut attribué à la réponse attendue : Vrai?, Faux?

> **Élève :** Marquer « vrai ». (***L'élève dit cela en lien avec la réponse au a : il y deux garçons dans cette classe***)
>
> **P$_1$:** Non, parce que « vrai », on aurait marqué « vrai » si c'est tout le temps vrai. Ici, ce n'est pas tout le temps vrai. Y'a deux garçons dans cette classe, ben, ça peut être vrai, mais c'est majoritairement pas vrai.
>
> **Élève :** Ben, parce que le « C » contredirait ça ?
>
> **P$_1$:** Comment le « C » ? On va regarder ça, après.
>
> **Élève :** Ben, s'il y a trente personnes dans la classe, l'autre on vient de dire y'en a cinq.

> **P₁ :** Ouais, ok, c'est vrai, bon on va le laisser de côté. C'est sûr que si le « C » est vrai, ce qui est dit dans le « C », le « A » va être nécessairement faux. Le nombre de filles est-il supérieur au nombre de garçons? (3ème séance, lignes 318 à 338).

Nous pouvons observer ce conflit quand un l'élève dit : *« on marque vrai »*. En essayant d'établir le statut de l'énoncé, l'enseignant répond : « non, parce que ce n'est pas majoritairement vrai ». Si, d'un côté, il affirme que c'est « non », de l'autre il accepte la réponse probable, « peut-être », dans certaines situations (ça peut-être vrai) sans statuer sur la réponse à donner au problème de la part des élèves (vrai ou faux). Ensuite, les élèves reviennent au contexte du problème, où, dans une classe de 30 élèves (question C) et un rapport de 2:3 (énoncé du problème), il est impossible de n'avoir que deux garçons. C'est à ce moment que nous pouvons noter que l'enseignant ne s'attendait pas à ce que ce questionnement prenne une telle ampleur, ce qui constitue ce que nous définissions plus haut comme un « incident critique ». Il essaie de passer à autre chose, mais les élèves le ramènent toujours au contexte du problème, en essayant de statuer sur la réponse. Pour eux, l'alternative est entre le vrai et le faux et ils veulent savoir ce qu'il en est.

La résolution d'un calcul :

Après cet incident critique Jacques passe à la question C du problème où il s'agit de trouver le nombre de garçons, dans le cas où il y a 30 élèves dans cette classe. Cela fait, il revient sur la question et conduit les échanges en sollicitant un développement de la procédure utilisée par l'élève. Jacques questionne l'élève pour lui demander d'expliciter la démarche de calcul qu'il a employée (GP_5). Cela nous renvoie à la signification sous-jacente de la procédure employée.

> **P₁ :** Y'a douze gars dans ce groupe, si le nombre d'élèves est trente, ça est-ce que c'est vrai ou si c'est faux? Cynthia?
>
> **Cynthia** : C'est vrai.

P_1 : Pourquoi? (***Jacques questionne l'élève pour qu'il explique sa procédure***)

Cynthia : Ben, moi j'ai fait trente moins douze. Ça me donnait vingt…dix-huit.

P_1 : Bon, ok, c'est trente moins douze. C'est quoi ça, dix-huit quoi? (***il questionne sur le sens de la réponse***)

Cynthia : Dix-huit filles pour gars… euh, ben ça fait…ça fait, là je peux pas prendre douze gars pour dix-huit filles. Pis là, j'ai simplifié ça pis ça m'a donné un deux sur trois.

P_1 : Alors, t'as commencé par aller trouver les filles, effectivement c'est une bonne stratégie là, les élèves ça peut être des filles ou des gars, et je t'apprends rien en te disant que si t'es pas un gars la plupart du temps t'es une fille.

Élève 1 : Ah?

Élève 2 : La plupart du temps !

P_1 : La plupart du temps. Alors, t'as trouvé tes filles, ce qui est logique, tu as le rapport de gars sur filles donc douze sur dix-huit. Douze gars pour dix-huit filles. Et, en simplifiant le rapport on obtient, en six, deux tiers, deux pour trois, si je divise par six en haut et en bas. Donc, cet énoncé-là est vrai. Il est vrai tout le temps. T'as douze gars et t'as trente élèves dans la classe. On trouve le nombre de filles, qu'on n'a pas, divisé par…euh, c'est-à-dire le nombre de gars…le rapport gars sur filles, trouvez le nombre de filles avant. Est-ce que ça va ça ou euh…? ($3^{ème}$ séance, lignes 345 à 365).

À partir de l'extrait ci-dessus, nous pouvons noter que Jacques est au niveau de l'explicitation d'un calcul, d'une procédure. Il ne revient pas sur le sens de cette fraction réduite (nombre représentant un ensemble de possibles). C'était ce sens attribué à une fraction réduite qui a causé des difficultés (avec un incident critique) chez les élèves (2 : 3 représente pour eux 2 filles pour 3 garçons, pas autre chose).

Pour conclure l'épisode, Jacques introduit la notation utilisée et établit la différence entre la notation utilisée dans le manuel (avec les 2 points) et celle qu'il utilise (en forme de fraction avec la barre oblique).

> **P_1 :** C'est juste pour clarifier un peu, là. On a travaillé un peu sur les taux dans l'autre, lui un petit peu sur les rapports. Ben, lui pas mal sur les rapports. C'est un rapport. Je te rappelle parce que souvent la notation utilisée c'est ça, là. Deux pour trois. Deux points signifie en fait deux pour trois, c'est comme une fraction linéaire d'écrire un rapport au lieu que ça soit comme en colonne, en...de façon verticale. On l'a fait de façon horizontale. Bon, alors là, je vais vous renvoyer pour euh, bon mettons vingt-cinq minutes, vingt-cinq minutes je vous renvoie dans votre cahier. Dans votre livre.

Au moment où Jacques présente la notation il opère une institutionnalisation en la situant par rapport au manuel. Dans le premier cas, elle portait sur le taux unitaire, ici elle porte sur la notion de rapport et sa notation. Ici aussi, nous pouvons remarquer que l'institutionnalisation faite lors de l'introduction de cette notation est en décalage par rapport à ce qu'il a travaillé en classe et l'activité des élèves sur le problème « filles – garçons ». Il profite, dans les deux cas, d'un problème et de sa résolution pour introduire un savoir connexe à ce dont on parle.

Bilan général des analyses

L'analyse de ce problème, comme celle présentée précédemment, nous a permis de caractériser un plus précisément la pratique de l'enseignement de Jacques. D'abord, nous remarquons que Jacques a un souci d'attribuer un sens au problème en demandant aux élèves de réfléchir sur le problème avant de s'engager dans les calculs (comme on le voit dans le problème autour du sens du rapport 2 : 3), de reformuler dans leurs propres mots l'énoncé du problème. Ce souci d'attribuer un sens au problème a été explicité par Jacques lors de l'entrevue sur la planification. Ce souci d'attribuer du sens au problème est suivi d'une dévolution du problème aux élèves. La dévolution faite pour Jacques renvoie les élèves, d'une part, à la recherche de la signification sous-jacente du problème, et, d'autre part, à la signification sous-jacente des procédures employées. Dans la manière dont il récupère (il fait un choix - GP_2) les réponses et procédures des élèves pour le retour, nous pouvons observer une certaine intention de mettre en évidence une procédure qui porte sur la simplification des rapports, procédure qu'il avait privilégiée auparavant. Il sollicite l'explicitation de la procédure par l'élève en (d). Cette demande d'explication de la démarche employée par l'élève caractérise aussi un geste professionnel identifié dans la pratique d'enseignement de Jacques (GP_5).

Lors de l'analyse de ce problème, nous avons pu remarquer que les questions posées sont de natures différentes. Les deux premières questions (a, b) se situent sur le plan conceptuel (ils demandent de porter un jugement sur l'énoncé comme vrai/faux), elles obligent à revenir sur le sens du rapport. Au contraire, la dernière question sollicite un calcul. Les questions (a) et (b) ont créé des conflits (des incidents critiques), car l'enseignant n'arrivait pas à statuer sur la réponse dans le premier cas (vrai ou faux), et car une certaine conception du rapport chez les élèves y était en œuvre (fraction réduite). Les analyses précédentes nous ont montré que Jacques présente une certaine difficulté à gérer ces moments critiques qui portent plus sur l'aspect conceptuel (le sens du rapport, la construction d'une définition, la validité de l'énoncé), ce qui n'est pas le cas pour les moments de retour sur des procédures de résolution.

Comme précédemment, nous remarquons aussi un décalage au moment de l'institutionnalisation. Le contexte du problème est laissé de côté et des termes (taux unitaires) et une notation sont présentés sans lien direct avec ce qui a été travaillé auparavant.

4.2.2.5. Bilan de l'analyse de ces deux problèmes

L'analyse de la résolution en classe de ces deux problèmes nous renseigne sur quelques caractéristiques de la pratique d'enseignement de Jacques. D'abord, nous retrouvons l'idée de dévolution de la situation aux élèves, qui est présente dans ces deux problèmes, au moment de la présentation du problème.

Un autre Geste Professionnel observable est celui du repérage des procédures utilisées par les élèves (GP_1). Dans le cas de ces deux problèmes, il est fait lors de la résolution collective du problème. Dans le deuxième problème, Jacques attend aussi des élèves une explicitation de la procédure utilisée. Cette explication renvoie à la signification sous-jacente de la procédure employée par l'élève. Nous expliquons le souci de faire expliciter aux élèves leurs procédures et leurs raisonnements par l'exigence d'amener les élèves à raisonner, exigence que Jacques nous avait annoncée lors de l'entrevue initiale.

Nous retrouvons aussi l'idée d'institutionnalisation locale faite par l'enseignant. Dans ces problèmes, cette institutionnalisation arrive seulement à la fin de chacun des épisodes (du traitement des problèmes), et comme nous l'avons mis en évidence auparavant, elle est en rupture avec le travail fait par les élèves en classe.

En ce qui concerne les incidents critiques, ils apparaissent seulement lors de la résolution du deuxième problème, problème qui sollicite chez les élèves le sens attribué à un rapport. Dans le premier problème, les questions que les élèves et l'enseignant soulevaient portaient plus sur les calculs et l'explicitation de la procédure employée. On observe le cas des questions portant davantage sur l'aspect conceptuel une certaine difficulté à gérer les interactions didactiques.

Par la suite, dans le travail de caractérisation de la pratique d'enseignement de Jacques, il sera important d'observer dans quel sens nous retrouvons, dans les épisodes suivants, les gestes professionnels mentionnés ci-dessus.

4.2.2.6. Analyse des séances en classe portant sur la notion de proportion et sur les situations de proportionnalité : construction d'une définition et reconnaissance d'une situation de proportionnalité[100]

Jacques commence la partie sur les proportions en demandant aux élèves ce qu'est une proportion. Nous avons déjà identifié ce type de pratique en classe quand nous avons analysé les séances sur l'introduction des rapports et des taux, et de l'équivalence de taux et rapport. Il emploie une démarche inductive qui débute par une sollicitation des élèves sur le sens qu'ils accordent au mot.

> « **P₁ :** Donc, on commence par les proportions. Intuitivement, quand est-ce qu'on voit ce mot-là? C'est un mot qu'on emploie quasiment à toutes les sauces (***d'une certaine manière, il guide les élèves vers le sens courant du mot***). C'est-à-dire qu'on l'emploie n'importe comment, n'importe quand. Une proportion? Est-ce qu'il y en a qui ont une idée intuitive de ce que ça peut être? Émilie ? (***Il questionne pour renvoyer au sens du mot*** – GP$_4$)
>
> **Émilie** : Une quantité.
>
> **P₁ :** Une quantité ? Ouais et non, oui et non. (***Il essaie d'aller plus loin en semant le doute***)
>
> **Vincent** : Une quantité par rapport à quelque chose.
>
> **P₁ :** Oups ! Une quantité par rapport à quelque chose, oui, il y a cette idée-là, mais « une quantité », je sais pas... ce mot-là m'accroche, mais...peut-être. Une quantité par rapport à quelque chose.» (4ème séance, lignes 460 à 469).

Ainsi comme pour les rapports et les taux, les élèves n'arrivent pas à cerner le sens du mot dans la direction attendue par Jacques. Afin qu'ils y arrivent il change le terme « proportion » par « proportionnelle », et repose la question. À la fin, ce sera lui-même qui donnera la définition aux élèves, tout comme c'était le cas dans les leçons sur rapports et taux, comme nous pourrons le remarquer.

---

[100] Le travail sur les proportions et la reconnaissance d'une situation de proportionnalité occupe les séances 4, 5 et 6.

> **P$_1$:** [...] Proportion. Proportionnelle. Quand est-ce qu'on utilise le mot «proportionnelle»? Ça doit avoir rapport avec « proportion ». Oui?
>
> **Élève :** Quand deux choses sont pareilles.
>
> **P$_1$:** Quand deux choses sont pareilles...ouais, c'est le mot «chose» que j'aime moins.
>
> **Élève :** Quelque chose est plus gros que quelque chose.
>
> **P$_1$:** Quelque chose est plus gros... ouais.
>
> **Élève :** (???) proportionnel à un autre.
>
> **Élève :** Mettons un chiffre est proportionnel à un autre parce que le chiffre est plus gros que l'autre.
>
> **P$_1$:** On pourra pas...on pourra pas dire des chiffres sont proportionnels. C'est pas des chiffres qui vont être proportionnels, c'est le « chose » de tantôt. (***Il donne un indice***)
>
> **P$_1$: [...]** En fait, c'est...ce qu'on cherche dans...dans une proportion, dans le fond là, une proportion c'est deux choses évidemment qui sont équivalentes. Mais, ces choses-là ce sont des rapports. Des...des rapports, des fractions qui sont équivalentes. Mathématiquement, c'est ça la définition d'une proportion (***Il finit par donner la définition***) (4^e séance, lignes 471 à 496).

Nous retrouvons un peu le même schéma que pour les leçons sur les rapports et taux, et l'équivalence de rapports et taux, dans le sens où la leçon vise la construction d'une définition par les élèves. La sollicitation démarre par une recherche du sens que les élèves accordent au mot. Dans la mesure où cette dernière n'est pas concluante, il essaie de donner d'autres indices, de formuler la question autrement et il finit par donner lui-même la définition. Ce même schéma est encore présent quand Jacques introduit les situations proportionnelles. Il consiste à faire construire par les élèves la définition de ce que c'est une situation proportionnelle.

> « **P$_1$: [...]** Souvent, on va employer le terme d'« une situation qui est proportionnelle ». Qu'est-ce qu'une situation proportionnelle. Intuitivement? Si tu sais ce que c'est qu'une proportion, c'est deux fractions qui sont équivalentes,

> qu'est-ce que va donner une situation proportionnelle? Avez-vous déjà entendu ce mot-là « situation proportionnelle »? (***Il questionne encore les élèves pour renvoyer au sens attribué au mot*** – GP_4)
>
> **Élève :** (*???*).
>
> **P_1 :** Dans un contexte...effectivement, on va avoir un contexte qui va être rattaché à ça. Je vais vous en donner un contexte, on va regarder pourquoi c'est une situation proportionnelle. Alors on va donner...c'est l'exemple de Stéphanie justement. Une feuille mauve que tu gardes dans...tes notes de cours. Euh, vous l'avez. Alors le problème de Stéphanie, Stéphanie qui garde des enfants à raison de trois dollars de l'heure, effectivement c'est pas cher.
>
> **[...]**
>
> **P_1 :** Ah, bon. Ben, c'est ça que je pensais, aussi, que c'était pas si dispendieux. Alors on te demande de compléter la table de valeurs suivante, qui représente la relation entre le salaire de Stéphanie et le nombre d'heures qu'elle travaille. Vous avez une table de valeurs qui est donnée. Ex...ben, c'est-à-dire écrivez les valeurs qui vont aller aux bons endroits (*???*) le nombre d'heures et le salaire qu'elle obtient et répondez aux questions B et C. » ($4^{ème}$ séance, lignes 559 à 577).

À la différence des autres contenus, comme rapport et taux, Jacques est passé tout de suite à un exemple. Il ne reviendra pas sur cette définition. Dans l'exemple, les élèves auront à reconnaître la proportionnalité de la situation en utilisant pour cela une table de valeurs. Dans ce cas-là, une marche à suivre est donnée. L'exemple ici permet aux élèves d'analyser la situation pour savoir si elle est proportionnelle ou non. Cet épisode ne se termine pas par l'énoncé d'une définition, mais par la présentation d'un outil qui permet de reconnaître la proportionnalité dans une situation donnée.

Ensuite, Jacques introduit, par le biais d'une institutionnalisation portant ici sur un vocabulaire mathématique, ce qu'on entend par « termes d'une proportion », en partant d'un exemple. Nous allons pouvoir noter le besoin démontré par un élève d'attribuer un sens à cette nomenclature.

> « **P_1** : Un et quatre, c'est ce qu'on appelle les extrêmes. Ça, c'est un des extrêmes, ça c'est l'autre extrême. Et les autres, (*???*), non « les extrêmes », pas « les

externes », les deux autres, qui sont les termes numéro deux et numéro trois, c'est ce qu'on appelle « les moyens ».

Marco : « Extrêmes » quoi ?

P$_1$: Les extrêmes et les moyens…les extrêmes et les moyens.

Marco : Mais c'est quoi « extrême » (*???*) c'est le numéro un ?

P$_1$: Ouais, ben, c'est le numéro un, le premier. Sont numérotés comme ça, le premier terme, deuxième, troisième, quatrième. Oui, excuse ?

Élève : À quoi ça sert ça ?

P$_1$: À quoi ça sert de ?

Élève : De marquer ça ?

P$_1$: De marquer ça ? Les nombres ?

Élève : Ben, extrêmes…un, deux, trois quatre, cinq, six…

P$_1$: À quoi ça sert…ben, c'est juste pour les identifier, y'a pas de…qu'est-ce que tu veux…

Élève : Ben, ça veut dire quoi ça des « extrêmes »…des…

P$_1$: Des « extrêmes », ben c'est juste les noms qu'on leur donne, c'est juste par définition, là.

Élève : C'est…pourquoi (*???*) « moyen », moyen (*???*) deux ?

P$_1$: C'est le deuxième… le deuxième terme, t'as le terme un, le terme deux, le trois et le quatre.

Élève : Pourquoi c'est (*???*) ?

P$_1$: Le un et le quatre c'est ce qu'on appelle les extrêmes, les deux extrêmes…euh, si tu veux, de la proportion. Alors que les trois…, le deux et le troisième termes, c'est les moyens dans ce cas-là. C'est juste pour définir ce que c'est…la proportion. » (4$^{\text{ème}}$ séance, lignes 532 à 559).

L'extrait ci-dessus nous montre qu'il y a, de nouveau, une rupture dans cette institutionnalisation locale, au moment où cette terminologie est introduite par Jacques. Lors des échanges avec l'élève, il n'arrive pas expliquer pourquoi il est important de connaître cette nomenclature. Dans les épisodes précédents, nous pouvions remarquer de la part de Jacques dans son intervention une recherche de sens (avec la compréhension du problème, celle du sens de la démarche). Ici, nous assistons à l'imposition, par l'enseignant auprès des élèves, de la terminologie employée. La définition constitue un état de fait à admettre. Néanmoins, l'élève souhaiterait poursuivre sur la voie de la recherche du sens à attribuer à ce vocabulaire spécifique.

La reconnaissance d'une situation proportionnelle (5ème séance)

Au cours suivant, Jacques continue sur les problèmes de reconnaissance d'une situation de proportionnalité. Il commence par demander aux élèves la définition du mot « proportion » à l'aide de leurs propres mots. Le fait de revenir sur une définition déjà travaillée avec les élèves à la séance précédente qui s'est achevée avec une institutionnalisation faite par Jacques, constitue aussi l'une des caractéristiques de sa pratique d'enseignement. Nous avons identifié cette caractéristique lors de l'analyse des séances sur les rapports et les taux. Lorsqu'une définition a été construite, et qu'il y a un temps d'arrêt, à la séance suivante, l'enseignant demande aux élèves d'énoncer à nouveau cette définition avec leurs propres mots. L'extrait ci-dessous nous permet d'observer ce que les élèves ont retenu de la signification de ce mot :

> « **P$_1$: [...]** On avait commencé au dernier cours à parler de proportions et de situations qui étaient proportionnelles. Alors, j'aimerais ça que quelqu'un me dise dans ses mots qu'est-ce que c'est qu'une proportion. Proportion? Vincent? (***Il renvoie la question pour construire la définition du mot***)
>
> **Vincent** : Ben...c'est une grosseur (*???*).
>
> **P$_1$:** Une quoi?
>
> **Vincent** : Ben, c'est une grosseur (*???*) en proportion.

P_1 : Comme quelque chose…

Vincent : Un peu comme un taux, là. (***On a une indication du sens qu'il donne à proportion***)

P_1 : C'est un peu comme un taux, bon, ok, là, ça se précise un peu. Un peu comme un taux. Audrey?

Audrey : Les deux ont un rapport ensemble. Parce qu'ils ne marchent pas sans l'un de l'autre.

P_1 : Ok.

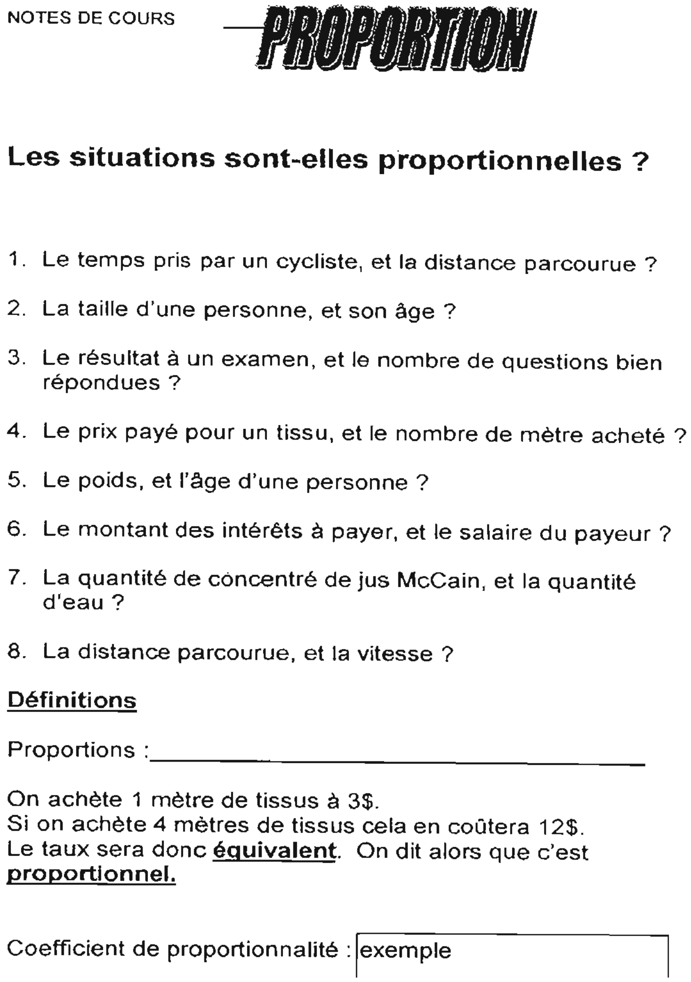
Audrey : S'il y a un nombre qui augmente…s'il y en a un qui descend, l'autre descend aussi (***L'élève met en évidence une idée de co-variation***).

P_1 : Euh…y'a ça…oui, ok. Y'a cette idée-là, mais…oui…oui, mais pas tout le temps.

[…]

Vincent : C'est l'égalité de deux taux ou deux rapports équivalents. (***Une autre signification : l'idée d'équivalence***) » ($5^{ème}$ séance, lignes 24 à 51).

Jacques ne statue pas sur ce qui est avancé par les élèves, les différentes significations ne sont pas reprises. Tout comme on l'observait pour le retour sur les procédures, les productions avancées par les élèves sont ainsi laissées en suspens, elles ne sont pas instituées. Il enchaîne à partir de ce qui a été dit avec un support écrit donné aux élèves. Ce support a pour objectif de conduire les élèves à vérifier si les situations proposées sont proportionnelles. Ce travail est fait avec tous les élèves en classe.



NOTES DE COURS PROPORTION

Les situations sont-elles proportionnelles ?

1. Le temps pris par un cycliste, et la distance parcourue ?
2. La taille d'une personne, et son âge ?
3. Le résultat à un examen, et le nombre de questions bien répondues ?
4. Le prix payé pour un tissu, et le nombre de mètre acheté ?
5. Le poids, et l'âge d'une personne ?
6. Le montant des intérêts à payer, et le salaire du payeur ?
7. La quantité de concentré de jus McCain, et la quantité d'eau ?
8. La distance parcourue, et la vitesse ?

Définitions

Proportions :________________________________

On achète 1 mètre de tissus à 3$.
Si on achète 4 mètres de tissus cela en coûtera 12$.
Le taux sera donc **équivalent**. On dit alors que c'est **proportionnel.**

Coefficient de proportionnalité : exemple

Figure 4.29- Notes de cours sur la reconnaissance de situations proportionnelles

Dans le travail sur ces « situations », il arrive que tous les élèves perçoivent certaines situations comme étant proportionnelles, alors qu'elles ne le sont pas. Par exemple à la question 3, « le résultat à un examen, et le nombre de questions bien répondues », Jacques ne sait pas comment questionner les élèves pour qu'ils se rendent compte que ce n'est pas nécessairement proportionnel. Alors, après avoir essayé de leur faire remarquer que ce n'est pas proportionnel, il finit par dire que la situation est non-proportionnelle. L'idée que les élèves ont conservée de ce qu'est une situation proportionnelle réside dans le fait que, quand une grandeur augmente, l'autre augmente aussi, sans que l'on tienne nécessairement compte d'autres variables qui peuvent influencer, dans le problème.

> « **P_1 : [...]** Le résultat à un examen pis le nombre de questions bien répondues. Est-ce que c'est proportionnel ?
>
> **Élève :** Oui. (***Pas repris. Il ne va pas chercher pourquoi dans ce cas***)
>
> **P_1 :** Oui ? Est-ce qu'on est d'accord que c'est oui ?
>
> **Élève :** Oui.
>
> **P_1 :** Personne dit non ? (***Il les guide vers la réponse attendue***)
>
> **Élève :** Oui.
>
> **P_1 :** Oups...Un étirement. Est-ce qu'il y en a qui aurait plus tendance à dire non? (***Il les guide à nouveau***)
>
> **Élève :** Ben moi, je dis non, là.
>
> **P_1 :** Oui, pourquoi ? (***Dans ce cas la réponse est repries. Cela montre qu'il sélectionne ce qu'il reprend et ce qu'il ne reprend pas*** – GP$_4$)
>
> **Élève :** Parce que (*???*).
>
> **P_1 :** Moi aussi, j'ai dit non, mais...
>
> **Élève :** Moi aussi, mais je ne me rappelle pas c'est quoi.
>
> **P_1 :** (*???*) rappelle pourquoi. Maxime ? (***Comme les élèves ne savent pas justifier, alors Jacques dit pourquoi la situation n'est pas proportionnelle***)
>
> **Maxime** : (*???*) pas tout le même nombre de points .
>
> **P_1 :** Ben si, oui, c'est le nombre de questions bien répondues, ça veut pas dire que chaque question vaut le même nombre de points, hein ? Si t'as bien répondu à la première question, pis à la deuxième question... la deuxième...la première question valait un point, mais mettons que la deuxième valait vingt points...ah ! Ben, là ! C'est ben de valeur, mais le nombre de points que tu as eu n'augmentera pas tout le temps du même facteur. Ça dépend quel genre d'examen c'est. Si c'est un examen où toutes les questions valent un point, ben oui, c'est sûr. T'en as une,

> t'augmentes d'un point, t'en as deux t'augmentes d'un autre point, t'as deux points. Ça dépend du nombre...ça dépend des questions, il y a beaucoup de ça dépend, ici. Ça dépend. Ça peut, mais pas nécessairement. » (5ème séance, lignes 139 à 163).

L'enseignant ne dévolue pas dans ce cas le problème aux élèves, il prend à sa charge dans la discussion. À la question 6 (qui concerne le montant d'intérêt à payer et le salaire du payeur), nous retrouvons le même schéma que celui présenté précédemment. C'est aussi Jacques qui va statuer sur la situation, en disant qu'elle est non-proportionnelle alors que les élèves ne voient pas la situation comme étant non-proportionnelle. Dans le cas de ce problème, Jacques semble chercher un sens (GP_6), en faisant expliciter les raisons de la non-proportionnalité. Comme il n'arrive pas à faire en sorte que les élèves explicitent ce sens, il l'explicite lui-même.

Comme nous l'avons observé pour les rapports et les taux, la définition de ce qu'est une situation de proportionnalité, comme nous le voyons dans l'extrait ci-après, est donnée par Jacques (il s'agit ici d'une **institutionnalisation**). Cette définition prend peu en compte ce qui a été dit par les élèves auparavant, principalement parce que les élèves ne reconnaissent pas très souvent les situations non-proportionnelles.

> « **P_1 :** La situation proportionnelle. Alors, on a pas mal une idée intuitive de ce que c'est. C'est sorti tantôt, Vincent ou...Bon, sort ton cahier de notes. C'est sorti tantôt, là, ok quand j'ai fait le tour de ce que c'est une situation proportionnelle. Alors on dit que c'est une situation...une situation qui donne... une situation qui donne lieu à des rapports ou des taux...une situation qui donne lieu à des rapports ou des taux équivalents. Une situation qui donne lieu à des rapports ou des taux équivalents est appelée situation de proportionnalité. » (5^{e} séance, lignes 304 à 310).

Pour modéliser une situation de proportionnalité, Jacques privilégie, dans son discours, l'utilisation de tables de valeurs. Nous pouvons voir cela quand il donne un exemple à la suite de la définition d'une situation proportionnelle.

> « Évidemment, il y a un exemple qui accompagne ça. Alors, fais-toi une petite table de valeurs. » (5ème séance, lignes 314 à 315).

L'analyse qui sera faite plus tard sur l'activité mathématique induite chez les élèves, nous permettra de voir dans quel sens cette emphase mise sur l'utilisation du support « table de valeurs » sera prise en compte par les élèves, dans leurs productions individuelles.

D'une certaine manière, Jacques prépare les élèves à répondre aux questions proposées. Les exercices ici deviennent des exercices d'application, dans le sens où les élèves appliquent des procédures qu'ils connaissent pour vérifier si les situations sont proportionnelles.

> « Je vais vous donner, ici, un exercice sur les situations proportionnelles. Je pense qu'on est tout équipé pour faire ça. C'est pas…c'est pas très long à faire. » (5ème séance, lignes 428 à 430).

Il profite de l'exemple donné, comme nous l'avons vu précédemment pour d'autres problèmes, pour introduire une terminologie particulière. Nous pouvons, encore une fois, noter qu'il y a une rupture avec ce qui précède. L'introduction de la terminologie (dans ce cas le coefficient de proportionnalité) prend la forme d'une institutionnalisation locale.

> « **P$_1$:** Ben, c'est un peu pour ça qu'il faut être habile avec les rapports et les taux. Pour le savoir quand est-ce qu'on se fait avoir ou pas. Ok, ce que je voulais aussi mentionner ici, c'est ce qu'on appelle le cœfficient de proportionnalité. Sans définir ce que c'est, le cœfficient de proportionnalité, c'est le nombre qui te permet de passer d'une rangée, ici ou d'une colonne si jamais c'est de façon verticale, d'une rangée à l'autre rangée. Donc, qu'est-ce qui permet de passer de la quantité de bœuf à…au coût, ben ça va être en multipliant par le taux unitaire qui est deux dollars et cinquante le kilo et cette valeur là, c'est ça qu'on appelle le cœfficient de proportionnalité. Souvent vous allez rencontrer ce mot-là, alors je trouve important de dire ce que c'est. Le coefficient de proportionnalité.

L'introduction de ce terme va causer un incident critique, comme nous pouvons le noter dans ce qui suit :

> **Élève :** Euh, un cœfficient c'est pas la même chose que le taux unitaire?
>
> **P$_1$:** Bonne question. Je relance ta question (***même stratégie déjà rencontrée. Il renvoie la question à l'élève***). Est-ce que le cœfficient c'est la même chose que le taux unitaire? Dans ce cas-là, oui. Est-ce que c'est tout le temps le cas?
>
> **Élève :** Ben, je le sais pas, c'est pour ça que je te le demande. (***On voit bien que l'élève attend que l'enseignant statue là-dessus - la validation c'est à l'enseignant de la faire, non à lui***)
>
> **P$_1$:** Ben, je pense que oui. Je pense que oui (***il ne semble pas sûr de sa réponse et passe à une autre chose***). Lien intéressant à faire. Euh, ne mettez pas votre cahier de côté tout de suite, parce que on va réécrire tantôt dans deux petites minutes, tantôt. Je veux vous montrer une situation, vous allez mentionner si elle est proportionnelle ou pas. Si je suis capable de vous la montrer. » (5$^{\text{ème}}$ séance, lignes 366 à 382).

Les extraits ci-dessus nous permettent de remarquer que cette institutionnalisation provoque un questionnement chez l'élève. Même si Jacques dévolue (GP$_4$) la question aux élèves pour renvoyer à la signification des mots, comme il le fait habituellement (« je relance la question : est-ce que »...), la question n'est pas vraiment traitée et aucune réponse n'est apportée, ni par l'enseignant, ni par les élèves. On ne statue pas sur la réponse à la question posée.

À la fin de la séance, après avoir travaillé avec les élèves sur les caractéristiques d'un graphique qui représente une situation de proportionnalité, Jacques part de ces caractéristiques (données par les élèves) pour produire une institutionnalisation à leurs propos. Ici, l'institutionnalisation n'est pas en rupture avec l'activité des élèves.

> « **P$_1$: [...]** Qu'est-ce que ça prend pour avoir une situation qui est proportionnelle graphiquement ? Y'a deux choses que ça prend. Oui ?
>
> **Élève :** Ben, toujours la même régularité.

> **P_1 :** Toujours la même régularité. Oui, ça c'est vrai, et ? Oui ?
>
> **Élève :** Faut qu'elle parte de zéro.
>
> **P_1 :** Faut qu'elle parte de zéro. Elle a pas le choix de partir de zéro. Pour qu'elle parte de zéro, faut que ça monte, mais tout le temps de la même façon. Donc, forcément, il faut que cela soit une droite, aussi. Si tu veux que ça monte tout le temps de la même façon. Alors, c'est ça que je voulais faire noter dans ton cahier. Prend le ton cahier, on va... [...] on va juste écrire une situation proportionnelle c'est comment graphiquement. Alors, ce que je voulais te faire noter à la suite, c'est que graphiquement...graphiquement une situation proportionnelle....une situation proportionnelle - euh, Cynthia, ça va? - est une droite qui passe par l'origine. Tu peux te faire un petit plan cartésien. Le fait qu'elle passe par l'origine, c'est parce qu'on veut absolument avoir le cœfficient...un même coefficient qui multiplie tous les points. Si ça passe pas par l'origine, c'est sûr que tu vas avoir zéro et un « Y » qui est autre chose qu'un zéro. À ce moment-là, tu seras jamais capable de trouver un même coefficient qui va te permettre de passer du « X » au « Y » ou du « Y » au « X ». C'est tout sur les situations qui sont proportionnelles. » (5ème séance, lignes 520 à 539).

Ce qui ressort de cette analyse confirme certains Gestes professionnels. D'abord, nous retrouvons l'idée de dévolution de la question posée aux élèves pour essayer d'aller chercher la signification (qu'est-ce que ça veut dire proportionnel? Qu'est-ce que ça prend pour qu'une situation soit proportionnelle?). Nous pouvons noter aussi qu'un certain pattern se répète. Jacques dévolue la question aux élèves, mais au moment de faire l'institutionnalisation, il ne reprend que partiellement ce que les élèves avaient avancé, surtout parce que les élèves présentent une certaine difficulté à établir la différence entre une situation proportionnelle et non proportionnelle. (on remarque qu'il y a un décalage entre l'institutionnalisation que fait jacques et ce qui a été amené par les élèves).

4.2.2.7. Analyse de la résolution d'un problème de proportion *(6ème séance)*

D'une manière générale, nous pouvons noter que le travail sur la reconnaissance des situations proportionnelles est faite de façon brève (5ème et 6ème séances). Ce travail repose surtout sur l'identification de quelques situations comme étant proportionnelles ou non (dans des problèmes en mots, des tables de valeurs et des graphiques)[101].

Pour introduire la « méthode des proportions », Jacques donne un problème aux élèves et leur demande de trouver trois façons de le résoudre. Cette manière d'aborder la situation lui permettra d'emblée d'en proposer d'autres et d'arriver aux proportions d'une façon naturelle. Mais, comment va t-il opérer ce passage à cette institutionnalisation? Les extraits ci-dessous nous le montrent, d'abord avec la présentation du problème, ensuite, par la façon dont Jacques reviendra sur ce problème.

> **Problème de timbres :** *Philippe a payé 18,72$ pour l'achat de 36 timbres. Combien Valérie devrait-elle payer pour 54 timbres?*
> « **P_1 : [...]** Problème des timbres de Philippe...problème...euh, Philippe et ses timbres, je sais pas là, quelque chose pour que vous soyez capables de vous identifier...de l'identifier. Et, on vous demande la question : trouve au moins trois façons de résoudre ce problème. [...] Je vous demanderais de le trouver de trois façons différentes, ok ? Et après ça, on va comme faire...on va comme répertorier les façons, et ça va nous permettre de...de...de prendre, pas de prendre des notes comme tel, mais au moins de...de vérifier quelle sont les différentes façons avec lesquelles on peut résoudre une proportion (***nous sommes dirigés vers la résolution d'une proportion***). C'est clair comme consigne?
>
> **Élève :** Oui.
>
> **P_1 :** On est pas obligé de l'écrire, mais...Écrivez la façon un, façon deux, façon trois, façons A, B, C, essayez de trouver trois manières de le faire. Vous pouvez le résoudre de votre manière...de la manière que vous voulez, là. Je vais vous laisser encore genre deux minutes, là. C'est pas grave si t'en a pas trois, là. L'important c'est que t'en ai au moins une. En ayant...en comparant avec celles des autres, on est capable de sortir plusieurs manières de le prendre. Ok, on va y aller de plusieurs...on va voir les façons qui sont sorties. Je vais vous en montrer moi aussi d'autres façons de le résoudre celui-là. Alors, qui veut partager sa solution ? » (6ème séance, lignes 73 à 93).

---

[101] Voir la feuille donnée aux élèves à la 5^{e} séance (Figure 4.29- Notes de cours sur la reconnaissance de situations proportionnelles)

Dans le partage de procédures utilisées par les élèves, trois procédures différentes ont été répertoriées : procédure linéaire, recours à l'unité ou à un facteur commun et scalaire[102].

Linéaire (prix pour 36 timbres, et la moitié de 36 timbres)	**Recours à l'unité ou à un facteur commun**		**Scalaire**
18,72 ÷ 2 = 9,36$ 18,72 + 9,36 = 28,08$	18,72 ÷ 36 = 0,52$ → prix par timbre 54 × 0,52 = 28,08$ 0,52$ / timbre	36 ÷ 6 = 6 54 ÷ 6 = 9 18,72÷6=3,12→prix pour 6 timbres 3,12 × 9 = 28,08$	54 ÷ 36 = 1,5 1,5 × 18,72 = 28,08$

Comme nous l'avons mis en évidence auparavant, dans la verbalisation des procédures, c'est Jacques qui reformule (GP_3) la procédure utilisée par l'élève pour la rendre accessible à toute la classe. Nous allons reprendre ici un exemple pour illustrer la manière dont Jacques développe la procédure de l'élève, et cela pour la procédure scalaire.

« **P_1 :** Ok, ça c'est une première façon. Une autre façon? Audrey?

Audrey : Cinquante-quatre divisé par trente-six.

P_1 : Ok, cinquante-quatre divisé par trente-six. Ça fait quoi?

Audrey : Ça donne un point cinq.

P_1 : Un point cinq. Ouais.

Audrey : Fois dix-huit et soixante-douze.

P_1 : Un point cinq fois dix-huit et soixante-douze. Ça donne?

Audrey : Vingt-huit et huit.

P_1 : Bon, explique-moi pourquoi t'as fait cinquante-quatre divisé par trente-six. (***Il sollicite de la part de l'élève une explication de la démarche employée pour renvoyer à la signification sous-jacente de la procédure* - GP_5**)

---

[102] Les procédures ont été classées selon les catégories de la chercheuse.

Audrey : Ben, si on veut savoir le nombre de (...) ben, fait que...on prend cinquante-quatre timbres divisés par trente-six timbres ça donne un point cinq timbres. (***L'élève n'arrive pas à attribuer un sens aux opérations effectuées***)

P_1 : Hum...ça donne pas un point cinq timbre, non. Ça, ce « un point cinq » là, c'est vrai qu'on peut le...le...c'est bon là, mais ça représente quoi? C'est pas un point cinq timbre, ça. Qui peut...est-ce qu'il y a quelqu'un qui a fait ça cette manière-là? Personne n'a fait cette manière-là? Surprenant! Parce que celle-là, je m'y attendais (***ce qui montre qu'il anticipe les procédures possibles***), mais le un point cinq qui est là, qu'est-ce que ça veut dire ça? Même si vous ne l'avez pas fait, vous êtes peut-être capables de répondre à la question. Le un point cinq qui est là. Pas du tout? Elle veut acheter cinquante-quatre timbres et on sait le prix de trente-six. Stéphanie? (***Jacques questionne pour renvoyer à la signification sous-jacente de la procédure* - GP$_4$**)

Stéphanie : Ben, y'a une différence entre (*???*).

P_1 : On peut pas dire la différence. On peut dire un quotient c'est...le quotient...dans le fond ce qu'on veut là, c'est que cinquante-quatre timbres on veut savoir si c'est une collection de timbres, combien de fois plus grande... combien de fois plus grande que celle de trente-six (***Comme les élèves n'arrivent pas à attribuer un sens à ce coefficient 1,5, Jacques finit par verbaliser le sens pour eux***). Et ce qu'on veut faire c'est que en quoi, c'est... c'est... c'est... c'est ça, là, trente-six timbres c'est un point cinq fois plus petit que cinquante-quatre timbres ou cinquante-quatre c'est un point cinq fois plus grand que trente-six timbres. Donc, elle a dit : ben, le prix va être aussi un point cinq fois plus grand que dix-huit et soixante-douze. C'est pour ça qu'elle multiplie un point cinq...euh, dix-huit et soixante-douze fois un point cinq, ça donne le prix final, comme...le prix qui est comme grossi d'un certain facteur. Et le facteur, c'est quoi ? Ben, c'est le...le quotient de cinquante-quatre et trente-six. C'est un point...ce que ça va te coûter ça va être un point cinq fois plus que ça coûtait pour trente-six timbres (***Jacques reformule la procédure d'Audrey pour mettre en évidence la signification sous-jacente*** – GP$_3$). Cette idée-là aussi...ça c'est une bonne façon de le résoudre. L'autre aussi est une bonne façon. » (6ème séance, lignes, 131 à 162).

Nous observons la même démarche dans les autres cas, lors du retour sur les procédures. Nous pouvons noter que, dans la façon dont Jacques récupère la procédure de l'élève et celle dont les questions sont posées, nous retrouvons une recherche de sens.

Comme il n'arrive pas à ce que les élèves explicitent ce sens (en contexte cette procédure est difficile à verbaliser), il finit par attribuer lui-même un sens, en rendant publique une verbalisation de la démarche employée.

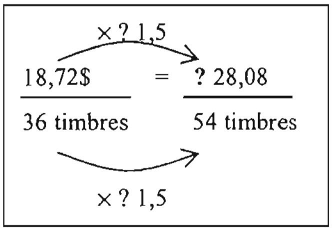
Pour ce qui est du passage aux proportions, elle est présentée comme une autre procédure possible. Jacques demande si quelqu'un a utilisé les proportions. Il met une certaine emphase sur le fait qu'il veut que tous les élèves prennent note de cette procédure. De cette manière un certain statut privilégié est attribué à celle-ci.

> « **P_1 : [...]** Autre façon de le faire? Est-ce qu'il y a quelqu'un qui a eu recours aux proportions? Ben, indirectement oui, il y en a qui ont eu recours aux proportions, mais sans le « proportionnaliser », je sais pas si c'est un mot qui existe. Personne n'a vu comment on pourrait « proportionnaliser » ?
>
> **Élève :** Non.
>
> **P_1 :** ...la situation ? Je vais l'appeler la méthode cinq. J'en ai une sixième. Je vais l'écrire de l'autre côté, parce que là, je vais manquer de place. On aurait pu écrire le problème sous forme d'une proportion (***On note ici qu'utiliser les proportions pour Jacques renvoie à la notation en forme de proportion a/b = c/d***). Celle-là, je voudrais que tout le monde la note. Si personne l'a...l'a noté. Quelle proportion on pourrait écrire, ici? D'abord c'est quoi une proportion? (***il reprend avec les élèves la définition d'une proportion***) [...]

Jacques va essayer de donner un sens, comme nous le verrons dans ce qui suit, à cette proportion et à la recherche du terme manquant.

> **P_1 :** Ouais, mais je l'écris comment en fractions...euh, en proportions? (***les proportions ici prennent la forme d'un mode d'écriture et d'organisation des données*** $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$) [...] La division, ben ça, ça veut dire une division, cette division-là, dix-huit dollars et soixante-douze pour trente-six timbres, ça va donner quoi quand je fais la division de ça? Elle est à quelque part de l'autre côté cette (*???*). Cinquante-deux cents, c'est quoi ça?
>
> **Élève :** Le prix.

P$_1$: Le prix pour un timbre. Le prix pour un timbre de ce côté-là en théorie si la situation est proportionnelle, il faudrait que cela soit égal au prix que je sais pas, divisé par cinquante-quatre timbres. Est-ce ce que…ce qui est écrit au tableau, ici, c'est que pour trente-six timbres, ça me coûte dix-huit dollars et soixante-douze.



Donc, avec dix-huit dollars et soixante-douze, je suis capable de me procurer trente-six timbres. Avec combien d'argent, je vais être capable de me procurer cinquante-quatre timbres? Ça, c'est la question qu'on peut se poser. Combien ça va me coûter cinquante-quatre timbres ou qu'est-ce que ça va me prendre pour pouvoir acheter cinquante-quatre timbres? (***Il y a un souci de donner un sens dans sa verbalisation de la proportionnalité en contexte* – GP$_6$**)

Élève : De l'argent ?

P$_1$: Ben, c'est cet argent-là qu'on ne sait pas. Ça, on le sait pas. Mais indirectement, la personne qui a fait ça, ici,…euh, ici, elle a trouvé la proportion…s'est servi d'une proportion, mais sans l'écrire comme tel en forme proportionnelle (***il fait encore référence à la proportionnalité comme un mode d'écriture***). Mais ça ici, c'est le même raisonnement qu'on parle de l'autre côté (***il essaie de faire un lien avec un autre raisonnement élaboré par les élèves précédemment et l'écriture proportionnelle***). Si je retourne de l'autre côté, je me déplace. Alors, on a…on dit que la…une proportion c'est une équivalence entre deux rapports, ben, si ça c'est vrai, la question qu'on peut se poser par quoi je vais multiplier ou je vais diviser pour me rendre au point d'interrogation car je sais que ici, je vais multiplier par un facteur ? Des…des fractions équivalentes, là, une demi c'est égale à deux quarts, parce qu'on a doublé le numérateur pis qu'on a doublé le dénominateur. Et ici, aussi. Si on veut garder les fractions équivalentes, de trente-six à cinquante-quatre par quel facteur je vais multiplier?

Élève : Zéro point cinq ?

P$_1$: Zéro point cinq, non. Si tu divises par une demie, tu vas arriver plus petit. Par un point cinq, ce facteur-là est présent ici. Ça, ici, cinquante-quatre divisé par trente-six. Si tu multiplies, trente-six par un point cinq, tu vas arriver à cinquante-

> quatre. Or, si tu veux garder la fraction équivalente, tu vas être obligé de multiplier en haut aussi par un point cinq.
>
> **Élève :** Heille, ça marche.
>
> **P$_1$:** Et, tu vas arriver à vingt-huit…tu vas arriver à vingt-huit virgule huit dollars. C'est-à-dire que pour vingt-huit piastres et…quelques cents…et huit cents, je suis capable de me procurer cinquante-quatre timbres.
>
> **Élève :** (*???*).
>
> **P$_1$:** Ben, c'est la même méthode qu'il y a là-bas, c'est juste qu'elle est…qu'elle est écrite sous forme de proportions. Oui ? (***Jacques met en évidence que c'est le même raisonnement que celui utilisé précédemment dans la procédure scalaire. Il se force pour faire un lien***). (6ème séance, lignes 208 à 280).

L'extrait ci-dessus nous informe sur certaines caractéristiques de la pratique d'enseignement de Jacques. D'abord, nous pouvons noter qu'il essaie d'attribuer un sens (GP$_6$) à la verbalisation de la proportionnalité et à la recherche du terme manquant dans le contexte. Il établit aussi un lien avec les procédures présentées par les élèves précédemment et celle des proportions. Ceci vient confirmer l'importance pour Jacques d'attribuer un sens à ce qu'ils font. Parmi les façons de résoudre le problème, Jacques va aussi introduire la représentation graphique, comme méthode de résolution ou procédure pour vérifier si une situation est proportionnelle.

> «**P$_1$: […]** Y'a une dernière façon de voir, ça c'est sûr, ben en tout cas ça me surprendrait que quelqu'un l'ait fait, c'est la situation graphique du cas. Graphiquement à quoi ça va ressembler le…si je mets en lien le prix de ce que ça me coûte et la quantité de timbres que j'achète ? À quoi ça va ressembler dans un graphique…dans un plan cartésien ? » (6ème séance, lignes 357 à 361).

Il continue le travail sur la représentation d'une situation de proportionnalité en utilisant le même exemple des timbres. Nous pouvons observer une recherche, là encore, de sens (GP$_6$) dans le graphique, en contexte.

> « **P$_1$:** De zéro, zéro, l'origine. Graphiquement, ça ressemble à ça votre…euh, le problème qui est là. Y faut que ça passe par zéro zéro, ça veut dire quoi quand tu passes par zéro zéro? Dans… (***Il questionne pour renvoyer à la signification du problème***)
>
> **Élève :** T'achètes rien.
>
> **P$_1$:** T'achètes rien, ça te coûte rien. Ça, ça c'est logique dans ce cas-là. Alors si tu remarques graphiquement on a le cas où on a trente-six timbres, ben le prix est inscrit en « Y », ça nous coûte, c'est sûr qu'on peut pas y aller de façon précise, mais ici dix-huit dollars et soixante-douze. Alors si on veut cinquante-quatre timbres nous autres, on a juste à aller lire sur notre graphique. » (6ème séance, lignes 366 à 374).

Dans ce qui suit, par ailleurs, nous observons une certaine marche à suivre induite quant à la manière de construire le graphique. L'emphase est mise sur l'utilisation d'une table de valeurs qui va permettre de construire le graphique (un certain pattern d'élicitation peut, ici, être mis en évidence).

> « **P$_1$:** Ça prend quoi pour tracer un graphique d'une situation qui est proportionnelle? (*???*). Pour tracer le graphique suivant, j'avais besoin de quoi ? Bon, je reprends, t'as besoin de quoi pour tracer un graphique ? (***Il questionne pour renvoyer à la signification de l'idée en arrière de la construction***- GP$_4$)
>
> **[…]**
>
> **Vincent** : Des informations.
>
> **P$_1$:** Des informations qui viennent de où ?
>
> **Vincent** : Ben, d'un texte.
>
> **P$_1$** : D'un texte. D'un texte, ouais…c'est beau.
>
> **Vincent** : D'un tableau.
>
> **P$_1$:** D'un tableau ! Bon ! Ok, on…on…on a besoin de…de…de coordonnées, on a besoin de « X » pis de « Y ». Ben ici, on les a les « X » pis les « Y », si on sait que c'est proportionnel, on sait que ça va passer par zéro zéro. Encore plus, on sait que ça va donner une droite si c'est proportionnel. Ben, on a le point zéro zéro pis on a le point qui est ici. Lui, il est donné dans le problème. Ben, t'as juste

> à les relier ces deux points là, et continuer ta droite, tu vas avoir comme tout l'échantillon des possibilités que tu peux avoir (***Jacques verbalise le mode de construction d'un graphique pour aller chercher la signification qui sous-tend cette construction*** – GP$_6$). Pour tracer ta droite, t'as juste besoin de deux points. Prendre zéro zéro, parce que c'est proportionnel. Et tu sais que t'as une droite, tu sais que t'as une droite. Et tu sais que pour trente-six timbres, ça coûte seize…euh, dix-huit dollars et soixante-douze. Je vais vous…là, je vais vous donner le dernier problème, là, vous n'écrivez pas encore, et vous essayez de le faire avec… » (6ème séance, lignes 385 à 405).

Dans les extraits suivants, Jacques introduit les proportions comme étant la procédure « officielle » qui est mise en valeur. À partir de ce moment, les élèves sont obligés d'utiliser les proportions pour résoudre le problème. Il est important de rappeler que, pour Jacques, passer par les proportions renvoie à un mode d'écriture/d'organisation des données. La procédure consiste alors à trouver le facteur qui permet de passer d'une fraction à une fraction équivalente. Elle n'est pas associée, comme pour d'autres enseignants, à une procédure de résolution telle que le produit croisé.

> « **P$_1$: […]** essayez d'y aller avec des proportions, ok ? Je vais vous imposer d'y aller avec des proportions, un peu comme c'est fait à côté pour le résoudre. Écrivez moi ça sous forme d'une proportion, pour les deux questions suivantes. C'est le dernier en bas, c'est le dernier en bas, c'est une recette de chocolat chaud à la viennoise, mais pour quatre personnes. La recette qui est donnée, c'est pour quatre personnes. Alors ceux qui sont moindrement…habiles savent qu'on a commencé quasiment avec ça en début de…en début de raisonnement proportionnel. Mais là, je veux que ce soit écrit…je vous impose que ce soit écrit sous forme d'une proportion. Alors, un peu comme à côté, là. Que votre proportion soit logique. Ces méthodes-là, ne font pas nécessairement appel aux proportions. (***Ici, il fait référence aux procédures naturelles des élèves***) » (6ème séance, lignes 405 à 414).

Il est important de mettre l'accent sur le fait qu'après avoir dit aux élèves qu'ils étaient « obligés » d'écrire une proportion dans la démarche de résolution, Jacques revient sur sa consigne, il dit aux élèves qu'ils peuvent résoudre à leur manière et qu'après ils essaient de traduire ça dans une proportion.

> « Si vous n'êtes pas capables de l'écrire sous forme d'une proportion, vous l'écrivez...vous essayez de le résoudre autrement. De la manière que vous voulez. Pis après ça, on va essayer de traduire votre manière en proportion. » (6ème séance, lignes 432 à 434).

Cette ouverture nous informe sur la manière dont Jacques joue entre ce qu'il valorise (le fait d'ouvrir sur différentes procédures venant des élèves sur une pluralité de procédures et sur une participation qu'il encourage) et la gestion des contraintes institutionnelles (« en secondaire 2, on travaille les proportions »).

4.2.2.8. Bilan de l'analyse de la pratique en classe de Jacques

De la pratique d'enseignement de Jacques en classe sur l'ensemble des séances que nous venons d'analyser quatre stratégies d'enseignement peuvent être mises en évidence, qui changent selon la tâche donnée aux élèves. Les tâches identifiées constituent tout d'abord des situations de mise en route (casse-tête et recette), ensuite la construction d'une définition, la résolution de problèmes en classe et enfin la reconnaissance de situations proportionnelles et non-proportionnelles (avec l'introduction d'outils de contrôle dans ce cas pour reconnaître si une situation est proportionnelle ou non).

Ces stratégies d'enseignement ont été caractérisées par un ensemble de gestes professionnels présents dans la pratique de Jacques. Pour en arriver à identifier ces stratégies, nous avons eu recours à l'analyse des séances en classe. Il est important de souligner que les Gestes professionnels identifiés lors de l'analyse de la pratique en classe sont présents dans toutes les tâches identifiées.

Le **GP$_1$** – repérage de procédures des élèves – a été le premier geste identifié dans l'analyse des séances en classe. Il apparaît plus fréquemment lorsque les élèves travaillent individuellement dans la résolution d'un problème. Ce travail individuel a été surtout favorisé dans la pratique de Jacques dans la résolution des situations de mise en route. Il était orienté par la manière dont Jacques récupérait les procédures des élèves au moment du retour collectif sur la résolution du problème. Ce repérage des procédures utilisées par les élèves a aussi été identifié lors de la résolution collective d'un problème, c'est-à-dire dans l'action. Ici, le repérage permettait à Jacques de mettre l'accent sur certaines procédures explicitées par les élèves.

Le **GP$_2$** – manière de reprendre les procédures des élèves pour le retour, choix de procédures à cette fin – a été identifié quand Jacques opérait un retour sur la résolution d'un problème. Dans sa manière de reprendre les procédures des élèves, nous pouvons noter un certain choix, dans le sens où certaines procédures sont reprises et d'autres non. Ce geste de reprise des procédures développées par les élèves lui permet, d'une certaine façon, de solliciter une explicitation de la démarche employée par l'élève, de même que d'ouvrir/de partager avec la classe les différentes manières de résoudre un problème.

Le **GP$_3$** – reformulation d'une procédure pour les autres élèves afin de (rendre les procédures employées par un élève accessibles à tous) – a été identifié dans toutes les tâches. Jacques reprenait les procédures explicitées par les élèves et les reformulait pour les rendre accessibles, tout en les enrichissant. Ce GP nous donnait des indices sur l'importance attribuée par l'enseignant aux différentes procédures possibles pour résoudre un même problème et à la valorisation de cette diversité.

Le **GP$_4$** – questionnement sur la situation/problème, sur le sens d'un mot, sur la résolution, apparaît très tôt dans l'analyse de la pratique de Jacques. Il renvoie à souvent un souci de questionner les élèves pour qu'ils s'engagent dans la résolution, ou la construction d'une définition. Ce questionnement prend parfois une forme locale, quand

Jacques se concentre sur une question précise d'un élève. Mais elle prend aussi une forme plus générale lorsqu'il est en train de construire une définition.

Le **GP$_5$** – sollicitation d'une explication, par l'élève, de la démarche employée – et le **GP$_6$** – recherche/attribution du sens par l'enseignant – sont deux gestes professionnels qui se rejoignent, d'une certaine manière. Ces deux **GP's** sont très similaires dans le sens où l'explication de la démarche employée force l'élève à attribuer un sens aux calculs effectués (**GP$_5$**). Par contraste, la recherche/attribution du sens (**GP$_6$**) va être davantage identifiée au sein du travail de l'enseignant. C'est lui qui va essayer d'attribuer un sens à une action ou opération réalisée par l'élève (utilisation d'une procédure), ou présentée par lui-même (nouvelle procédure, définition).

L'analyse nous a aussi permis de voir que les moments d'institutionnalisation sont réalisés par Jacques et qu'ils ne tiennent pas toujours compte de ce qui a été antérieurement proposé par les élèves. C'est aussi lors des moments d'institutionnalisation que nous pouvons noter une certaine rupture quant à la façon dont Jacques intervient. La plupart du temps, comme nous l'avons vu, Jacques essaie d'attribuer un sens au contenu travaillé, son questionnement renvoyé aux élèves se caractérise par une recherche de sens. Néanmoins, quand l'enseignant introduit une nouvelle notation ou du vocabulaire, cette recherche de sens et l'idée de partir des élèves ne sont plus présentes. Nous nous posons la question si cette rupture est causée par la contrainte du programme d'études du secondaire auquel l'enseignant sent le besoin de se rattacher. L'introduction de termes spécifiques (coefficient de proportionnalité, taux unitaire, termes d'une proportion) et le recours aux proportions a en effet quelque chose à voir avec le programme d'études.

Une autre caractéristique de la pratique d'enseignement de Jacques porte sur la manière de gérer les incidents critiques. D'abord, les analyses nous ont permis de noter que ces incidents sont apparus seulement quand il traitait de situations faisant référence à des constructions conceptuelles, telles que les définitions. Ces incidents marquent une certaine difficulté que Jacques a à traiter ce genre de situations en classe. Les incidents critiques étaient alors traités par le biais d'une mise de côté, d’une évacuation. En effet, quand la situation devenait difficile à gérer, Jacques passait à un autre point ou une autre question sans nécessairement revenir sur la difficulté présentée par les élèves.

Le tableau ci-dessous nous permet de voir les similitudes et les différences identifiées qui caractérisent sa pratique d'enseignement :

	Construction d'une définition[103]	**Résolution d'un problème individuellement**	**Résolution d'un problème collectivement**	**Reconnaissance de situations proportionnelles, non-proportionnelles**[104]
Gestes professionnels	-questionnement -reformulation -un choix d'amorce d'une définition dans le retour (reprend/accepte certaines réponses des élèves, en refuse d'autres)	- questionnement -reformulation -un choix de procédures (reprend/accepte certaines réponses des élèves, en refuse d'autres) -repérage de procédures utilisées, fait *a priori* -renvoie à une explication de la démarche -recherche du sens	- questionnement -reformulation -un choix de procédures (reprend/accepte certaines réponses des élèves, refuse d'autres) -repérage de procédures utilisées fait dans l'action -renvoie à une explication de la démarche -recherche du sens	- questionnement -reformulation -un choix de procédures (reprend/accepte certaines réponses des élèves, en refuse d'autres) -renvoie à une explication de la démarche -recherche du sens
Institutionnalisation	-faite par l'enseignant en reprenant partiellement ce qui a été proposé par les élèves / une définition en rupture	-faite par l'enseignant en statuant sur les procédures qui fonctionnent -lien entre la même procédure dans différents problèmes	-faite par l'enseignant : introduction du vocabulaire (taux unitaire, coefficient, ...) -sur une procédure (proportion) En rupture avec le travail des élèves	-faite par l'enseignant en statuant sur la situation /sur son caractère proportionnel ou non -sur la définition en reprenant partiellement ce qui a été proposé par les élèves - sur un outil de vérification favorisé (table de valeur /graphique)
Décalages	-introduction du vocabulaire mathématique	-pas de rupture	-introduction du vocabulaire mathématique	-introduction du vocabulaire mathématique
Incidents critiques	-des difficultés sur une construction conceptuelle (différence entre rapport et taux)	-pas d'incident critique	-des difficultés conceptuelles liées à la notion de fraction réduite -le statut de vrai/faux d'un énoncé	-des difficultés conceptuelles liées à la différence entre coefficient de proportionnalité et taux unitaire

Tableau 4.11- Variantes observées dans la pratique de Jacques

---

[103] À propos de Taux/rapport et leur équivalence, proportion, proportionnel et situation de proportionnalité.
[104] Introduction d'outils de contrôle

4.2.3. Analyse de l'entrevue finale

L'entrevue finale a été construite avec l'objectif de faire un retour avec l'enseignant sur son enseignement. Les questions de l'entrevue étaient axées en ce sens plus explicitement sur les points suivants : le travail qu'il pense réaliser par la suite sur la proportionnalité au cours de l'année et à quel moment (pour un réinvestissement du contenu travaillé); le retour sur la séquence expérimentée (sur les situations et problèmes proposés aux élèves et les réajustements qu'il apporterait); les difficultés des élèves qu'il a rencontrées.

La démarche qui a été utilisée pour le codage des données a été la même que celle qui a été utilisée lors de l'analyse du premier cas : l'enseignant Maurice (cf. 4.1.4).

Les données obtenues, nous le verrons par la suite, viennent à certains moments confirmer les analyses précédentes sur sa pratique et, à d'autres moments, clarifier certaines décisions de Jacques prises en cours de route.

4.2.3.1. La séquence et son suivi

À partir des questions posées en entrevue sur la séquence, notre codage du discours de Jacques nous conduit vers quatre points : une prise de conscience des difficultés de son enseignement *a posteriori*, des réajustements sur la façon de travailler, un regard sur les difficultés des élèves et une explicitation de certains choix didactiques.

a) Une prise de conscience des difficultés de son enseignement (*a posteriori*)

Quand nous demandons à Jacques quelles difficultés il a rencontrées lors de son enseignement, il nous nomme certaines de ces difficultés, comme nous pouvons le voir dans les extraits ci-dessous

Un malaise sur la manière d'introduire certaines leçons

Quand nous lui avons demandé s'il y a eu des changements dans sa planification en cours de route, Jacques nous explicite qu'il n'y a pas eu de changements dans sa planification, mais qu'il n'était pas satisfait de certaines parties de son enseignement (faisant référence ici aux rapports et aux taux). Dans ce cas, Jacques explicite qu'il aimerait changer sa manière d'enseigner, mais sans entrer dans les détails toutefois sur les changements qu'il ferait.

> « J'ai respecté le planning, sauf que, j'ai dit : sauf que j'aime moins ça de la manière que j'ai voulu l'apporter (***L'introduction de rapport et de taux***), je vais changer ça, c'est plus au niveau… c'est pas le planning comme tel, je vais changer plus la manière d'enseigner. » (Entrevue finale, lignes 67 à 69).

Glissement dans son enseignement dans l'emploi des termes rapport versus taux

Un autre point que Jacques met en évidence comme une difficulté rencontrée est celui du vocabulaire mathématique. Il explicite qu'il ferait plus attention aux termes qu'il a utilisés en classe.

Nous avons observé lors de l'analyse des séances en classe que ce glissement (dans l'emploi des termes « rapport » et « taux »), par moment, provoquait des difficultés chez les élèves, surtout quand ils étaient en processus de construction d'une définition. L'extrait ci-dessous, nous montre que, pour Jacques, il est important de faire la distinction entre ces termes. Il affirme que, dans le groupe enrichi, il y avait des élèves qui étaient capables de le corriger.

> « […] je ferais plus attention au vocabulaire que j'utilise, souvent, tu sais hen, je faisais l'erreur rapport. Déjà faire la distinction, moi-même un rapport et un taux, des fois tu vas vite puis tu dis rapport et c'est un taux puis, dans l'enrichi il y a en

avait beaucoup qui disent : hey! Tu t'es trompé! C'est un rapport. » (Entrevue finale, lignes 192 à 195).

Un regard critique sur le choix de certaines situations : un exemple trop simple – le cas des situations graphiques

Jacques nous montre aussi une certaine prise de conscience (*a posteriori*) sur son enseignement, ici, en termes de choix des situations. Il nous parle de la situation qu'il n'a pas aimée en nous donnant les raisons de son insatisfaction en lien avec le choix de celle-ci. Nous voyons dans son discours la recherche d'un sens.

> « **P$_1$:** [...] ce que j'ai pas aimé, c'est la partie graphique ehh, la partie graphique j'ai pas aimé, mon exemple était pas bon, il était trop simple, la fille qui gardait des enfants. Cette partie là, je l'aime pas, pourquoi ça passe? Pourquoi le graphique doit passer par zéro, zéro. Ça, je trouve, j'ai mal expliqué ça. C'était pas... c'était pas bien. (*j'aurais dû*) insister beaucoup plus sur les tables de valeurs, regarder des tables de valeurs, ça nous fait sortir une situation proportionnelle. Qu'est-ce qui se passe? » (Entrevue finale, lignes 197 à 198).

> « [...] Mais d'y aller plus tranquillement, peut-être plus avec des problèmes un peu plus, un peu moins, un peu moins évidents, dans le fond, plus pour ouvrir les différentes stratégies » (Entrevue finale, lignes 207 à 208).

Un regard critique sur son explication en lien avec l'exploration de certaines situations

L'extrait ci-dessous nous montre aussi que Jacques fait preuve d'une certaine insatisfaction face à l'explication donnée aux élèves, dans certains cas.

> « Ça, je trouve, j'ai mal expliqué ça. C'était pas... c'était pas bien. (*j'aurais dû*) insister beaucoup plus sur les tables de valeurs, regarder des tables de valeurs, ça

> nous fait sortir une situation proportionnelle. Qu'est-ce que se passe? » (Entrevue finale, lignes 198 à 200).

Un temps insuffisant consacré à certaines parties

Jacques nous parle aussi du temps dédié à l'étude de certains contenus dans les séances en classe. Il a conscience qu'il n'a pas passé assez de temps sur certains contenus, par exemple sur les situations graphiques ou encore sur la reconnaissance des situations de proportionnalité, comme nous le montrent les extraits ci-dessous.

> « [...] Mais d'y aller plus tranquillement, peut-être plus avec des problèmes un peu plus, un peu moins, un peu moins évidents, dans le fond, plus pour ouvrir sur les différentes stratégies, ça je le ferai, j'en ferai d'autres, j' en ferai plus (***ici, il fait référence aux situations graphiques***) » (Entrevue finale, lignes 209 à 212).

> « J'avais fait une feuille avec différentes situations, la vitesse et le temps et puis je suis peut-être passé vite un peu là-dessus (***dans la reconnaissance de situations de proportionnalité***). J'aurais pu pousser un peu là-dessus. Est-ce que c'est proportionnel ou ce n'est pas? Si oui, pourquoi. Ça je voudrais insister plus là-dessus, la prochaine fois » (Entrevue finale, lignes 227 à 230).

D'une manière générale, Jacques a donc une certaine conscience des difficultés rencontrées dans son enseignement. L'explicitation de ces difficultés passe par une référence à des moments dans lesquels il exprime son insatisfaction à l'égard de son enseignement. Néanmoins, Jacques ne donne pas de pistes d'approfondissement. Il nomme ce qu'il n'aime pas, mais il n'analyse pas ce qui est en jeu et il n'annonce pas non plus ce qu'il ferait pour changer

b) Des Réajustements pensés en termes de contenus et de la façon de travailler

Quand nous demandons à Jacques quels réajustements il ferait dans sa séquence s'il avait à redonner le cours (question 3), il nous explique que les modifications apportées (les ouvertures possibles) porteraient plutôt sur certains contenus. Tout d'abord, ces réajustements porteraient sur le point « rapport et taux » par des liens entre ce qu'il présente en classe et ce que les élèves trouvent dans le manuel (au niveau du vocabulaire). Il fait référence aussi aux situations graphiques et aux tables de valeurs et finit en disant qu'il passerait plus de temps sur les situations de proportionnalité.

> « Exp. : tu le ferais de la même façon?
>
> **P$_1$:** c'est sûr que je commencerais par faire la distinction... j'ai bien aimé le casse-tête la, j'ai trouvé ça intéressant de commencer avec ça. Le problème de recette aussi. Je commencerais probablement de la même façon avec des problèmes comme ça, mais c'est à l'intérieur, c'est les notes de cours, là je serais plus alerte à ce qu'il y a dans le livre d'abord (***il fait référence à la différence entre le vocabulaire présenté par lui en classe- des fractions- et celui dans le manuel scolaire- deux points- pour un rapport***), deuxièmement, je, je ferais plus attention au vocabulaire que j'utilise souvent, tu sais hen, je faisais erreur rapport. Déjà faire la distinction, moi-même entre un rapport et un taux, des fois tu vas vite puis tu dis rapport et c'est un taux puis, dans l'enrichi il y en a avait beaucoup qui disent : hey! tu t'es trompé! C'est un rapport. Dans le régulier...
>
> Exp. : ça passe
>
> **P$_1$:** ça passe! Mais faire attention puis peut-être y aller un peu plus, tranquillement puis un peu plus... ce que j'ai pas aimé, c'est la partie graphique ehh, la partie graphique j'ai pas aimé, mon exemple était pas bon, il était trop simple, la fille qui gardait des enfants (***il fait référence à la situation graphique, au choix de situations***). Cette partie-là, le l'aime pas, pourquoi ça passe? Pourquoi le graphique doit passer par zéro, zéro. Ça, je trouve, j'ai mal expliqué ça. C'était pas... c'était pas bien. Insister beaucoup plus sur les tables de valeur, regarder des tables de valeurs, ça fait ressortir une situation proportionnelle. Qu'est-ce qui se passe? C'est la partie graphique que j'ai... on a plus escamoté, les autres peut-être faire aussi encore plus d'exemples pour faire sortir plus d'autres stratégies, [...] Mais d'y aller plus tranquillement, peut-être plus avec des

> problèmes un peu plus, un peu moins, un peu moins évidents, dans le fond, plus pour ouvrir les différentes stratégies, ça je le ferai, j'en ferai d'autres, j'en ferai plus. Puis sur partie graphique… je ne sais pas, la partie graphique… non. […]
>
> **P$_1$:** ehhh, je ne vois pas comme ça, vite, vite, mais …de même, non. Non. Il y a une chose c'est sûr que je voudrais insister plus c'est les situations (***reconnaissance de situations proportionnelles***), les situations, essayer de leur faire sortir verbalement une situation deux variables dans le fond qui sont… qu'il y a une relation. Est-ce que ça va causer une situation proportionnelle ou pas, qu'ils soient capables de verbaliser. J'avais fait une feuille avec différentes situations, la vitesse et le temps et puis je suis peut-être passé vite un peu là-dessus. J'aurais pu pousser un peu là-dessus. Est-ce que c'est proportionnel ou ce l'est pas? Si oui, pourquoi. Ça je voudrais insister plus là-dessus, la prochaine fois. » (Entrevue finale, lignes 182 à 225).

c) Un regard sur les difficultés des élèves

Le sens attribué à un rapport

Pendant l'entrevue quand nous parlons des difficultés présentées par les élèves, surtout en faisant référence à l'erreur additive, nous pouvons observer que Jacques n'attribue pas beaucoup d'importance à ces erreurs. Néanmoins, il nomme quelques-unes des difficultés identifiées. Parmi les difficultés nommées, nous pouvons évoquer le sens attribué par les élèves à un rapport.

> « **P$_1$:** ouais, ouais, ok! Il y avait une mauvaise compréhension, les élèves avaient de la misère à saisir le sens et les exercices dans le livre n'aident pas à la compréhension, à mon sens, puis j'étais obligé, je suis revenu là-dessus, il y a eu beaucoup de retours que j'ai fait que j'avais pas prévu faire là, mais ça c'est normal. Parce que, dans le rapport ils ne savent pas qu'il n'y a pas nécessairement d'unité. qu'est-ce que ça représentait un rapport, le taux ils voient mieux, mais le rapport ils voient moins bien qu'est-ce que c'était, mais en général je pense qu'on a … ça a été… respecté … sauf pour certains… j'ai respecté le planning, sauf que, j'ai dit : sauf que j'aime moins ça de la manière que j'ai voulu l'apporter, je vais changer ça, c'est plus au niveau… c'est pas le planning comme tel, je vais

changer plus la manière d'enseigner que je voulais… que j'ai changé. » (Entrevue finale, lignes 60 à 70).

Nous pouvons noter que Jacques est conscient que les élèves ont rencontré une certaine difficulté dans l'acquisition du sens d'un rapport, mais il ne fait pas le lien avec son enseignement, il ne met pas en cause la façon dont il a présenté la définition d'un rapport.

L'erreur additive et d'autres erreurs.

L'analyse nous a permis aussi de comprendre la place occupée par les difficultés chez les élèves dans l'enseignement de Jacques. Lors de la première situation proposée en classe, soit le casse-tête, nous avons remarqué que Jacques était passé d'une manière assez rapide sur la difficulté que les élèves présentaient dans le passage des structures additives aux structures multiplicative (avec l'erreur additive). Pendant l'entrevue quand nous le questionnons sur les raisons pour lesquelles il n'était pas revenu sur cette difficulté, il nous dit que c'est tout simplement parce qu'il a oublié, comme nous le montre l'extrait d'entrevue ci-dessous.

> « **P$_1$:** honnêtement, j'ai oublié, j'aurais dû, mais… j'aurais dû, mais dans le volume aussi il y a avait quelques problèmes qui faisaient référence à ça, sauf qu'était un peu plus de… quelques questions , comme 2 sur 3 égale … est-ce que c'est égal à 5, sur 5. Bon, donc, mais non effectivement on est pas revenu sur autant que j'aurais dû là-dessus. » (Entrevue finale, lignes 124 à 127).

Le fait d'avoir oublié de traiter certaines difficultés chez les élèves nous montre la place que l'erreur occupe dans l'enseignement de Jacques et l'importance qu'il lui attribue. En fait, les difficultés et les erreurs rencontrées par les élèves occupent une place assez minime dans son enseignement. Nous nous interrogeons sur les liens qui peuvent exister entre cette faible importance attribuée aux difficultés des élèves et le rapport qu'il a établi avec ce groupe d'élèves, la connaissance qu'il possède de ce groupe. Jacques nous a, en effet, annoncé, lors de la première entrevue, qu'il avait déjà travaillé avec ce groupe l'année précédente et qu'il le connaissait bien, ces élèves étant considérés comme des élèves « forts ». Alors, dans la mesure où il considère ces élèves comme étant forts, il n'a, selon lui, peut-être pas besoin de s'attarder aux difficultés, parce qu'il considère que les élèves sont capables de les surmonter tout seuls. Néanmoins, les données que nous avons recueillies en entrevue ne nous permettent pas de confirmer cette hypothèse.

d) Explicitation de certains principes et choix didactiques qui guident son enseignement

L'entrevue finale nous a permis de confirmer certains principes et choix didactiques explicités par Jacques lors de l'entrevue initiale, mais elle nous a aussi apporté des éléments nouveaux sur certains choix de Jacques, comme nous allons le voir par la suite.

Les principes et choix didactiques confirmés par l'entrevue

Partir des stratégies des élèves

Quand Jacques parle des stratégies mobilisées par les élèves de son groupe régulier, il nous livre l'importance qu'il attribue au fait de partir des stratégies des élèves. Cette importance vient confirmer d'une certaine manière sa façon de travailler en classe et peut être envisagée comme un choix didactique de l'enseignant.

> « [...] les stratégies sortaient moins, à un moment donné, j'étais obligé de, de... pas de l'imposer, mais de les expliquer puis, j'ai trouvé qu'ils adhéraient moins,

> adhéraient moins aux stratégies quand c'était moi qui les apportait. Ça collait pas ça me semble. J'aimerais mieux partir avec leurs stratégies, leurs façons de faire puis je trouvais aussi qu'ils étaient, non, je peux pas dire qu'ils étaient plus, mais ils étaient beaucoup plus rassurés (***quand les stratégies utilisées partaient des élèves***) » (Entrevue finale, lignes 135 à 140).

L'importance d'aller chercher plusieurs stratégies chez les élèves

Quand Jacques nous parle des situations qu'il aimerait travailler davantage (sur lesquelles il aimerait passer plus de temps), il annonce en même temps l'importance, pour lui, d'avoir plusieurs stratégies.

> « C'est la partie graphique que j'ai… on a plus escamoté, les autres peut-être faire aussi encore plus d'exemples pour faire sortir plus d'autres stratégies, comme… surtout dans le groupe régulier. On fait un problème ensemble. Quelles sont les stratégies qui sont sorties, la première, la deuxième, la troisième. Ça, j'ai aimé ça, faire ça avec l'enrichi parce qu,à un moment ça arrêtait plus oh, oh il y en a trop. Ça c'était le fun. […]Mais d'y aller plus tranquillement, peut-être plus avec des problèmes un peu plus, un peu moins, un peu moins évidents, dans le fond, plus pour ouvrir sur les différentes stratégies, ça je le ferai, j'en ferai d'autres, j'en ferai plus. » (Entrevue finale, lignes 200 à 209).

Préférer le raisonnement aux méthodes et techniques

Jacques explicite, à quelques reprises lors de l'entrevue, l'importance qu'il attribue au raisonnement chez les élèves. Cette explicitation vient confirmer ce qu'il nous avait annoncé lors de l'entrevue initiale, et ce que nous avons retrouvé dans l'analyse de sa pratique en classe.

> « Je pense que c'est important quand on fait le raisonnement proportionnel de raisonner, non pas de calculer. » (Entrevue finale, lignes 13 à 14).

> « Il y en a qui préfèrent travailler mieux avec une proportion. Visualiser la proportion puis ensuite résoudre la proportion. Mais, moi, je n'ai pas insisté

> nécessairement là-dessus. J'ai aimé mieux qu'ils raisonnent » (Entrevue finale, lignes 32 à 34).
>
> « Il y avait des exercices dans le volume que je trouvais qu'ils n'étaient pas nécessairement adaptés, je les avais faits [...], je trouve qu'ils orientaient plus vers le calcul que vers le raisonnement. » (Entrevue finale lignes 50 à 55).

Après avoir fait référence à l'importance du fait que les élèves raisonnent, Jacques nous explicite aussi qu'il a choisi de ne pas présenter aux élèves le produit croisé comme stratégie de résolution d'une proportion. Nous trouvons là, de sa part, un choix didactique, parce que cette procédure du produit croisé constitue selon lui une technique « artificielle ».

> « Exp. : est-ce que les stratégies qu'ils ont sorties est-ce que, est-ce que d'une certaine façon elles ont changé ton planning?
>
> **P$_1$:** oui, parce que je me suis dit que, parce que dans le volume, si on regarde le planning du volume il nous amène à résoudre la proportion même avec le produit des extrêmes est égal au produit des moyens.
>
> Exp. : ok!
>
> **P$_1$:** ça je l'ai pas montré ça parce que je trouvais que les stratégies qu'ils avaient apportées étaient beaucoup plus riches que le simple fait que le produit des extrêmes est égal au produit des moyens, ça j'aime pas. J'ai dit non, on va se concentrer sur les stratégies qui sont sorties qui sont plus intéressantes et j'oublie les stratégies plus artificielles ou plus techniques là. Je les ai laissé tomber ces stratégies-là parce que, mais j'ai aussi à un moment donné, je ne sais pas si tu te souviens, qu'on a essayé de transposer en proportion ce que les élèves disaient puis essayer de résoudre la proportion. Parce qu'ils le disaient, dans le fond, mais ils ne le disaient pas en proportion ils ne le montraient pas nécessairement comme une proportion exactement » (Entrevue finale, lignes 97 à 111).

Une tension entre l'appui sur les stratégies et les contraintes du programme

Même si Jacques nous dit qu'il préfère les stratégies présentées par les élèves, et que ce qu'ils font est plus représentatif de leurs connaissances, il finit par présenter le mode d'écriture des données sous forme d'une proportion. Cette « obligation » qu'il ressent de présenter les proportions formellement en classe, renvoie à une contrainte institutionnelle. L'extrait ci-dessous illustre bien cette contrainte chez Jacques.

> « J'ai dit non, on va se concentrer sur les stratégies qui sont sorties qui sont plus intéressantes et j'oublie les stratégies plus artificielles ou plus techniques là. Je les ai laissé tomber ses stratégies là parce que, mais j'ai aussi un moment donné, je ne sais pas si tu te souviens, qu'on a essayé de transposer en proportion ce que les élèves disaient puis essayer de résoudre la proportion. Parce qu'ils le disaient, dans le fond, mais ils ne le disaient pas en proportion ils ne le montraient pas nécessairement comme une proportion exactement
>
> Exp. : je me souviens, toute à la fin.
>
> **P_1 :** c'est ça. J'avais essayé de…mais, ça a changé dans le sens où j'étais… ça me rassurait de voir que plusieurs façons de voir. Moi, je me disais il va falloir absolument montrer le produit des extrêmes est égal au produit des moyens, mais je trouvais ça tellement artificiel, tellement… ça me tentait pas de montrer ça, puis finalement on n'a pas eu, je sentais que j'avais apporté suffisamment de stratégies […]. Ça c'était satisfaisant dans ce sens-là. » (Entrevue finale, lignes 105 à 118).

L'attente de l'engagement des élèves : les difficultés d'une exigence d'enseignement basée sur le raisonnement

Quand Jacques parle des stratégies utilisées par les élèves de son groupe régulier, il fait référence au fait qu'ils se centraient sur des questions de type technique, afin de savoir si telle procédure était efficace, si elle l'était tout le temps, comme nous montre l'exemple ci-dessous.

> « Exp. : [...] est-ce que les stratégies de ton autre groupe (***régulier***) étaient différentes?
>
> **P$_1$:** [...] J'aimerais mieux partir avec leurs stratégies, leurs façons de faire puis je trouvais aussi qu'étaient, non, je peux pas dire qu'étaient plus, mais ils étaient beaucoup plus rassurés dans le sens où ... si je fais ça multiplié par ça divisé par ça, ça va fonctionner. C'étaient des questions du type : est-ce que ce calcul là marche? [...] Les enrichis aussi font ça, mais j'ai trouvé que dans l'autre groupe c'était, c'était plus présent. C'est juste faire ça fois ça divisé par ça, puis quand je leur demandais de m'expliquer ils n'étaient pas capables de l'expliquer. Tandis que dans l'enrichi au moins il y en avait un qu'était capable d'expliquer pourquoi on faisait ça, mais pas dans le régulier. » (Entrevue finale, lignes 131 à 147).

Lors de l'entrevue initiale, Jacques nous avait annoncée que cette recherche de la technique à employer, sans nécessairement vouloir en comprendre les raisons, constituait l'une des difficultés qu'il rencontrait en tant qu'enseignant. Ici, il nous confirme que les élèves se comportent ainsi dans les deux groupes (le régulier et l'enrichi).

Un nouveau choix didactique

L'importance attribuée à la verbalisation par les élèves

L'analyse de l'entrevue nous a permis d'identifier un nouveau choix didactique explicité par Jacques. Quand il nous parle des changements qu'il ferait dans son cours s'il avait à le redonner, il mentionne qu'il ferait verbaliser les élèves dans la reconnaissance d'une situation de proportionnalité.

> « Il y a une chose c'est sûr que je voudrais insister plus c'est les situations, les situations, essayer de leur faire sortir verbalement une situation, deux variables dans le fond qui sont... qu'il y a une relation. Est-ce que ça va causer une situation proportionnelle ou pas, qu'ils soient capables de verbaliser. J'avais fait

> une feuille avec différentes situations, la vitesse et le temps et puis je suis peut-être passé vite un peu là-dessus. J'aurais pu pousser un peu là-dessus. Est-ce que c'est proportionnel ou ce n'est pas? Si oui, pourquoi. Ça je voudrais insister plus là-dessus, la prochaine fois. » (Entrevue finale, lignes 220 à 227).

Cette importance de faire verbaliser leurs raisonnements par les élèves se retrouve dans les séances en classe, lorsque Jacques leur renvoie les questions qu'ils ont posées, en leur demandant souvent « pourquoi » ou encore « qu'est-ce que tu penses? ». Cette verbalisation est aussi liée à l'idée de raisonner, d'expliquer le pourquoi des choses, qui est très importante dans la pratique d'enseignement de Jacques.

4.2.3.2. Bilan de l'analyse de l'entrevue finale

L'analyse de la manière dont Jacques nous parle de son enseignement *a posteriori*, vient confirmer certaines des caractéristiques de sa pratique d'enseignement.

D'abord, nous avons pu observer qu'il a une certaine conscience des difficultés de son enseignement. Il se questionne sur la manière d'introduire certains contenus, sur le temps passé autour de certaines parties de sa planification (situations proportionnelles, graphiques). Jacques parle aussi du choix des situations qui parfois ont été trop simples, des exercices du livre qui ne sont pas adaptés aux élèves et de la difficulté causée par ses explications orales dans certains cas, notamment par l'emploi des termes « rapport » et « taux ». L'analyse nous montre que Jacques a conscience des points qui n'ont pas bien fonctionné dans son enseignement. Néanmoins, il ne développe pas lors de l'entrevue de quelle manière il mènerait ces changements.

Le deuxième point qui ressort réside dans le regard que Jacques porte sur les difficultés rencontrées par les élèves. D'abord, nous notons que Jacques est conscient de certaines difficultés ou erreurs des élèves, telles l'erreur additive, le sens attribué à un rapport. Dans le cas du sens attribué à un rapport, par exemple, il ne fait pas le lien avec son enseignement (sa manière d'introduire ce contenu, même s'il était conscient d'avoir un problème). Ainsi, même si nous avions déjà fait l'hypothèse sur la place minime qu'occupent les difficultés des élèves dans son enseignement, l'entrevue finale vient confirmer cela.

En ce qui a trait aux choix didactiques et principes qui le guident, l'analyse de l'entrevue vient confirmer certains choix que nous avons identifiés lors de l'analyse de l'entrevue initiale et des séances en classe. Ces choix consistent à partir des stratégies des élèves, à recueillir plusieurs stratégies, à attacher de l'importance au raisonnement au détriment des techniques. De tels choix conduisent à vivre une certaine tension entre ces derniers et les contraintes institutionnelles, une tension dont il est conscient. Un nouveau choix didactique apparaît dans l'entrevue, à savoir l'importance attribuée à une verbalisation faite par les élèves, en lien avec son souci de les amener à raisonner.

4.2.4. Retour sur la pratique de Jacques : la reconstruction d'un récit

Pour revenir sur ce qui se dégage de l'analyse de la pratique de Jacques (de la planification à la réalisation en classe au retour sur celle-ci), nous allons reprendre celle-ci sous forme d'un récit. Celui-ci nous permettra de revenir sur les gestes professionnels qui caractérisent la pratique de Jacques.

Ce récit nous parle de Jacques, enseignant de secondaire 2 et de ce qu'il fait pour enseigner la proportionnalité à ses élèves. L'investigation d'une certaine pratique liée à l'enseignement des mathématiques s'articule autour d'un ensemble de gestes professionnels que nous cherchons à reconstruire, et qui viennent actualiser une certaine conception sous-jacente de l'enseignement des mathématiques.

Retour sur l'entrevue de départ

Avant le début des séances en classe, nous avons rencontré Jacques pour nous entretenir de la manière dont il pensait enseigner la proportionnalité : qu'est-ce qu'il voulait faire et de quelle manière? Nous nous sommes alors aperçus que la préparation de son cours (sa séquence) était pensée dans ses grandes lignes, laissant entrevoir, dans ce cas, une planification qui se préciserait à mesure de l'enseignement. Au moment de l'entrevue, il avait en effet précisé les grands thèmes qu'il voulait travailler. De plus, autre caractéristique de cette planification, celle-ci était avant tout pensée en termes de situations, de problèmes (casse-tête, recettes) ou de leçons-types (construction d'une définition avec les élèves sur rapport, taux…) sur lesquelles il s'appuierait dans son enseignement au début de sa séquence. Partir de situations, de problèmes (exemple du casse-tête, du problème des recettes) ou de ce que pensent les élèves (nous le voyons par exemple dans la leçon qu'il veut faire sur la construction d'une définition avec eux) est donc, pour Jacques, un élément central de sa pratique. C'est ce choix de situations ou de manières de procéder (dans le deuxième cas) qui va le guider dans les séances en classe.

a) Une certaine caractéristique de sa pratique professionnelle se dégage à cette étape :

-Une planification ouverte, pensée dans ses grandes lignes, laissant place à des réajustements possibles

-Une planification pensée en termes de situations, de problèmes (casse-tête, recette)

-Une planification pensée en termes de prise en compte des élèves (dans la construction d'une définition)

b) Une certaine conception sous-jacente de l'enseignement, des principes et choix didactiques associés

Le choix d'aborder l'étude de la proportionnalité de cette façon (voir ce qui précède) nous informe, d'une certaine manière, sur la conception qui sous-tend son enseignement, et sur certains choix didactiques (un enseignement qui part de problèmes, de situations et qui s'articule autour des élèves). Jacques nous montre ainsi l'importance qu'il attribue aux élèves dans son approche (partir des élèves, de leurs conceptions, partir de ce qu'ils pensent).

Cette conception de l'enseignement est d'ailleurs clairement explicitée par lui dans l'entrevue. D'autres intentions vont être mises aussi en évidence, précisant davantage encore sa conception de l'enseignement des mathématiques et certains choix didactiques. Il s'agit de l'importance que prend le développement du raisonnement chez les élèves (*je vais forcer le raisonnement là-dessus [...] sans faire aucun calcul*); et de l'importance que prend la compréhension des fondements des concepts (*c'est quand tu essaies d'expliquer le fondement des concepts. Quand je vais essayer d'expliquer par exemple que le produit des extrêmes et égal au produit des moyens. Les élèves vont bloquer là, parce qu'ils ne veulent pas le savoir pourquoi*).

Il *anticipe, nous le voyons dans ce qui précède, les difficultés qu'il pense rencontrer*, les difficultés liées à son enseignement, dans son souci de forcer les élèves à raisonner, car selon lui, les élèves sont beaucoup plus centrés sur des calculs et des techniques (*il faut déconstruire pour ré-expliquer, parce qu'après ça on batit là-dessus, puis si c'est juste les algorithmes c'est mou, à mon sens c'est mou. Donc, c'est important de déconstruire pour mieux reconstruire, mais c'est dur de déconstruire pour eux autres*), et encore dans son souci de travailler le fondement des concepts (*les élèves vont bloquer là-dessus, parce qu'ils ne veulent pas savoir pourquoi*).

Après cette première rencontre avec Jacques, des choix didactiques, guidés par une certaine conception de l'enseignement des maths, se dégagent de l'analyse

Une certaine conception de l'enseignement se dégage, soit un enseignement des mathématiques où les concepts sont raisonnés, fondés, et un enseignement dans lequel les élèves ont un rôle important à jouer.

- Des principes/choix didactiques explicités : partir des élèves (par exemple, construire une définition en partant des élèves), mettre l'accent sur le raisonnement, sur les fondements de concepts; partir de problèmes, de situations;

À partir de l'entrevue initiale, la pratique de Jacques commence à se préciser. La reconstruction de la pratique en classe va nous permettre d'enrichir cette première analyse.

Que nous livre maintenant la nature de la pratique en classe de cet enseignant?

C'est bien la même conception sous-jacente de l'enseignement que nous allons retrouver ici à travers l'utilisation des situations qu'il avait annoncées lors de l'entrevue pour démarrer la séquence sur la proportionnalité en classe, ou encore dans la manière de faire travailler les élèves, en partant de leurs stratégies et de leurs connaissances antérieures. La pratique de Jacques se caractérise ainsi par une approche que nous pourrions qualifier d'inductive, qui part des élèves et cherche à construire et progresser avec eux. Mais des précisions s'ajoutent, des précisions qui nous apprennent beaucoup sur l'action effective de cet enseignant en classe. L'analyse du travail en classe de Jacques met alors en évidence un ensemble de gestes professionnels (GP's).

L'activité de l'enseignant en classe et les gestes professionnels auxquels elle est associée

Dans les activités de démarrage (casse-tête et recette), comme il nous l'avait annoncé lors de l'entrevue, Jacques part des élèves. Mais comment fait-il? Comment récupère-t-il collectivement le travail fait par les élèves?

-La pratique de Jacques suit un pattern très caractéristique quand il est dans une situation de résolution de problèmes. D'abord, il propose l'activité aux élèves et leur donne un temps de recherche personnel sur la résolution du problème. Nous observons ici une idée de dévolution du problème, aux élèves (GP_4). Notre analyse nous a conduit à identifier, en lien avec ce temps de travail des élèves, un autre geste professionnel (GP_1), associé à un repérage par l'enseignant des procédures utilisées par les élèves. Ce repérage est fait pendant le travail de l'élève et il va guider Jacques dans le retour collectif par la suite, faisant apparaître alors un autre geste professionnel GP_2, autour du choix de procédures pour le retour. Nous avons aussi pu identifier un geste professionnel (GP_3), qui fait référence à la manière de reformuler les procédures utilisées par les élèves. La reformulation a pour objectif de mettre en évidence la signification sous-jacente à la procédure afin de la rendre ainsi accessible à tous. Un autre GP identifié lors de cette tâche de résolution de problème porte sur le questionnement (GP_4), Jacques renvoie la question aux élèves afin de faire valider une procédure proposée. Ces GP's seront surtout identifiés lors du retour collectif avec le groupe d'élèves sur le problème. À d'autres occasions, lorsque les problèmes sont résolus de manière collective, entre l'enseignant et les élèves, nous identifions aussi des gestes professionnels. Ils sont associés d'abord à un repérage de procédures utilisées par les élèves (GP_1) : à la différence du repérage lors de la résolution d'un problème dans la phase de recherche individuelle qui permettait à Jacques de choisir les procédures à privilégier lors du retour, ici le repérage va permettre à Jacques dans l'action de mettre l'accent sur une procédure qu'il privilégie (mettre dans les mêmes unités).

Lors de cette tâche (faire résoudre un problème de façon collective), nous pouvons observer aussi d'autres gestes professionnels qui sont liés à un questionnement des élèves pour renvoyer à la signification du problème (GP_4), à une demande d'explicitation, où il sollicite l'élève pour expliciter la procédure qu'il avait employée (GP_5), et à une reformulation par l'enseignant d'un raisonnement employé par un élève, afin de le rendre accessible à tous (GP_3).

-Dans les autres tâches données aux élèves pour faire reconnaître les situations proportionnelles et faire construire un graphique, nous avons aussi pu noter d'autres gestes. Ces gestes ressemblent d'une manière générale aux précédents, mais il y a des particularités que les relient à la tâche proposée. Par exemple, la verbalisation visant à donner un sens (GP_6) rejoint la préoccupation d'explicitation par l'élève ou de reformulation par l'enseignant. Néanmoins, ce geste va renvoyer, dépendant des tâches, au sens de la procédure utilisée, sens de la proportionnalité, au sens attribué au graphique

-Une autre caractéristique de la pratique de Jacques porte sur les institutionnalisations effectuées. D'une manière générale c'est lui qui prend cette responsabilité. Ces institutionnalisations sont parfois locales, mais elles apparaissent aussi en guise de conclusion. Elles sont souvent en décalage avec ce qui a été construit au préalable en interaction entre l'enseignant et les élèves. Même si ces institutionnalisations sont en rupture avec ce qui a été construit par les élèves, nous pouvons affirmer cependant que l'idée ou le souhait de « partir des élèves », de s'appuyer sur ce qu'ils disent est présent au sein de l'action.

Nous pouvons aussi identifier que le processus d'institutionnalisation prend la forme, dans certains cas, d'un pattern d'élicitation, par exemple : « (en lien avec la définition d'un rapport)

> « **P** : Deux choses de la même nature, oui, mais, qu'est-ce qu'on fait avec ces deux choses-là?
>
> **Élève** : Liées avec ces deux-là.
>
> **P** : Sont liées, sont comparées, mais de quelle manière? Qu'est-ce qu'on a montré tantôt? Quand je faisais la petite barre de côté, qu'est-ce que ça veut dire ça? ».

-Dans la leçon portant sur la construction d'une définition, de rapport et taux et équivalence de rapports/taux (et exercices associées), les observations les plus importantes, quant à la pratique de Jacques, ne portent pas sur des gestes professionnels, même si nous pouvons identifier à la fois des questionnement faits aux élèves (GP_4) observés lorsqu'il leur renvoie les questions qui lui ont été posées par les élèves, et un repérage des procédures utilisées (dans l'action) par les élèves (GP_1) quand Jacques choisit quelles procédures il va récupérer. Ces procédures seront celles qui mettent plus en évidence la manière dont il voit le concept (par exemple, les rapports et les taux, en lien avec les unités).

Dans le cadre de ces épisodes d'enseignement, les remarques les plus importantes portent surtout sur la stratégie d'enseignement utilisée par Jacques *pour gérer les incidents critiques*. Dans ces situations, le mode d'interaction entre Jacques et les élèves va prendre la forme d'un pattern d'élicitation, où les questions posées mènent les élèves vers une réponse attendue. Un repérage de procédures (GP_1) est aussi présent mais il est, dans ce cas, teinté par les attentes de Jacques (sur les réponses attendues et les procédures pensées *a priori*).

-Dans la construction de la définition de proportion, nous retrouvons le même pattern que pour les leçons sur rapport et taux, dans le sens où la leçon vise la construction d'une définition par les élèves. Le GP_4 est aussi présent notamment lorsque l'activité démarre par la recherche du sens (GP_4) que les élèves accordent au mot. Jacques leur renvoie la question pour faire ressortir le sens qu'ils y attribuent. Comme les élèves présentent de la difficulté à trouver cette signification Jacques finit par donner lui-même la définition. Pendant la recherche du sens du mot « proportion », nous avons pu observer un certain pattern d'élicitation dans le sens où les questions posées par Jacques menaient les élèves vers une réponse attendue. Il en prend la responsabilité et donne lui-même la définition d'une situation de proportionnalité, sans faire une dévolution de la question aux élèves, ce qui est différent de ce qu'il faisait lors de la résolution d'un problème, par exemple.

Les GP's relevés dans l'activité de l'enseignant dépendent donc de la tâche confiée aux élèves, comme nous le montre la figure ci-dessous :

Tâche donnée aux élèves	**Gestes professionnels associés à l'activité de l'enseignant**
Faire résoudre un problème individuellement (Casse-tête et Recette de punch)	**GP_1-** repérage de procédures utilisées par les élèves. Il observe le travail des élèves pour repérer les procédures utilisées lors du travail individuel (phase de recherche) **GP_2-** choix de procédures. Il sollicite les procédures employées par les élèves afin de faire ressortir l'erreur additive **GP_3-** reformulation d'une procédure. Il reformule pour mettre en évidence la signification sous-jacente et la faire comprendre par tous **GP_4-** questionnement. Il renvoie la question aux élèves pour faire valider la procédure proposée

Faire résoudre un problème de manière collective	**GP_1**- repérage de procédures utilisées par les élèves dans l'action. Il observe le travail des élèves dans l'action **GP_2**- choix de procédures. Il sollicite les élèves pour qu'ils explicitent leurs procédures en ciblant la simplification des rapports comme procédure privilégiée et pour mettre l'accent sur une procédure basée sur la transformation en mêmes unités **GP_3**- reformulation d'un raisonnement. Il reformule le raisonnement de l'élève pour le rendre accessible à tous **GP_4**- questionnement. Il questionne un élève pour renvoyer à la signification du problème **GP_5**- Explicitation – Il sollicite de l'élève une explication de la signification sous-tendant la procédure employée
Faire construire une définition (rapport, taux et proportion)	**GP_1**- repérage. Il repère des éléments d'une définition donnés par les élèves dans l'action. Ce repérage est orienté par une certaine attente par rapport à la définition **GP_4**- questionnement. Il questionne l'élève pour renvoyer au sens sous-jacent du mot
Faire reconnaître les situations proportionnelles et non proportionnelles Et la construction d'un graphique	**GP_2**- choix de procédures. Il reprend certaines procédures employées par les élèves pour mettre l'accent sur la non proportionnalité qu'elles mettent en évidence **GP_3**- reformulation. Il reformule la procédure de l'élève pour faire ressortir la signification sous-jacente **GP_4**- questionnement – Il questionne l'élève pour renvoyer la question **GP_4**- questionnement – Il questionne l'élève pour renvoyer à la signification de la procédure employée **GP_5**- Explicitation – Il sollicite de l'élève une explication de la signification sous-jacente de la procédure employée **GP_6**- verbalisation pour donner du sens – Il verbalise la procédure de l'élève pour faire ressortir le sens sous-jacent

GP_6- verbalisation pour donner du sens – Il verbalise la relation de co-variation pour donner un sens à la proportionnalité en contexte

GP_6- verbalisation pour donner du sens – Il verbalise la construction d'un graphique pour donner un sens à cette construction

Figure 4.30- Variation des gestes professionnels en regard du type de tâche donnée

Apports supplémentaires du retour sur l'entrevue finale

L'analyse de l'entrevue finale vient confirmer certains des principes/choix didactiques explicités par Jacques lors de la première entrevue. Parmi eux, nous pouvons citer : le souci de partir des stratégies des élèves « *J'aimerais mieux partir avec leurs stratégies, leurs façons de faire* », l'importance de raisonner et non de mettre l'accent sur les calculs « *Je pense que c'est important quand on fait le raisonnement proportionnel de raisonner, non pas de calculer.* ».

Mais, cette entrevue met aussi en évidence un nouveau choix didactique de Jacques. Elle fait apparaître l'importance attribuée à la verbalisation de la part des élèves «*je voudrais insister plus c'est les situations, les situations, essayer de leur faire sortir verbalement une situation, deux variables dans le fond qui sont... qu'il y a une relation. Est-ce que ça va causer une situation proportionnelle ou pas, qu'ils soient capables de verbaliser.* ». Elle souligne l'importance de recueillir plusieurs stratégies «*peut-être faire aussi encore plus d'exemples pour faire sortir plus d'autres stratégies* ».

Lors de l'entrevue finale, Jacques confirme par ailleurs notre hypothèse sur la place qu'occupent les difficultés des élèves, à partir du moment où il nous dit qu'il avait oublié de les traiter.

La reconstruction de ce récit nous permet ainsi d'entrer dans une interprétation de l'analyse de cette pratique, en termes de Gestes professionnels, selon un certain pattern d'interaction en lien avec la tâche donnée aux élèves en classe. Ce récit nous permet aussi d'expliciter les choix didactiques qui guident Jacques dans sa pratique effective en classe, comme nous le montre le tableau ci-dessous :

Des principes/choix didactiques confirmés

- Partir des stratégies des élèves dans son enseignement
- Importance du raisonnement

Des nouveaux choix mis en évidence

- Importance de favoriser plusieurs stratégies
- Importance de la verbalisation par les élèves

Tableau 4.12- Choix didactiques qui guident Jacques dans sa pratique effective en classe

4.2.5. Analyse de l'activité mathématique induite chez les élèves

L'analyse de la production écrite des élèves avant et après enseignement va nous permettre de faire le lien avec notre objectif, qui consiste à « *comprendre les pratiques d'enseignement de la proportionnalité en classe de mathématiques au secondaire au moment de leur introduction du point de vue de leur relation avec l'apprentissage des élèves*.

Nous allons analyser cette production en observant la reconnaissance de situations non-proportionnelles et inversement proportionnelles, la présence d'une pensée qualitative, les procédures de résolution qu'ils utilisent et les difficultés rencontrées, plus précisément la présence de l'erreur additive.

a) La reconnaissance de situations non-proportionnelles

Au problème de la taille d'Ophélie[105] (passé avant tout enseignement), 9 élèves sur 33 se sont rendu compte explicitement que la situation n'était pas proportionnelle, comme nous l'explique cet élève : « [...] *Impossible. On ne peut pas savoir sa grandeur, parce que ça ne se calcule pas en fonction de l'âge. Probablement qu'à 32 ans elle n'aura pas grandi car à 16 ans notre puberté est finie.* » (Élève 14, pré-test).

Les autres réponses se répartissent ainsi : 16 élèves sur 33 ont agi comme si la situation était proportionnelle, trouvant par exemple qu'Ophélie mesurerait 3,28m à 32 ans, 2 élèves sur 33 n'ont pas répondu au problème, et 6 élèves ont laissé des traces écrites qui nous ne permettent pas de dire s'ils se sont rendu compte de la non-proportionnalité de la situation. C'est le cas, par exemple quand ils écrivaient seulement une réponse en mettant la même hauteur de 16 ans à 32 ans « *32 ans = 1,66m* » (3/33). Dans ce cas (avec ces réponses ambiguës) le fait d'avoir barré la démarche entamée ou finie (3/33), peut laisser croire que ces élèves ont une certaine sensibilité à la contradiction dans le problème. Malheureusement, nos données ne nous permettent pas d'affirmer avec certitude si cette sensibilité est véritablement présente ou non chez ces élèves.

Dans le cas du problème de l'âge de ma mère[106] (problème proposé après l'enseignement), seulement 12 élèves sur 33 ont reconnu la situation comme étant non-proportionnelle. Ces élèves ont résolu le problème en trouvant le nombre d'années qui séparaient leur âge actuel de celui du départ, comme nous le montre l'exemple ci-dessous :

---

[105] La taille d'Ophélie était de 83cm à 2 ans et de 1,66m à 16 ans. Peux-tu dire quelle est la taille d'Ophélie aujourd'hui, alors qu'elle vient d'avoir 32 ans? Et quelle était sa taille à 1 an, 4 ans, 8 ans?

[106] Aujourd'hui c'est mon anniversaire, je fête mes 12 ans. Ma mère a le triple de mon âge. Quand j'aurai 20 ans, quel sera l'âge de ma mère?

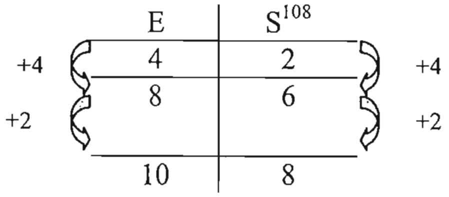
« 12 x 3 = 36
20 - 12 = 8
36 + 8 = 44 ans
Rép. : 44 ans » (élève 2)

Les élèves qui n'ont pas reconnu la situation comme étant non-proportionnelle (21/33) l'ont donc traitée comme une situation proportionnelle, et ont utilisé une procédure scalaire pour la résoudre :

« 12 x 3 = 36
20 x 3 = 60 ans
Elle aura 60 ans » (élève 1).

Le fait que la majorité des élèves n'ait pas été capable de reconnaître la situation comme étant non-proportionnelle nous donne des indices sur la manière dont cette reconnaissance telle que travaillée en classe a eu de répercussions. L'analyse des séances nous a en effet montré que Jacques a abordé cette reconnaissance dans une seule séance et à partir de questions très courtes (énoncé sur lequel ils devaient se prononcer : vrai ou faux est-ce proportionnel?). Dans les séances en classe, il n'y a pas eu comme telle de résolution de problèmes non-proportionnels. Par conséquent, lorsque les élèves ont été confrontés à ces problèmes, différents de ce qui a été travaillé en classe, ils les ont traités comme des situations proportionnelles.

Dans le cas du problème de confiture[107] (expérimenté avant et après enseignement), parmi les élèves qui ont répondu au problème avant l'enseignement (32/33) seulement 1 élève a abordé le problème comme étant non-proportionnel en s'appuyant sur un raisonnement multiplicatif. Tous les autres élèves (31) ont abordé le problème d'une façon additive, parmi eux plusieurs (6/32) ont utilisé comme support une table de valeurs :



E	S[108]
4	2
8	6
10	8

Rép. : 8kg (élève 15 - pré-test).

D'autres (5/32) ont explicitement utilisé la règle d'une suite comme support pour résoudre le problème :

E	S
4	2
8	6
10	8
⋮	
n	n-2

Rép. : 8kg de sucre (élève 18 - pré-test)

Ces manières d'aborder le problème nous informent sur le fait que les élèves ne l'ont pas traité comme étant un problème proportionnel, comme un problème doté d'une

---

[107] Dans une recette de confitures, il est dit que si l'on a 4 kg de fraises, il faut mettre 2 kg de sucre, ou encore, pour 8 kg de fraises, il faut mettre 6 kg de sucre. Si on veut faire la recette avec 10 kg de fraises, combien faudra-t-il mettre de sucre?

[108] E= Entrée, S= sortie, cette façon de coder les colonnes est l'effet de l'enseignement préalable sur les suites.

structure multiplicative. De plus, la réponse trouvée est une réponse qui satisfait les données du problème.

Néanmoins, après enseignement, nous remarquons que quelques élèves (7/33) ont traité le problème comme s'il était proportionnel, en recherchant une relation multiplicative entre les données du problème. Ils sont passés par un recours à l'unité (en faisant dans le cas de l'exemple présenté une erreur).

« 4 : 2 1kg fraise / 1,33… sucre
8 : 6
10 : 1,33 = 7,50 » (élève 17 - post-test)

Ou encore ils ont recherché un facteur scalaire :

$$\frac{4^{\div 2}}{2_{\div 3}} \quad \frac{2}{1} \quad \frac{2^{\times 5}}{1_{\times 5}} = \frac{10}{5}$$

5 grammes de sucre (élève 16 - post-test)

Ces élèves reconnaissent, dans le problème de confiture, l'habillage d'un problème proportionnel et le résolvent ainsi comme en étant un. Pour cela, ils ne tiennent pas compte de tous les couples présents dans le problème.

Bilan de l'analyse des productions des élèves sur la reconnaissance d'une situation non-proportionnelle

Nous pouvons observer qu'après enseignement, le taux de réussite des élèves était inférieur à celui avant enseignement[109]. Comme nous l'avons vu lors de l'analyse des séances en classe, Jacques n'attribue pas beaucoup de temps au travail sur la reconnaissance de situations de proportionnalité. Les analyses nous montrent dans ce cas que les élèves présentent toujours de la difficulté à faire la différence entre les problèmes proportionnels et non-proportionnels.

b) La pensée qualitative est-elle présente?

Telle qu'explicitée auparavant, la pensée qualitative a été codée à partir de la manière dont les élèves attribuent un sens à la variation entre les grandeurs mises en jeu dans les problèmes.

Les problèmes donnés aux élèves qui favorisent l'explicitation de cette pensée qualitative sont les deux problèmes non-proportionnels (la taille d'Ophélie et l'âge de ma mère) et les problèmes inversement proportionnels (celui des machines et de la voiture). Nous verrons si les élèves mobilisent une telle pensée qualitative et la manière dont ils le font.

Les problèmes non-proportionnels

Dans le cas du problème de la taille d'Ophélie (avant enseignement) nous remarquons que, pour les élèves qui ont répondu au problème, seulement 7/31 se sont

---

[109] Ce commentaire est basé sur l'analyse du problème de confiture. Le seul problème passé avant et après enseignement, nous permettant de cette manière d'établir une comparaison.

rendu compte que la réponse était impossible. L'expression de cette pensée qualitative (cf. 4.1.6.1-2) est appuyée par un recours direct au contexte du problème :

> « Impossible. On ne peut pas savoir sa grandeur parce que ça ne se calcule pas en fonction de l'âge. Probablement qu'à 32 ans elle n'aura pas grandi car à 16 ans notre puberté est finie » (élève 14).

Pour le problème de l'âge de ma mère, même si les élèves ont bien reconnu ce problème comme étant non-proportionnel (21/33), aucun élève, lors de l'explicitation de sa démarche, n'a verbalisé le raisonnement sous-jacent.

Les problèmes inversement proportionnels

Dans le cas de ces problèmes, la relation entre les grandeurs du problème est inversement proportionnelle. Alors, l'expression d'une pensée qualitative a lieu lorsque les élèves reviennent au contexte pour attribuer un sens à cette variation.

Lors de la résolution du problème de la vitesse, aucun élève avant enseignement ne s'est appuyé sur une pensée qualitative pour donner un sens à la variation inverse. Les réponses étaient explicitées en mots, mais sans allusion au sens de la variation entre les grandeurs.

> « S'il fait 90km par heure ça veut dire qu'il y a 450km entre les deux villes. On a juste à diviser par 75 et on a la réponse » (élève 4)

Quand on compare avant (5/30) et après enseignement (2/30), nous constatons aussi qu'il y a une diminution du nombre d'élèves qui explicitent discursivement leurs démarches.

En ce qui a trait au problème des machines, quelques élèves (8/33) avant enseignement, donnent un sens à la variation entre les grandeurs du problème (un rapprochement avec la pensée qualitative peut ici être fait). Les exemples ci-dessous nous le montrent :

Exemple 1 :

« [...] On a 8 machines alors le travail va se faire 2x plus vite donc divisé par 2 » (élève 23).

Exemple 2 :

« [...] En 2 fois moins de temps vu qu'ils sont 2 fois plus » (élève 26).

Après enseignement, nous retrouvons à peu près le même nombre d'élèves qui ont recours à l'explicitation d'une pensée qualitative à partir d'une verbalisation en mots du raisonnement employé (7/33). Cette explicitation du raisonnement en mots est présente chez les élèves tant avant (8/33) qu'après enseignement (7/33).

Ce qui ressort au sujet de la présence de la pensée qualitative.

D'une manière générale, les élèves présentent une certaine difficulté à expliciter par écrit (de façon discursive) une pensée qualitative et cela tant lors de la résolution de problèmes non-proportionnels qu'avec les problèmes inversement proportionnels.

L'analyse nous a permis d'observer que les élèves font davantage un rapprochement avec une pensée qualitative en mots lors de la résolution du problème de la **taille d'Ophélie** que pour le problème de **l'âge de ma mère**. Cette différence peut être expliquée par la différence dans la structure du problème. De façon plus précise, pour le problème de la taille d'Ophélie, des calculs ne sont pas absolument nécessaires à la réponse, vu que les élèves pourraient répondre simplement qu'il est impossible de prévoir sa taille dans la mesure où l'on ne grandit pas toute notre vie. Par contraste, pour le problème de l'âge de ma mère, des calculs sont nécessaires pour trouver la réponse.

Pour les problèmes des machines et des voitures, peu d'élèves explicitent une pensée qualitative avant enseignement, mais nous avons pu noter que ce nombre est encore plus petit après enseignement. Ce point pourrait nous renvoyer au peu d'explications écrites du raisonnement employé par les élèves en classe. Nous avons pu noter en effet que Jacques demandait souvent aux élèves d'expliciter leurs démarches oralement, mais pas nécessairement par écrit. Cela pourrait peut-être mis en lien avec le non-recours à une verbalisation qualitative du raisonnement de la part des élèves.

Nous avons présenté où en étaient les élèves face à la reconnaissance de situations non-proportionnelles et par rapport à l'explicitation d'une pensée qualitative. Nous allons à présent analyser quelles sont les procédures que ces élèves privilégient lors de la résolution de problèmes de proportion et quelles difficultés sont présentes. Plus précisément y a t-il présence ou non de l'erreur additive?

c) Les procédures de résolution privilégiées

Dans cette partie nous présenterons les procédures les plus utilisées par les élèves, par problème, cela avant et après enseignement. L'analyse de la procédure choisie nous permettra d'explorer l'activité mathématique induite chez les élèves. Nous commencerons par les problèmes de proportion directe, suivis des problèmes de proportion inverse, et nous terminerons par les problèmes avec support visuel.

Problèmes de proportion directe

Problèmes/Procédures	**Voiture**		**moules**		**Kiwi spécial**							
					(a)		(b)		(c)		(d)	
	Avant	Après	Avant	Après	Avant	Après	Avant	Après	Avant	Après	Avant	Après
Recours à l'unité	5	7	**31**	**31**	2	3	6	**13**	X	**16**	---	---
Scalaire	2	---	---	1	**25**	**22**	2	**8**	X	7	2	7
Fonctionnelle	**20**	**24**	---	---	---	---	---	---	X	1	---	---
Linéaire	2	---	---	---	---	---	**15**	6	X	3	4	4
Gr. intermédiaire	1	1	---	---	---	---	---	---	X	---	---	---
Produit croisé	---	---	---	1	---	---	---	---	X	---	---	---
Additive erronée	1	---	---	---	---	---	---	---	X	---	**9**	**10**
Pas fait	---	1	1	---	1	---	2	---	X	---	6	4
Non identifié/ r. ambiguë	2	---	1	---	5	8	8	6	X	6	**12**	**8**

Tableau 4.13-Nombre d'élèves qui ont utilisé chacune des procédures avant et après enseignement, pour les problèmes de proportion directe

Pour ce groupe de problèmes, dans le cas de voitures et moules, nous notons que les élèves utilisent, à peu de choses près, la même procédure de résolution tant avant qu'après enseignement pour chacun de ces problèmes. Le fait d'avoir utilisé, par ailleurs, différentes procédures nous informe sur une certaine souplesse chez les élèves, souplesse qui leur permet de choisir la procédure qui convient le mieux au contexte et aux données présentées. Le fait d'avoir gardé leurs procédures de départ, même après avoir passé par l'enseignement de la proportionnalité, nous renvoie à la pratique d'enseignement de Jacques dans la mesure où il valorisait les procédures des élèves, comme nous l'avons observé lors de l'analyse des séances en classe.

La résolution du problème *kiwi spécial* favorise une diversité de procédures de résolution chez les élèves. Un autre point porte sur la réduction du nombre d'élèves qui utilisent dans ce cas la procédure **linéaire** après enseignement. Les données ci-dessus (question b) nous permettent de voir que les élèves glissent vers des procédures plus générales (recours à l'unité/scalaire), en démontrant une certaine évolution dans leurs apprentissages.

Cette diversité de procédures observées chez les élèves après enseignement peut être mise en lien avec la pratique de Jacques. Nous nous sommes en effet rendu compte qu'il attribuait une certaine importance au fait de résoudre le problème de différentes manières (valorisation de diverses procédures par les élèves). Dans ce cas, les élèves ont intégré cette attente, car nous notons cette diversité toujours présente même après enseignement.

Nous pouvons aussi observer une forte présence de l'erreur additive lors de la résolution du problème de *kiwi* (d). Nous allons revenir plus tard dans ce texte sur cette analyse.

Les problèmes de proportion inverse

Dans le cas des problèmes de proportion inverse le type de problème proposé aux élèves aura un impact sur le choix des procédures privilégiées, comme nous le verrons par la suite.

Problèmes/Procédures	**Vitesse**		**Machines**	
	Avant	Après	Avant	Après
Recours à l'unité	3	5	---	---
Scalaire	1	4	**32**	**33**
Fonctionnelle	---	---	---	---
Grandeur intermédiaire	**17**	**16**	---	---
Produit croisé	---	---	---	---
Additive erronée	3	---	---	---
Écart - vitesse	2	5	---	---

Écart - distance	3	2	---	—
Pas fait	9	1	---	—
Non identifié/ r. ambiguë	---	---	1	---

Tableau 4.14-Nombre d'élèves qui ont utilisé chacune des procédures (avant et après enseignement), pour les problèmes de proportion inverse

Lors de l'analyse des problèmes de proportion inverse, nous pouvons noter que, d'une manière générale, les élèves comprennent bien la relation de co-variation inverse : ils se sont rendu compte, par exemple, que dans le problème des machines[110], comme il y avait le double de machines, on aurait besoin de la moitié du temps pour faire le même travail (32/33 élèves). Pour cela tous les élèves se sont appuyés sur une procédure de type **scalaire** (relation entre les grandeurs homogènes) tant avant qu'après enseignement.

Dans le cas du problème de vitesse[111] les élèves utilisent un très grand nombre de procédures pour le résoudre. Par contraste, lors de la résolution du problème de maisons, tous les élèves avaient privilégié une seule procédure (scalaire). Ici, tant avant qu'après enseignement, la plupart des élèves ont utilisé la procédure de recours à une **grandeur intermédiaire** pour résoudre le problème (17/33 avant et 16/33 après enseignement), mais celle-ci n'était pas la seule.

Cette diversité de procédures apparaît chez les élèves lorsqu'ils sont confrontés à des problèmes qui n'ont pas une structure habituelle (correspondant à celles des problèmes vus en classe), comme ici pour le problème de la vitesse. De la même manière que nous l'avons mis en évidence pour les problèmes de proportion directe, dans sa

---

[110] 4 machines prennent 300 jours pour fabriquer toutes les briques qui vont être utilisées dans la construction d'une maison. En combien de jours 8 machines identiques fabriqueront la même quantité de briques?

[111] Une voiture parcourt une distance entre deux villes en 5 heures avec une vitesse de 90 kilomètres par heure. En combien de temps fera-t-elle le même voyage avec une vitesse moyenne de 75 kilomètres par heure?

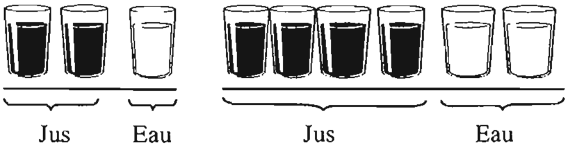
pratique, Jacques valorise les procédures des élèves. Cette valorisation apparaît dans la pluralité des productions des élèves observées ici.

Les problèmes ayant un support visuel

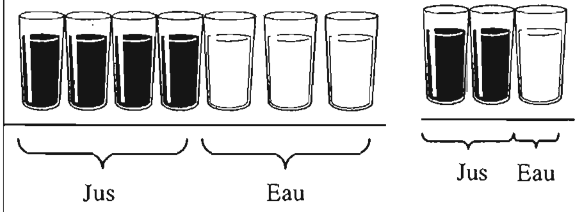
Dans le cas de ces problèmes, nous allons observer quelles procédures sont privilégiées par les élèves et si le support visuel favorise l'utilisation d'une procédure particulière.

Jus d'orange

Jus d'orange : Supposons qu'on mélange les trois verres du premier groupe dans un pot et les six verres du second groupe dans un autre pot. Est-ce que ça va goûter plus le jus d'orange dans le premier pot ou dans le second? Ou bien est-ce que ça va goûter la même chose dans les deux?



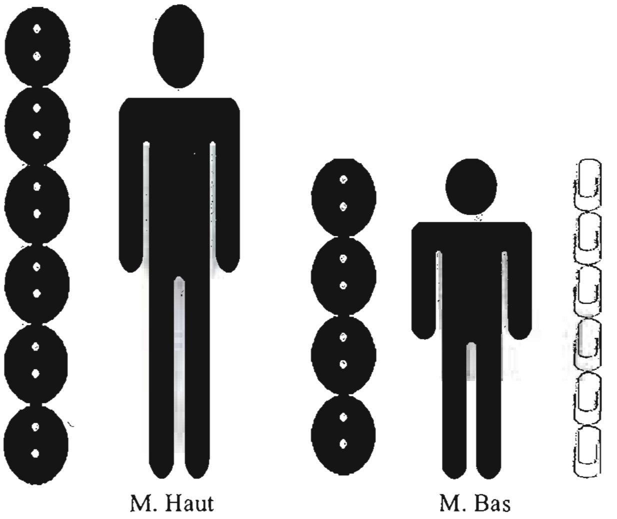
Et si maintenant, on mélange les sept verres du premier groupe dans un pot et les trois verres du deuxième groupe dans un autre pot. Lequel des deux goûtera plus le jus d'orange? Ou bien est-ce que ça va goûter la même chose dans les deux?



Si nous observons quelles ont été les procédures privilégiées par les élèves lors de la résolution de ce problème, nous notons que, tant avant qu'après enseignement, les procédures les plus utilisées ont été une comparaison entre les grandeurs en les ramenant à des rapports (22/33 avant et 17/33 après), ou alors en établissant la comparaison à partir de fractions (8/33 avant et 9/33 après) pour la question **a**. Pour la question **b**, les procédures privilégiées sont les mêmes : recours à des rapports (21/33 avant et 16/33 après enseignement) et aux fractions (10/33 avant et 10/33 après enseignement). Nous avons identifié quelques élèves (1/33 avant et 2/33 après enseignement) qui ont établi une comparaison en termes de pourcentage pour répondre à la question. Encore une fois les élèves maintiennent leurs procédures initiales après enseignement.

M. Haut et M. Bas

M. Haut et M. Bas : On sait que M. Haut mesure 6 boutons de hauteur et que M. Bas en mesure 4. Si on mesure la hauteur de M. Bas en trombones, on trouve 6 trombones. Alors, combien faudra-il de trombones pour représenter la hauteur de M. Haut? Explique comment tu as fait pour trouver.



D'une façon générale, les procédures utilisées par les élèves avant et après enseignement sont très diversifiées, comme nous le montre le tableau ci-dessous :

Procédure	Recours à l'unité	Scalaire	fonctionnelle	Linéaire	Additive correcte	Additive erronée	Non identifiée/ r. ambiguë
Avant	5	3	8	5	---	9	3
Après	7	---	17	1	1	5	2

Tableau 4.15- Procédures utilisées par les élèves avant et après enseignement pour le problème du M.Haut et M.Bas

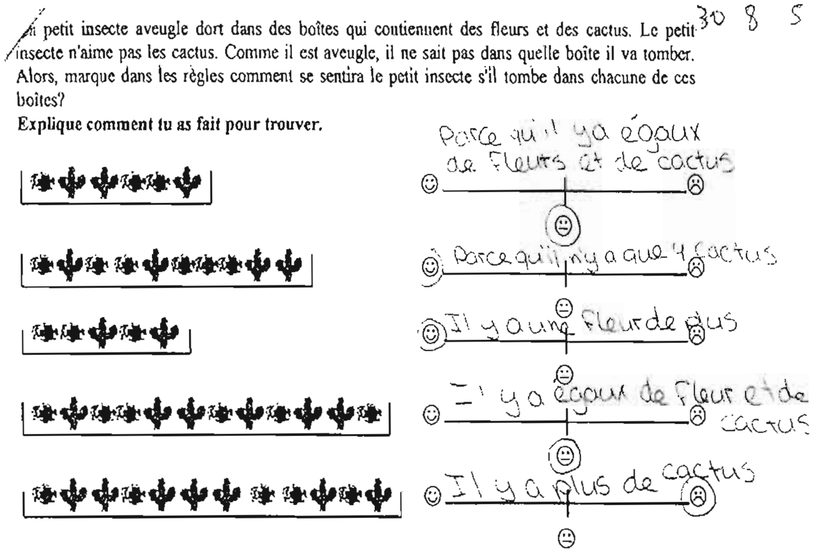
La procédure la plus utilisée par les élèves pour résoudre le problème tant avant qu'après enseignement, a été la procédure fonctionnelle. Même si cette procédure reste après enseignement la procédure la plus utilisée, la moitié des élèves qui l'avaient utilisée avant enseignement glissent vers d'autres procédures. La diversité de procédures employées par les élèves nous montre qu'ils sont capables de choisir la procédure la plus appropriée pour résoudre le problème sur un éventail de procédures possibles.

Comme nous l'avons mis en évidence auparavant, cette diversité dans les procédures privilégiées par les élèves est une des caractéristiques de la pratique d'enseignement de Jacques qui ne restreint pas l'activité mathématique chez les élèves à l'utilisation d'une seule procédure privilégiée en classe.

Fleurs et cactus (problème sans support numérique)

Ce problème ne présentant pas explicitement de données numériques, nous voulions voir, alors, comment les élèves allaient s'engager dans sa résolution.

La procédure la plus utilisée, avant enseignement, a été une comparaison, où les élèves faisaient référence au surplus, à l'écart entre les deux grandeurs (8/33) (pour une des grandeurs par rapport à l'autre) pour se prononcer. Les élèves le font à travers deux supports : mots et représentation sur la droite. Par exemple, certains élèves le font en s'appuyant sur des mots :



30 8 5

Un petit insecte aveugle dort dans des boîtes qui contiennent des fleurs et des cactus. Le petit insecte n'aime pas les cactus. Comme il est aveugle, il ne sait pas dans quelle boîte il va tomber. Alors, marque dans les règles comment se sentira le petit insecte s'il tombe dans chacune de ces boîtes?

Explique comment tu as fait pour trouver.

Parce qu'il ya égaux de fleurs et de cactus

Parce qu'il n'y a que 4 cactus

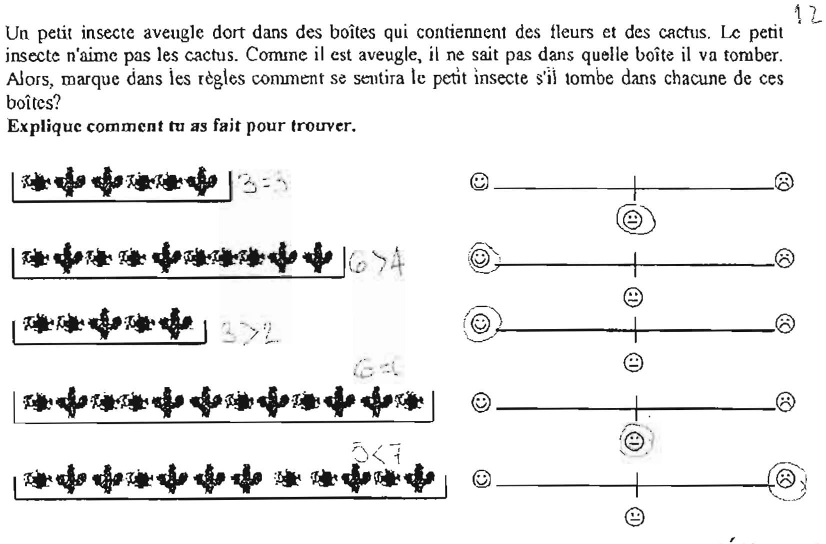
Il y a une fleur de plus

Il y a égaux de fleur et de cactus

Il y a plus de cactus

(Élève 30, pré-test)

D'autres se situent sur la droite numérique (7/33)



12

Un petit insecte aveugle dort dans des boîtes qui contiennent des fleurs et des cactus. Le petit insecte n'aime pas les cactus. Comme il est aveugle, il ne sait pas dans quelle boîte il va tomber. Alors, marque dans les règles comment se sentira le petit insecte s'il tombe dans chacune de ces boîtes?

Explique comment tu as fait pour trouver.

3=3

6>4

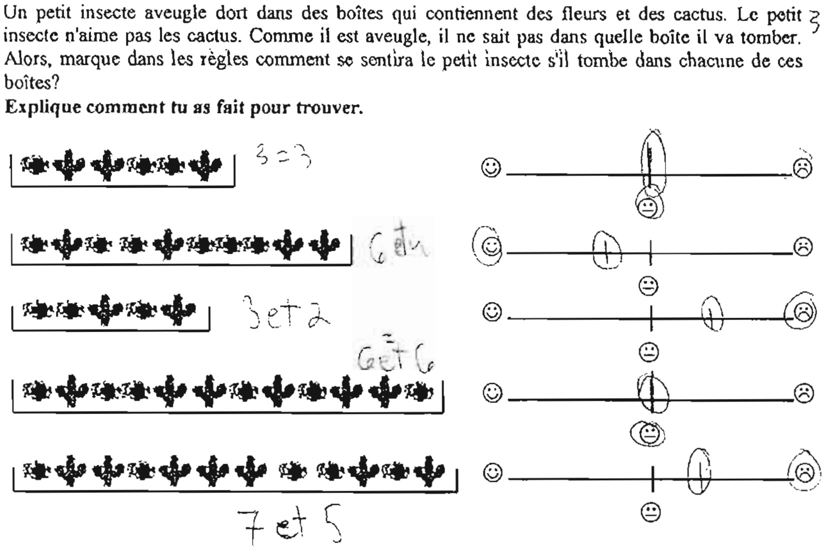
3>2

6=6

5<7

(Élève 12, pré-test)

Plusieurs élèves (6/33) ont aussi répondu au problème à partir d'une comparaison en termes de rapports :

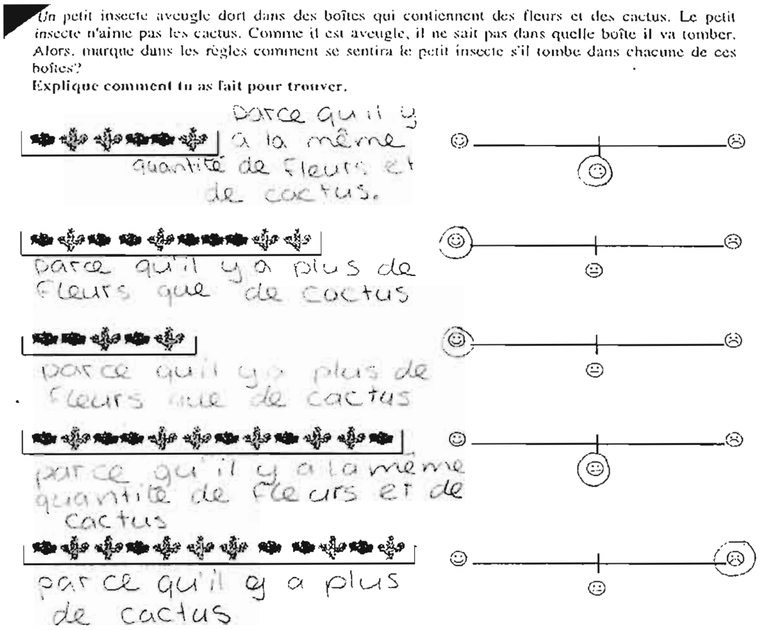


Un petit insecte aveugle dort dans des boîtes qui contiennent des fleurs et des cactus. Le petit insecte n'aime pas les cactus. Comme il est aveugle, il ne sait pas dans quelle boîte il va tomber. Alors, marque dans les règles comment se sentira le petit insecte s'il tombe dans chacune de ces boîtes?

Explique comment tu as fait pour trouver.

(Élève 31, pré-test)

Quelques élèves ont répondu au problème en faisant plutôt des comparaisons entre les données du problème, sans passer par une comparaison explicite entre des nombres (2/33) :



Un petit insecte aveugle dort dans des boîtes qui contiennent des fleurs et des cactus. Le petit insecte n'aime pas les cactus. Comme il est aveugle, il ne sait pas dans quelle boîte il va tomber. Alors, marque dans les règles comment se sentira le petit insecte s'il tombe dans chacune de ces boîtes?

Explique comment tu as fait pour trouver.

parce qu'il y a la même quantité de fleurs et de cactus. ☺ ——— [✓ 😐] ——— ☹

[✓ ☺] ——— 😐 ——— ☹ parce qu'il y a plus de fleurs que de cactus

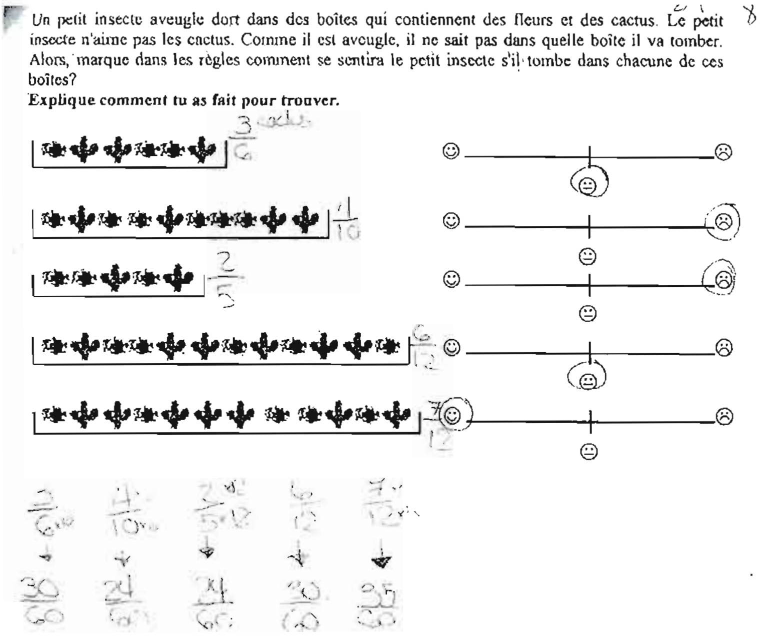
[✓ ☺] ——— 😐 ——— ☹ parce qu'il y a plus de fleurs que de cactus

☺ ——— [✓ 😐] ——— ☹ parce qu'il y a la même quantité de fleurs et de cactus

☺ ——— 😐 ——— [✓ ☹] parce qu'il y a plus de cactus

(Élève 30, post-test)

Et d'autres en termes de fractions (4/33) :



Un petit insecte aveugle dort dans des boîtes qui contiennent des fleurs et des cactus. Le petit insecte n'aime pas les cactus. Comme il est aveugle, il ne sait pas dans quelle boîte il va tomber. Alors, marque dans les règles comment se sentira le petit insecte s'il tombe dans chacune de ces boîtes?

Explique comment tu as fait pour trouver.

$\frac{3}{6}$ cactus ☺ ——— [✓ 😐] ——— ☹

$\frac{4}{10}$ ☺ ——— 😐 ——— [✓ ☹]

$\frac{2}{5}$ ☺ ——— 😐 ——— [✓ ☹]

$\frac{6}{12}$ ☺ ——— [✓ 😐] ——— ☹

$\frac{7}{12}$ [✓ ☺] ——— 😐 ——— ☹

$\frac{3}{6\times10} \downarrow \frac{30}{60}$

$\frac{4}{10\times6} \downarrow \frac{24}{60}$

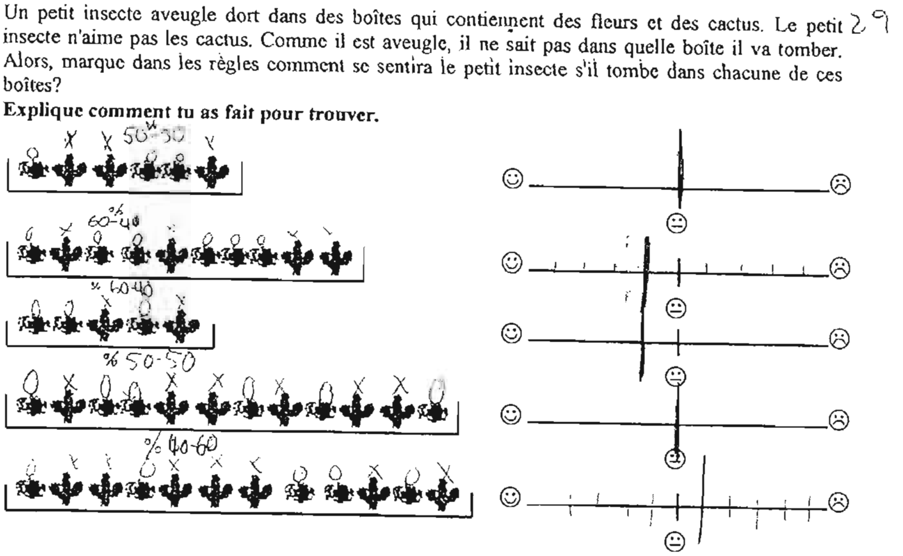
$\frac{2\times12}{5\times12} \downarrow \frac{24}{60}$

$\frac{6}{12} \downarrow \frac{30}{60}$

$\frac{7\times5}{12\times5} \downarrow \frac{35}{60}$

(Élève 21, pré-test)

Il y a aussi eu un élève qui a établi une comparaison en termes d'un pourcentage



Un petit insecte aveugle dort dans des boîtes qui contiennent des fleurs et des cactus. Le petit insecte n'aime pas les cactus. Comme il est aveugle, il ne sait pas dans quelle boîte il va tomber. Alors, marque dans les règles comment se sentira le petit insecte s'il tombe dans chacune de ces boîtes?

29

Explique comment tu as fait pour trouver.

(Élève 29, pré-test)

Après enseignement, nous trouvons des élèves (3/33) qui établissent encore une comparaison en ne faisant référence qu'à l'écart pour une des grandeurs par rapport à l'autre pour donner la réponse, comme nous l'avons vu précédemment.

Il y a aussi quelques élèves qui vont faire une comparaison sans passer explicitement par des nombres (3/33).

Plusieurs élèves, surtout après enseignement (10/33), ont marqué seulement la réponse au problème, ce qui ne nous permet pas d'identifier quelle procédure ils ont utilisé pour répondre au problème. Les élèves continuent aussi de faire des comparaisons sur des rapports (6/33) et des fractions (5/33). Nous trouvons aussi des élèves (4/33) qui vont faire une comparaison en termes de pourcentage. La même diversité de procédures se retrouve donc avant et après enseignement.

Nous pouvons noter que d'une manière générale les élèves réussissent bien ces problèmes. Le fait d'avoir un support visuel n'a pas eu d'influence sur les procédures privilégiées par les élèves. Ils ne s'appuient pas nécessairement sur ce support pour donner leurs réponses, c'est-à-dire que les procédures privilégiées, surtout après enseignement, sont plutôt d'ordre numérique, basées sur des calculs.

Bilan de l'analyse précédente des procédures des élèves dans différents problèmes.

Nous pouvons noter d'une manière générale que les problèmes comme celui du jus d'orange et du cactus, où l'on n'a pas à rechercher une valeur manquante, donnent lieu à un traitement différent de la part des élèves. Ils établissent, par exemple, une comparaison entre des rapports ou entre des fractions pour résoudre le problème. Nous notons ici que ce n'est pas tant le support visuel qui influence, mais plutôt la structure du problème (on est sur une comparaison entre des grandeurs, et non sur la recherche d'un terme manquant), de la même façon qu'il n'y a pas un grand changement entre les procédures privilégiées par les élèves avant et après enseignement.

Un autre point important réside dans le fait que les problèmes du jus d'orange, du cactus, tout comme celui du kiwi, qui n'ont pas la structure des problèmes habituellement travaillés à l'école, favorisent chez les élèves l'utilisation d'une diversité de procédures, ce qui nous montre une flexibilité chez les élèves qui ont recours à la procédure qu'ils jugent la plus pertinente.

d) L'erreur additive : est-elle présente ou non?

Dans le cas du problème du jus d'orange (cf. 4.2.5. Problèmes ayant un support visuel), nous avons noté que d'une manière générale les élèves réussissent bien le problème tant avant qu'après enseignement (31/33 et 24/33) pour la première question du problème où la relation entre les grandeurs est évidente (2 verres de jus pour 1 verre d'eau et 4 verres de jus pour 2 verres d'eau). Cependant, nous pouvons noter une différence dans leur performance au problème après enseignement, comme nous le verrons dans ce qui suit. C'est aussi le cas à la deuxième question du problème (32/33 à 28/33), où la relation entre les grandeurs est encore accessible (4 verres de jus pour 3 verres d'eau et 2 verres de jus pour 1 verre d'eau). Néanmoins, même si les élèves présentent un taux de réussite très élevé, il y en a quelques-uns qui ont commis l'erreur additive (pour la question **a** 1/33 avant et 3/33 après enseignement, et pour la question **b** 1/33 avant et 3/33 après enseignement). Même si la différence n'est pas grande, il y a plus d'élèves qui ont commis l'erreur additive après enseignement qu'avant. Une autre remarque porte sur le fait que les mêmes élèves qui ont commis cette erreur avant enseignement l'ont commise aussi après enseignement.

Dans le problème de la recette *Kiwi Spécial* (question **d**), l'on demande à l'élève : *Quelle serait la recette de* ***kiwi spécial*** *avec 40ml de liqueur de kiwi pour que ça goûte la même chose?* Ici, on change la quantité de liqueur donnée au départ (de 30ml à 40ml) avec l'objectif de voir si les élèves vont mettre en place ou non, dans ce cas, une procédure additive erronée.

L'analyse des données nous montre que plusieurs élèves (9/33) avant enseignement ont commis cette erreur. Après enseignement, le nombre d'élèves qui ont utilisé une procédure additive erronée a augmenté un peu (10/33). Des 10 élèves qui ont utilisé cette procédure après enseignement, 4 parmi eux l'avaient utilisée aussi avant enseignement, l'erreur additive n'a donc pu être dépassée dans ce cas. Par rapport au début, avant enseignement, 5 élèves se sont améliorés. Par contre 6 autres élèves se sont ajoutés au groupe qui a commis cette erreur après enseignement. Cette variation, minime dans les résultats, ne nous permet pas de comprendre quelle influence a eu l'enseignement dans ce cas (activité mathématique induite).

L'autre problème qui avait comme objectif de provoquer l'erreur additive est celui de M. Haut et M. Bas. Ici, avant enseignement, 9/33 élèves ont établi une relation additive entre les données du problème, en répondant par exemple :

> « 8 trombones, car 4 boutons on rajoute 2 trombones, alors pour 6 boutons on rajoute 2 trombones qui donne 8 » (élève 16).

Après enseignement, encore 5 élèves font l'erreur additive. Cela montre que les élèves présentent effectivement une certaine difficulté à passer aux structures multiplicatives, tout en montrant une certaine amélioration dans le taux de réussite des élèves.

Bilan de l'analyse précédente

Nous pouvons remarquer que, dans les séances en classe, l'erreur additive n'était pas travaillée en profondeur par Jacques. Il l'avait nommée brièvement à la première séance. Quand nous observons la production écrite des élèves, nous remarquons que cette difficulté est toujours présente chez quelques élèves. Elle ne l'est toutefois pas toujours chez les élèves chez qui nous la retrouvions avant enseignement. Parfois ce sont les mêmes élèves, parfois d'autres qui se rajoutent. La variation est trop minime dans ces cas pour que nous puissions en conclure quoi que ce soit.

e) Comment les élèves rendent-ils compte de leur démarche?

Nous demandions aux élèves, lors de la résolution des problèmes, d'expliquer leur démarche : « *Explique comment tu as fait pour trouver* ». L'analyse des solutions des élèves montre que ces derniers, après enseignement, expliquent moins leur démarche en mots[112]. Même si la différence n'est pas grande entre avant et après enseignement, elle est inférieure pour tous les problèmes, comme nous pouvons le constater dans le tableau ci-dessous :

Problème	**P1b**	**P2a**	**P2b**	**P2c**	**P2d**	**P3**	**P4**	**P5**	**P6**	**P7**	**P8**	**P9**	**P10a**	**P10b**
Avant	8	17	12	X[113]	2	7	3	5	8	8	7	10	24	13
Après	1	3	3	3	1	2	0	2	7	2	5	5	21	11

Tableau 4.16- Nombre d'élèves qui expliquent en mots leur démarche (avant et après enseignement)

Que les élèves n'éprouvent pas le besoin d'expliquer de façon discursive leur démarche après enseignement nous amène à réfléchir sur l'activité mathématique qui a été induite. Nous pouvons observer que, lors de l'enseignement en classe, Jacques ne suscitait pas une explication écrite en mots de la part des élèves, même s'il demandait souvent aux élèves d'expliquer leurs démarches oralement. Cette importance qu'il accorde à la verbalisation est d'ailleurs ressortie dans l'analyse de notre entrevue finale.

Le type de problème proposé aux élèves semble par ailleurs avoir une influence sur l'explicitation en mots laissée (trace écrite). Comme nous pouvons remarquer dans le tableau ci-dessus, les problèmes pour lesquels un plus grand nombre d'élèves a laissé une trace écrite en mots sont les problème 2 pour les lettre **a** et **b** (*kiwi spécial*) et le problème 10 **a** et **b** (jus d'orange). Ces problèmes ne correspondent pas aux structures les plus

---

[112] Le support « mot » apparaît souvent associé à d'autres supports.

travaillées à l'école. Les questions posées semblent encourager plus les élèves dans ce cas à expliciter leurs raisonnements.

Un autre point important relativement à la manière dont les élèves rendent compte de leurs démarches porte sur l'utilisation d'un tableau de valeurs. Nous pouvons noter que plusieurs élèves utilisent ce support quand les problèmes présentent 3 couples (problème des voitures, problème des confitures et de la taille d'Ophélie). Cette utilisation amène les élèves à quitter le sens du problème, en privilégiant une relation numérique entre les données du problème. Or ce travail à l'école sur les suites numériques, et par conséquent sur les tables de valeurs, se fait immédiatement avant celui sur les proportions. Même si nous n'avons pas observé cette partie de l'enseignement de Jacques, nous croyons que l'emphase mise par les élèves sur l'utilisation de ce support peut être une activité mathématique induite, par l'enseignement des suites.

4.2.5.1. Bilan global de l'analyse de l'activité mathématique induite chez les élèves

D'une manière générale, nous avons vu dans ce qui précède, qu'il y a un maintien des procédures des élèves, dans le sens où les procédures utilisées avant enseignement demeurent présentes après enseignement. Cela peut sans doute être mis en lien avec l'une des caractéristiques de la pratique d'enseignement de Jacques, qui est à l'écoute des élèves et de leurs procédures, et qui favorise le recours à plusieurs stratégies. Nous trouvons aussi une diversité de procédures utilisées par les élèves encore présente après enseignement.

Une autre caractéristique porte sur la difficulté des élèves à faire le passage des structures additives aux structures multiplicatives. Nous retrouvons cette difficulté présente tant avant qu'après enseignement. Or les analyses des séances en classe nous

---

[113] Cette question n'est pas présente dans l'ensemble des problèmes donnés avant enseignement.

montrent que Jacques ne s'attardait pas à cette difficulté. Lors de la première entrevue, il nous a annoncé qu'il s'attendait à ce que les élèves fassent l'erreur additive dans la résolution du problème du casse-tête. Dans la résolution en classe dans cette séance, Jacques a fait en sorte que les élèves explicitent cette erreur, mais celle-ci n'a pas été traitée en profondeur. À ce moment, Jacques est satisfait par le simple fait de la nommer, de l'identifier. La pratique de Jacques ne cherche pas vraiment à aller plus loin en regard de cette erreur.

Nous avons pu aussi noter que les élèves présentent encore après enseignement des difficultés en lien avec la reconnaissance de situations non-proportionnelles. De la même façon que pour la présence de l'erreur additive, la reconnaissance des situations non-proportionnelles a été abordée de manière très brève dans les séances en classe, comme nous l'avons vu lors de l'analyse des séances. Dans ce sens, il apparaît normal que cette difficulté soit encore présente chez les élèves.

Quant à l'activité mathématique des élèves, nous pouvons noter que la structure du problème a une influence sur la procédure privilégiée de résolution, ou encore sur la diversité de procédures retrouvées dans certains problèmes. Cette capacité présente chez les élèves de s'adapter à la structure du problème pour choisir la procédure qui convient le mieux, démontre une certaine souplesse chez les élèves, sans doute favorisée par la pratique de Jacques, ouverte sur le recours à plusieurs procédures de résolution.

CHAPITRE V

INTERPRÉTATION

Il est utile ici de rappeler la motivation de départ qui sous-tend l'étude que nous avons menée (cf. chapitre I) : cette dernière vise en effet une explicitation et compréhension de pratiques « ordinaires » d'enseignement de la proportionnalité (« Décrire, analyser et interpréter des pratiques « ordinaires » d'enseignement de la proportionnalité en classe de mathématiques au secondaire ») à un moment clé, celui de l'introduction de ce concept, où ces pratiques sont susceptibles de jouer un rôle sur les apprentissages des élèves. D'autre part, dans la mesure où justement, comme le montrent les recherches réalisées dans le passé, les élèves disposent déjà de connaissances et de stratégies relativement efficaces pour traiter de situations de proportionnalité avant enseignement (cf. 1.4.), il nous est apparu important d'examiner de plus près l'activité mathématique induite chez les élèves en lien avec ces pratiques. Nous reviendrons sur les analyses précédentes, en ayant en tête cette motivation de départ et ses objectifs, pour aller plus loin et mettre en évidence ce qu'elles nous apprennent. L'intérêt du travail réalisé dans cette recherche est en effet qu'il permet de traiter les pratiques en les abordant de deux points de vue, ces aspects étant complémentaires, celui de l'enseignant lui-même (on analyse ici la pratique d'enseignement de la proportionnalité de Jacques et de Maurice en soi), celui des élèves et de leurs apprentissages (en lien avec ces pratiques).

Nous reviendrons dans un premier temps sur ce que viennent éclairer les « analyses des pratiques tournées vers les enseignants eux-mêmes ». Dans le chapitre précédent, nous avons procédé à une analyse inductive des pratiques d'enseignement de Maurice et de Jacques, chacune d'entre elles étant traitée comme un cas en soi, et rendant compte des catégories de sens qui émergeaient de notre terrain. Cette analyse est alors allée emprunter à un certain nombre de concepts théoriques porteurs qui permettaient de donner un sens à l'analyse.

L'analyse du cas Jacques s'est ainsi appuyée pour pouvoir rendre compte de son activité en classe sur la perspective ergonomique et didactique. Ce cadre de référence nous a permis de mettre en évidence un certain nombre de gestes professionnels mobilisés par l'enseignant en lien avec des tâches proposées aux élèves, gestes qui caractérisent sa pratique d'enseignement. *L'analyse du cas Maurice* a été structurée différemment. Nous avons cherché davantage dans ce cas à comprendre la cohérence très forte qui se dégage de sa pratique, de la planification à la réalisation en classe. Pour atteindre cela, nous avons procédé dans le codage de données à une recherche des invariants et des différences à l'intérieur de différents moments de la pratique de Maurice observés (entrevue initiale sur la planification, analyse de notes de cours, séances en classe, entrevue finale) et à un regard transversal sur ces différents moments[114]. Ces observables nous ont permis de dégager la cohérence interne à l'acteur, et sous-jacente à celle-ci la rationalité qui le guide.

Le recours à deux cadres de référence différents (perspective ergonomique, analyse de la cohérence de la pratique et rationalité sous-jacente) se justifie par le fait que nous cherchions le mieux possible à rendre compte, dans toute sa richesse, de chacune des pratiques, de l'intérieur de celle-ci, sans volonté *a priori* de comparaison entre les cas.[115] Rappelons ici qu'il s'agissait d'aller chercher, dans cette perspective, les concepts théoriques les plus porteurs pour l'analyse dans chacun des cas (cf. chapitre III, cadre d'analyse)

---

[114] Pour plus de détails voir le point 4.1.

[115] Le fait par exemple de prendre la perspective ergonomique pour analyser la pratique de Maurice nous aurait fait perdre une grande partie des données (impossibles à traiter avec cette perspective). C'est le cas de tous les cours où aucune tâche n'est donnée aux élèves, l'enseignant présentant le contenu mathématique sans qu'il n'y ait d'implication des élèves (autre que d'assister au cours et d'essayer de le comprendre, en intervenant à l'occasion par des questions ou en répondant aux questions posées).

Pour aller plus loin, à cette étape, sur l'explicitation et la compréhension de ces deux pratiques, nous nous proposons maintenant de jeter un regard transversal sur ce qui se dégage de ces deux cas, à travers une analyse croisée de ces deux pratiques. Ces deux perspectives nous apparaissent en effet *a posteriori*, porteuses, pour comprendre en profondeur les pratiques de ces deux enseignants, puisqu'elles permettent, d'une part, de rendre compte de l'activité effective de l'enseignant dans l'enseignement de la proportionnalité, autour de tâches destinées aux élèves, à travers ses gestes professionnels (ce qu'a effectivement permis de mettre en évidence l'analyse de la pratique de Jacques) mais aussi, et cela semble tout aussi important pour nous, de dégager les logiques qui expliquent les conduites de ces enseignants (ce que nous montre l'analyse de la pratique de Maurice à travers la cohérence interne de cette pratique et ce qui la sous-tend). Nous avons donc tenté à cette étape une nouvelle analyse, prenant en compte cette double perspective. Dans le regard croisé que nous porterons maintenant sur ces deux cas, nous aurons ainsi recours à ces deux cadres de référence : nous reviendrons sur ce qui ressort tout d'abord de la pratique de Jacques sous l'angle des gestes professionnels qui caractérisent celle-ci, puis ferons une nouvelle lecture de la pratique de Maurice[116] en nous appuyant sur le cadre de référence de l'ergonomie. De la même façon, nous reviendrons sur ce qui ressort de la pratique de Maurice en termes de cohérence, et ferons une nouvelle lecture de la pratique de Jacques en nous appuyant cette fois sur ce cadre d'analyse (cohérence de cette pratique, rationalité sous-jacente).

---

[116] Pour les cours où cela est possible, ceux pour lesquels une tâche est donnée aux élèves et dans lesquels une certaine interaction est présente avec les élèves.

5.1. Un regard croisé sur les pratiques d'enseignement de la proportionnalité de Jacques et de Maurice

5.1.1. Un regard croisé sur les pratiques de Jacques et Maurice en termes de gestes professionnels

Une analyse des pratiques d'enseignement en termes de gestes professionnels nous permet d'entrer dans l'activité de l'enseignant en classe, un enseignant professionnel dans l'exercice d'un métier (celui d'enseignant de mathématiques au secondaire). Pour la chercheure que nous sommes, cette caractérisation des gestes professionnels est passée par un repérage préalable de la manière dont l'enseignant organise son enseignement (par exemple pour Jacques une phase de recherche individuelle sur le problème du casse tête, une résolution collective du problème du skieur, un cours collectif organisé autour de la construction de définitions...). Cela a nécessité aussi pour nous une prise en compte de la tâche à être effectuée par les élèves autour d'un contenu spécifique (par exemple la résolution du problème du casse tête). Nous avons alors centré notre attention sur l'activité de l'enseignant autour de cette tâche, sur ce qu'il faisait durant la phase de recherche (lorsque les élèves travaillent sur le problème) et dans le retour sur ce problème. C'est cette activité que nous avons analysée. C'est à partir de ce repérage (organisation de l'enseignement, tâches à être effectuées, activité de l'enseignant autour des tâches) que nous nous appuierons pour faire une lecture de la pratique de Maurice en termes de gestes professionnels. Nous sélectionnerons pour cela les épisodes d'enseignement où de telles tâches sont présentes. Mais avant d'aborder cette lecture de la pratique de Maurice, nous reviendrons tout d'abord sur ce qui ressort de la pratique de Jacques en termes de gestes professionnels.

5.1.1.1. Un retour sur la pratique de Jacques en termes de gestes professionnels

Une activité de l'enseignant mettant en évidence gestes professionnels, inférences dans l'action et principes sous-jacents

Dans la perspective ergonomique (Rogalski, 2003), le travail de l'enseignant, comme celui de tout sujet professionnel, est avant tout conçu en termes de tâche et d'activité. Rogalski met en évidence que l'activité de l'enseignant peut être décortiquée en différentes dimensions (interreliées) : les actes qui sont extériorisés, les inférences/ les hypothèses qu'il fait dans l'action, mais aussi les choix, les principes sous-jacents (en arrière plan) qui le guident.

Pour illustrer ceci à cette étape nous reprenons un exemple tiré de Jacques. Dans cet exemple, nous allons plus loin que l'analyse présentée au chapitre IV, notamment en faisant un lien entre les gestes professionnels et les principes sous-jacents qui guident l'enseignant, mais aussi en faisant apparaître à leur propos les inférences que fait l'enseignant dans l'action.

Tâche donnée aux élèves

Activité de l'enseignant

-Un acte extériorisé (Geste professionnel)

Il repère les procédures utilisées par les élèves lors du travail individuel (**GP$_1$**) pendant la phase de recherche sur le problème, ou lors de la résolution collective.

-Une inférence, hypothèse (faite dans l' action)

Il identifie différentes procédures dans ce qu'il voit (il interprète ces procédures en donnant un sens pour lui à ce que font les élèves)

-Un principe sous-jacent (en arrière)

Partir des procédures des élèves pour organiser le retour par la suite

Faire résoudre un problème (Casse-tête et Recette de punch)

-Un acte extériorisé (Geste professionnel)

Après ce repérage, il choisit des procédures qui ont été employées par les élèves (**GP$_2$**) à des fins de retour par la suite

-Une inférence, hypothèse (en action)

Ce choix suppose une identification, un repérage des procédures qui l'intéressent

-Un principe sous-jacent (en arrière)

Faire ressortir les différentes procédures utilisées, mais surtout l'erreur additive

-Un acte extériorisé (Geste professionnel)

Il reformule la procédure présentée par l'élève (**GP$_3$**) lors du retour

-Une inférence, hypothèse (en action)

Décode la signification sous-jacente au moment où l'élève explicite celle-ci (lui donne un sens pour pouvoir la reformuler)

-Un principe sous-jacent (en arrière)

Un souci de compréhension de la procédure employée pour tous

À travers ce que dit l'élève mettre en évidence la signification sous-jacente, le raisonnement

Figure 5.1- L'activité de l'enseignant autour d'une tâche

Dans cet exemple, la partie observable de l'activité de l'enseignant en classe est le geste professionnel : par exemple un repérage (explicité par lui à la chercheure) de procédures chez les élèves durant la phase de recherche. L'analyse des entrevues et de ce qu'il dit à la chercheure en classe nous conduit à rattacher ce geste à des principes sous-jacents et à des hypothèses sur ce qui guide l'enseignant lors de l'observation de cette phase de recherche. Cette analyse de l'activité de l'enseignant, qui nous permet de comprendre sa pratique d'enseignement, ne peut se faire qu'en croisant les différentes sources de données obtenues à différents moments de la recherche (l'observation de la pratique en classe, les propos tenus par l'enseignant tout de suite après l'action, les entrevues faites avant et après enseignement).

Cette analyse autour d'une tâche montre bien la richesse de l'activité mobilisée par cet acteur professionnel qu'est l'enseignant, activité qui fait intervenir dans l'action des gestes professionnels, des hypothèses sous-jacentes et des principes plus globaux qui orientent cette activité.

Une richesse de gestes professionnels en lien avec différentes tâches

L'analyse des séances en classe de Jacques, en termes d'interactions entre l'enseignant et les élèves, nous a permis d'observer, autour de diverses tâches, différents gestes professionnels présents dans cette activité de l'enseignant[117] :

GP_1 – repérage de procédures/d'amorces de définitions des élèves durant la phase de recherche individuelle, la résolution collective des problèmes ou la construction de définitions (**tâches associées :** faire résoudre un problème, faire construire une définition)

GP_2 – choix de procédures pour le retour collectif sur un problème, une situation ou un graphique. L'enseignant fait un choix, il ne semble pas toutefois y avoir

---

[117] Pour plus de détails voir figure 4.30

d'ordonnancement de ces procédures, il les reprend dans l'ordre où les élèves les présentent (**tâches associées :** faire résoudre un problème, reconnaître une situation proportionnelle ou non, faire construire un graphique)

GP$_3$ – reformulation d'une procédure/d'un raisonnement présenté par un élève lors du retour collectif, pour rendre ces procédures/raisonnements employés par un élève accessibles à tous, ou encore faire ressortir la signification sous-jacente (**tâches associées :** résoudre un problème, reconnaître une situation proportionnelle ou non, faire construire un graphique)

GP$_4$ – questionnement. Il questionne l'élève pour le renvoyer à la signification sous-jacente. Ce questionnement apparaît en lien avec différents types de tâches : il questionne sur la validité d'une procédure, en renvoyant la question aux élèves, dans le cas de la résolution d'un problème (*Ça marches-tu?* (en questionnant sur la procédure proposée), ***Élève** : Non. **P$_1$** : Non. Oui. Non. Je ne sais pas. Je pose la question*); il questionne l'élève sur le sens du mot dans le cas de la construction collective d'une définition (Par exemple dans : « *Rapport et taux. Est-ce que pour vous ce sont des synonymes? Est-ce que vous êtes capables de me dire qu'est-ce que c'est un rapport, et qu'est-ce que c'est qu'un taux?* »); il interroge sur la signification de l'énoncé du problème (*Dans ses propres mots, qu'est-ce que ça veut dire juste l'énoncé en haut, là*); il questionne sur la signification de la procédure présentée par un élève (*mais le un point cinq qui est là, qu'est-ce que ça veut dire ça? Même si vous ne l'avez pas fait, vous êtes peut-être capables de répondre à la question. Le un point cinq qui est là?*); lorsqu'un élève pose une question, il lui renvoie la question (*Bonne question. Je relance ta question : Est-ce que le cœfficient c'est la même chose que le taux unitaire?*)

GP$_5$ – Il renvoie à une explicitation par l'élève de la procédure/ de la démarche employée, du pourquoi (***P$_1$:*** *Bon, explique-moi pourquoi t'as fait cinquante-quatre divisé* *par trente-six*). (**tâches associées :** faire résoudre un problème de manière collective, reconnaître si une situation proportionnelle ou non, faire construire un graphique)

GP$_6$ – Il verbalise pour donner du sens à une construction, à la proportionnalité, à la procédure. (*Le prix pour un timbre. [...] Est-ce que...ce qui est écrit au tableau, ici, c'est que pour trente-six timbres, ça me coûte dix-huit dollars et soixante-douze. Donc, avec dix-huit dollars et soixante-douze, je suis capable de me procurer trente-six timbres. Avec combien d'argent, je vais être capable de me procurer cinquante-quatre timbres?*)

$$\begin{tikzcd}
\underline{18{,}72\$} \arrow[rr, bend left, "\times ?\ 1{,}5"] & = & \underline{?\ 28{,}08} \\
36 \text{ timbres} \arrow[rr, bend right, "\times ?\ 1{,}5"'] & & 54 \text{ timbres}
\end{tikzcd}$$

(**tâches associées :** résoudre un problème, faire reconnaître si une situation est proportionnelle ou non et faire construire un graphique).

Cette variété de gestes professionnels témoigne de la richesse de l'activité de l'enseignant. Un même geste professionnel, comme on le voit dans ce qui précède, peut apparaître dans différents types de tâches, témoignant d'une certaine cohérence de cette pratique. C'est le cas par exemple de GP$_4$ – questionnement (en questionnant sur une procédure, sur la signification d'un mot, du problème...). Mais des gestes professionnels différents peuvent aussi apparaître, comme nous le verrons dans ce qui suit, en lien avec des tâches différentes.

Des gestes professionnels différentiés

Les analyses nous ont permis d'observer qu'en fonction de la tâche donnée aux élèves, les gestes professionnels identifiés dans la pratique de l'enseignant peuvent changer. Il y a ainsi des gestes qui ne sont présents que dans certaines tâches, par exemple le GP_1.

Cette différentiation peut aussi être observée à l'intérieur d'un même geste et d'une même tâche. Par exemple, lors de la reconnaissance d'une situation proportionnelle ou non (tâche donnée aux élèves) nous avons pu remarquer que le GP_6 prend des tournures différentes. Ainsi l'enseignant verbalise dans certains cas pour donner du sens à la proportionnalité en contexte, à la construction d'un graphique ou pour faire ressortir le sens sous-jacent de la procédure de l'élève. Dans des tâches différentes, on voit aussi ressortir un ensemble de gestes différentiés (cf. figure 4.31). Par exemple dans la construction de définitions, seulement deux gestes apparaissent, le choix d'amorces de définition, la reformulation de ces amorces, l'explicitation de ce que fait l'élève et la verbalisation pour donner du sens ne sont pas présentes. Cette réduction des gestes professionnels est sans doute à relier aux incidents critiques et aux changements qui apparaissent à ce moment là dans sa pratique. Cette diversité dans les gestes professionnels identifiés et dans les nuances qu'ils prennent en lien avec les tâches données aux élèves, témoigne, d'une certaine manière, de la variabilité de la pratique d'enseignement de Jacques.

Des gestes professionnels associés à certains principes sous-jacents qui le guident dans son intervention

Comme nous l'avons vu, les gestes professionnels ne peuvent être identifiés que dans l'action en classe. À partir de l'analyse de l'entrevue, une certaine rationalité sous-jacente de l'enseignant a été identifiée par nous en dehors d'une action effective en classe. Nous avons cherché à mettre en lien ces gestes professionnels et ces principes pour montrer la cohérence de cette pratique.

Le tableau ci-dessous nous aide à voir cette relation :

Principes sous-jacents	Gestes professionnels
Partir des élèves	GP_1- repérage de procédures, d'amorces de définitions… des élèves GP_4- questionne l'élève sur le sens qu'il donne dans ses mots à l'énoncé du problème, sur sa procédure, questionne sur le sens qu'il donne au mot
Axer sur le raisonnement	GP_4- questionne sur la signification de l'énoncé du problème, sur la procédure, sa signification/renvoie la question pour faire valider la procédure GP_5- renvoie à une explicitation par l'élève de la démarche employée
Comprendre les fondements des concepts	GP_4- questionne sur la procédure utilisée/ sur sa signification GP_6- verbalise pour donner un sens (à une construction, à la proportionnalité, à une procédure…)

Tableau 5.1- Relation entre les gestes professionnels et les principes sous-jacents

Une remarque s'impose à cette étape : un geste professionnel et les principes qui guident l'enseignant ne sont probablement pas dissociés dans la pratique de l'enseignant, comme pourrait le laisser croire le découpage qu'on vient de faire. Ils sont imbriqués dans l'activité de l'enseignant et la distinction qu'on fait dans ce travail a pour seul but de comprendre plus en profondeur deux moments de la pratique enseignante (conception *a priori* explicitée dans l'entrevue et action effective en classe) et d'établir les liens qui existent entre eux.

5.1.1.2. Une nouvelle lecture de Maurice en termes de gestes professionnels

Cette nouvelle analyse en termes de gestes professionnels de la pratique de Maurice a été réalisée sur la 4e séance (1h15 de cours)[118]. Cette séance est la seule dans laquelle on retrouve une certaine interaction entre l'enseignant[119] et les élèves et, par le fait même, elle nous permet d'observer l'activité de l'enseignant en utilisant le cadre ergonomique. Plus précisément, nous avons analysé deux épisodes, portant pour chacun d'entre eux sur la résolution d'un problème de proportion. La résolution de ces deux problèmes se déroule dans la deuxième partie du cours (de la 5e minute à la 28e minute)[120]. Après cette période de résolution collective, les élèves sont invités à résoudre d'autres problèmes individuellement.

Nous présentons ici ce qui ressort de l'analyse de l'activité de l'enseignant autour d'un des problèmes tiré de la pratique de Maurice. Le problème qui était donné aux élèves est le suivant : « En voiture, j'ai parcouru 160km en 2h. Quelle distance vais-je parcourir en 5h si je roule toujours à la même vitesse? ». Autour de cet exemple, nous voyons apparaître, comme pour Jacques, la présence de gestes professionnels, d'inférences dans l'action et de principes sous-jacents.

---

[118] Le verbatim du cours a au total 351 lignes de transcription.

[119] Comme nous l'avons vu précédemment, lors de séances en classe il y avait très peu d'échanges entre Maurice et les élèves. Dans la première partie du cours Maurice explicitait le contenu, ensuite les élèves travaillaient sur la résolution de problèmes, sans qu'un retour collectif soit fait sur ces problèmes. Dans cette présentation davantage magistrale, il est difficile de repérer les gestes professionnels à l'œuvre dans l'activité de l'enseignant. Même si nous pensons que de tels gestes existent, ils sont difficiles, sur un plan méthodologique, à repérer par la chercheure. D'autres dispositifs méthodologiques seraient à penser si nous voulions aborder cette dimension.

[120] Dans le verbatim cette partie se trouve entre les lignes 64 et 351.

Tâche donnée aux élèves

Faire résoudre un problème (de proportion) aux élèves

Activité de l'enseignant

-Un Acte extériorisé (Geste professionnel)
Il reformule la procédure de l'élève en ajoutant les unités (GP_3)
« *Élève : Moi, je ferais 160 divisé par 2.*
P- la première solution, on va voir 160 kilomètres dans le fond, divisé par 2 heures ce qui donne? » (4e séance, lignes 74 à 76)

-Une inférence, hypothèse (en action)
Il identifie une difficulté potentielle dans ce que dit l'élève
« *J'insiste pour qu'ils écrivent mettons une rangée c'est des millilitres l'autre c'est des dollars pour que ça soit clair, pour que leur démarche soit bien structurée* » (1er entrevue, lignes 171 à 172).

-Un principe sous-jacent (en arrière)
-C'est important qu'ils identifient les unités pour pouvoir interpréter le résultat
« *C'est juste que ce qui est une difficulté souvent c'est qu'ils ne savent pas quoi diviser par quoi, [...] ils savent que si je fais mettons des dollars par millilitre, des millilitres par dollar. Bon, écrire les unités puis ensuite on peut interpréter le taux par rapports aux unités parce que s'ils n'ont pas écrit cela, comment savoir lequel est le plus cher le moins cher.* » (1er entrevue, lignes 152 à 157).

Figure 5.2- L'activité de l'enseignant Maurice autour d'une tâche

L'analyse de la pratique de Maurice en termes de gestes professionnels nous a permis d'identifier différents gestes professionnels. Parmi ceux-ci, certains d'entre eux rejoignent ceux répertoriés précédemment dans la pratique de Jacques, d'autres sont nouveaux.

Dans ce qui suit, nous allons d'abord donner un exemple de chacun des nouveaux gestes professionnels identifiés, pour ensuite revenir sur une analyse plus globale de ce qu'on retrouve lors des séances en classe en termes de gestes professionnels.

Des gestes professionnels nouveaux

GP$_7$ – introduire un contenu à partir d'un exemple. Cette idée d'introduire un nouveau contenu toujours à partir d'un exemple se retrouve dans toutes les séances[121].

> « Comparaison de rapports et de taux, là je vais faire, pas besoin de regarder tout de suite les notes de cours, c'est clair dedans, mais moi, ce que je veux c'est pas ce qui est écrit là dedans, c'est votre impression à vous. Je vais donner deux exemples : supposons que j'achète des canettes de, de n'importe quoi là, des canettes de liqueur. Fait que j'ai 0,87 dollar, soit 87 cents pour 3 canettes. Dans un autre cas, supposons que j'ai 1,03 dollar pour 4 canettes. Là, je vais travailler la comparaison de rapports et de taux, la question pouvait être, dans ce cas ici : lequel est le plus avantageux des deux achats? [...] Je vais être capable de comparer, ça, ça arrive souvent dans la vraie vie, je veux dire, regarde les boîtes de céréales, le prix ça c'est pour 400gr de céréale, il y a un autre prix pour 850gr. C'est savoir lequel reviendrait moins cher? » (2^e séance).

Ce geste professionnel est guidé par un certain principe sous-jacent à l'enseignant, il vient du souci de contextualiser le contenu qu'il présente en lien avec la vie quotidienne, comme il nous l'explicite dans l'entrevue

> « Dans la vraie vie, ils ont tendance à faire des choses [...] si, j'ai... plusieurs cas, j'essaye de ... à côté de rapport et de taux, qu'ils voient partout sur des boîtes de céréales et ailleurs, il est là dans la vraie vie. » (entrevue initiale)

GP$_8$ – attirer l'attention des élèves sur des difficultés connues, en lien avec le contenu traité.

---

[121] Il est important de souligner que toutes les séances en classe observées ont commencé de la même manière, soit par l'introduction d'un nouveau contenu s'appuyant sur un exemple. Ce GP s'avère alors très caractéristique de l'activité de Maurice (autour de la tâche introduire un contenu nouveau aux élèves) et par conséquent de sa pratique d'enseignement. Dans ce cas, nous n'avons pas eu besoin d'une interaction plus développée avec les élèves pour être en mesure d'identifier ce GP, chacune des séances ayant débuté ainsi. Par contre, il est possible que d'autres gestes professionnels aient été mobilisés en lien avec cette même tâche, qu'il nous est impossible d'inférer à partir des traces que nous avions.

Après avoir introduit les rapports et les taux, mais avant de commencer la résolution de problèmes, Maurice attire l'attention des élèves sur une difficulté connue en lien avec les différents sens associés à un rapport, comme nous le montre l'extrait ci-dessous :

> « [...] Il faut comprendre que dans un rapport, ce n'est pas toujours qu'on a une fraction. Il y a deux sens (sous-entendu : sens partie tout, et sens rapport) et c'est vraiment deux choses différentes. Et <u>toutes les difficultés avec les problèmes qu'on va avoir sont reliées à ça</u>. » (1e séance).

Cette importance attribuée aux difficultés possibles chez les élèves a été annoncée lors de la première entrevue[122].

L'activité de l'enseignant en lien avec une tâche (que l'on pourrait qualifier ici d'introduire un certain contenu mathématique) peut être synthétisée ainsi :

Tâche donnée aux élèves	**Activité de l'enseignant**
Introduire un certain contenu	**-Un Acte extériorisé (Geste professionnel)** Introduire un contenu à partir d'un exemple (**GP_7**) **-Un principe sous-jacent (en arrière)** Établir un lien avec la vie courante, « concrétiser » sur un certain contenu : « Dans la vraie vie, ils ont tendance à faire des choses [...] si, j'ai... plusieurs cas, j'essaye de ... à côté de rapport et de taux, qu'ils voient partout sur des boîtes de céréales et ailleurs, il est la dans la vraie vie. » (1er entrevue)
	-Un Acte extériorisé (Geste professionnel) Attirer l'attention des élèves sur des difficultés connues (**GP_8**) À propos du exemple **Sens PARTIE-PARTIE** de rapport « **Exemple 1 :** 2 filles **POUR** 3 garçons→ **2 : 3** **Attention :** Il y a 5 enfants en tout! » **-Un principe sous-jacent (en arrière)** Éviter les erreurs

Figure 5.3- L'activité de l'enseignant Maurice autour d'une tâche

---

[122] Pour plus de détails voir 4.1.1.1.

Des gestes professionnels rejoignant ceux déjà identifiés

Dans la pratique en classe de Maurice, on retrouve aussi des gestes professionnels qui peuvent être rapprochés de ceux identifiés lors de l'analyse de la pratique de Jacques, soient le **GP_1** – repérage de productions des élèves, le **GP_2** – choix de procédures employées par les élèves qui seront reprises dans le retour, le **GP_3** – reformulation d'une procédure employée par un élève (pour faire ressortir les unités) et le **GP_4** – questionnement : questionne l'élève sur la procédure employée. Nous expliciterons davantage chacun de ces gestes dans ce qui suit.

- Lors de la résolution de ce problème[123], on identifie un premier geste professionnel GP_1 qui porte sur un certain repérage des productions des élèves (pendant qu'ils travaillent sur le problème). Dans ce cas précis Maurice fait le repérage d'une erreur commise par un élève sur une suite d'égalités. L'extrait ci-dessous (tiré du retour sur le problème) nous montre bien qu'il y a eu repérage préalable. Il nous montre de plus comment il intervient :

> « P- premièrement, si j'écris ça de même (*Il écrit au tableau 6h* x *60$ = 360 Donc, 6* x *60 = 360 ÷ 45 = 8*) est-ce que ce serait vrai? (*en faisant référence aux deux égalités dans l'expression*)
>
> Élève : non, parce que ça ne serait pas la même réponse
>
> P- non, parce que la réponse si je la réutilise pour faire mon calcul 6 fois 60 ça donne 360. Ça ne donne pas 360 divisé par 45. Excusez, je fais une parenthèse. Je suis sûr qu'on vous l'a déjà dit en 1. Ok, je ne peux pas écrire (ceci). Vous comprenez pourquoi au moins?
>
> Élèves : oui
>
> Élève : parce qu'il faut que ce soit égal

---

[123] Le problème présenté aux élèves est le suivant: « Je peux louer un kayak pendant 6 heures pour 45$. Combien de temps vais-je avoir le kayak si je paye 60$? » (4^e séance)

> P- parce que ce n'est plus égal. C'est comme si je faisais 6 fois 360 qui est égal à tout ça *(6* x *60 = 360 ÷ 45 = 8)* qui est égal à 8; 6 x 60 n'est pas égal à 8» (4e séance).

Ce repérage (GP_1) nous montre que Maurice d'une certaine manière est attentif aux erreurs commises par les élèves dans l'action. Dans ce cas-ci, on voit apparaître lors du retour un autre geste professionnel (GP_8)[124], il statue sur l'erreur en attirant l'attention sur celle-ci et en se prononçant sur la non validité de ce qui est écrit afin que les élèves ne fassent plus cette erreur par la suite.

- Lors du retour sur la résolution de problèmes, on retrouve aussi un autre geste professionnel qui consiste à reformuler (GP_3) la procédure utilisée par un élève, en la complétant pour faire apparaître les unités et en lui donnant un sens.

> « P- Si je loue un kayak et que ça coûte 45 dollars pour 6 heures. Je veux savoir pour 60 dollars je l'aurais pour combien de temps? [...]. Ok, 45 divisé par 6, ça donne quoi? *7,5 ça représente quoi?* Les *dollars* dans le fond divisé par *les heures*. On a les dollars pour 1 heure, sept et cinquante. (***les unités sont présentes dans sa formulation, il donne aussi un sens à la réponse 7,5 : on a les dollars pour une heure***)
>
> Élève : je fais 60 divisé par 7 et 50
>
> P- 60 dollars que tu divises par 7,5 (***il ajoute les unités***)
>
> Élève : ???
>
> P- donne combien?
>
> Élève : 8
>
> P- 8! En effet, ça donne quoi? le nombre (de fois) que 7 et 50 rentre dans 60 dollars? Ça (7,5) c'est pour une heure, combien de fois ça rentre? Ça rentre 8 fois (***il reformule la procédure de l'élève en lui donnant un sens***). Ok. As-tu d'autres solutions ?» (4e séance)

---

[124] Le GP_8 fait partie des nouveaux gestes professionnels identifiés dans la pratique de Maurice.

Comme Maurice nous l'avait annoncé lors de l'entrevue initiale, expliciter les unités est quelque chose d'important (on retrouve ici un certain principe sous-jacent) dans la structuration de la démarche des élèves « *Je veux qu'ils sachent bien écrire les unités, par exemple, qu'ils ont* » (1er entrevue).

Dans la pratique de Maurice, nous pouvons noter aussi que la reformulation d'une procédure employée par l'élève (GP$_3$), mettant l'accent sur le sens, peut avoir comme objectif d'arriver à une proportion. Selon Maurice, en secondaire 2, on fait des proportions.

> « P- [...] ok, garde ta façon de faire on va regarder un autre problème[125] [...]
>
> Élève : dans ce cas ici 5 fois 160, c'est correct? Ça donne 800 divisé par 2
>
> [...]
>
> P- [...] C'est ça la question : combien de kilomètres en 5 heures. On vient de dire que c'était 400 et ça avait l'air d'avoir du sens.
>
> Élève : (???, ok si ça marche)
>
> P- ok, je sais pourquoi est-ce que tu as fait fois (***Il n'explicite pas comment il sait/il montre toutefois ici une inférence faite dans l'action : il fait une hypothèse sur la procédure de l'élève, ce qu'il a fait***)
>
> Élève : (autre) ça veut dire que ça donnait 400, c'est déjà 2 heures, si on fait fois 5 ça donne 10 heures, donc (???) ça fait 800
>
> P- on va y aller un peu à la façon des proportions, c'est ça exactement. C'est que si je fais fois 5, le nombre de kilomètres fois 5. *Je vais faire 5 fois plus de kilomètres en 5 fois plus de temps* (***ici il reformule la procédure de l'élève en cherchant à lui donner un sens***). Fait qu'on peut écrire ça peut-être d'une façon comme une proportion, vous allez voir c'est avantageux. [...] (***ici il met de l'avant le passage par une proportion***)» (4^{e} séance, lignes 92 à 113).

---

[125] En voiture, j'ai parcouru 160km en 2h. Quelle distance vais-je parcourir en 5h si je roule toujours à la même vitesse? (4^{e} séance)

L'importance que prennent les unités pour Maurice peut être aussi aperçue au moment où il questionne l'élève sur la démarche employée pour faire ressortir les unités (GP_4).

> « M-O : moi, je ferais 160 divisé par 2
>
> P- la première solution, on va voir 160 kilomètres dans le fond, divisé par 2 heures qui donne?
>
> M-O : 80
>
> P- 80, ça représente quoi ça?
>
> M-O : kilomètres par heure
>
> P- les kilomètres divisé par des heures, c'est la vitesse » (4e séance, lignes 74 à 80).

- Un autre geste professionnel identifié chez Maurice porte sur le choix de procédures lors du retour sur un problème : on observe ici que certaines procédures sont reprises par ce dernier, d'autres mises de côté, il y a donc bien un certain choix fait par l'enseignant qui organise ce retour (GP_2). Les critères qui le guident dans ce choix ne sont cependant pas explicites. À partir de l'extrait ci-dessous, nous pouvons penser que Maurice ne reprend pas ce qui semble complexe.

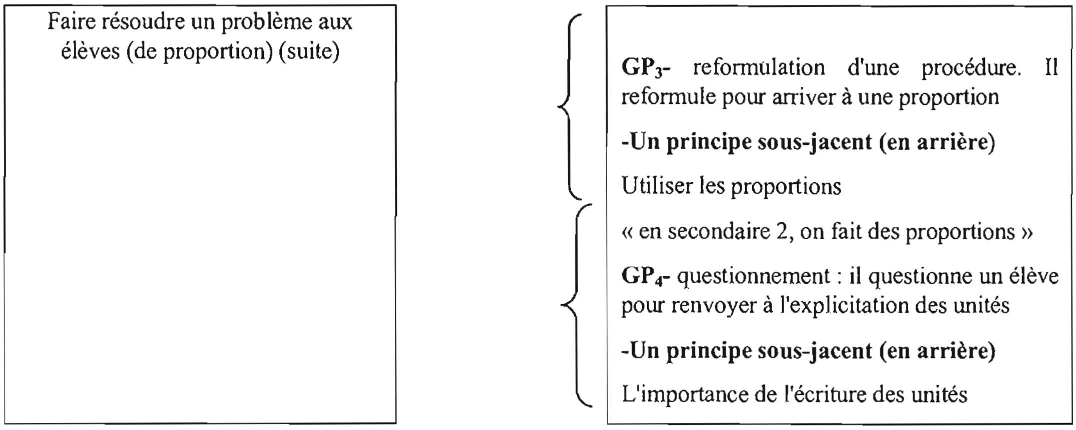
> « (***Lors de la résolution du problème de vitesse***). Réfléchissez encore là, l'idée c'est comment est-ce qu'on pourrait faire ça autrement, d'une autre façon. Oui M-O?
>
> M-O : j'ai une autre, mais c'est un peu plus long et puis plus compliqué.
>
> P- ok, on va la regarder toute à l'heure, ok, garde ta façon de faire on va regarder un autre problème, on va voir si c'est plus rapide dans ce cas ici. » (4e séance, lignes 87 à 91).

Par la suite, Maurice ne revient pas sur la procédure suggérée par M-O. Il ne fait plus référence à celle-ci et va chercher des procédures plus « simples ».

Synthèse de ce qui se dégage

L'analyse de la tâche « faire résoudre un problème aux élèves », lors de la 4^e séance en classe, et de l'introduction d'un nouveau contenu dans les autres séances, nous a permis de dégager certains gestes professionnels présents dans la pratique d'enseignement effective de Maurice en classe, comme nous le montre la figure ci-dessous :

Tâche donnée aux élèves	Gestes professionnels associés à l'activité de l'enseignant
Introduire un nouveau contenu	**GP$_7$**- introduire un contenu à partir d'un exemple **-Un principe sous-jacent (en arrière)** Établir un lien avec la vie courante/ concrétiser, donner du sens
	GP$_8$- attirer l'attention des élèves sur des difficultés connues. **-Un principe sous-jacent (en arrière)** Éviter que les élèves fassent ces erreurs
Faire résoudre un problème aux élèves (de proportion)	**GP$_1$**- repérage d'une erreur commise par un élève. **GP$_8$**- Il statue sur une erreur d'un élève, la non validité de ce qui est présenté, pour les autres élèves **-Un principe sous-jacent (en arrière)** Éviter que les élèves fassent cette erreur par la suite
	GP$_2$- choix de procédures : il laisse de côté certaines procédures qui lui semblent complexes, il en reprend d'autres plus simples. **-Un principe sous-jacent (en arrière)** Ne pas mélanger les élèves « Sinon, ils risquent de se mélanger de toute façon »
	GP$_3$- reformulation d'une procédure : il reformule pour faire ressortir les unités **-Un principe sous-jacent (en arrière)** Importance d'écrire les unités, aide à structurer la démarche, à savoir quoi faire : *« Je veux qu'ils sachent bien écrire les unités, par exemple, qu'ils ont »*
	GP$_3$- reformulation d'une procédure. Il reformule pour lui donner un sens **-Un principe sous-jacent (en arrière** Souci de faire comprendre les notions



Faire résoudre un problème aux élèves (de proportion) (suite)

GP$_3$- reformulation d'une procédure. Il reformule pour arriver à une proportion

-Un principe sous-jacent (en arrière)

Utiliser les proportions

« en secondaire 2, on fait des proportions »

GP$_4$- questionnement : il questionne un élève pour renvoyer à l'explicitation des unités

-Un principe sous-jacent (en arrière)

L'importance de l'écriture des unités

Figure 5.4- Gestes professionnels identifiés chez Maurice

Cette nouvelle analyse de la pratique de Maurice en termes de gestes professionnels fait apparaître une certaine diversité dans les gestes professionnels qui sont liés à deux tâches données aux élèves (résoudre un problème de proportion et introduire un nouveau contenu). La figure ci-dessus nous permet de remarquer que dans la tâche où il y a une certaine interaction avec les élèves, des gestes professionnels différents peuvent être identifiés. Les analyses conduites au chapitre IV en termes de cohérence de la pratique, nous avaient permis d'identifier les principes sous-jacents de l'enseignant, la rationalité qui guide sa conduite de sa planification de la séquence d'enseignement de la proportionnalité à sa réalisation en classe avec les élèves. Cette nouvelle analyse de la pratique effective en classe, en termes de gestes professionnels, à son tour, permet d'identifier comment ces intentions se manifestent dans l'action en classe à partir des interactions avec les élèves. Ce regard croisé nous a ainsi permis de comprendre deux facettes de la pratique d'enseignement de Maurice qu'il n'aurait pas été possible de percevoir si nous étions restés collée à un seul de ces cadres d'analyse.

Toutefois il apparaît important de se rappeler que, même si nous avons été en mesure d'identifier certaines des caractéristiques de sa pratique en classe, en utilisant la perspective ergonomique, ce cadre de référence n'est pas le plus approprié pour rendre compte de sa pratique d'enseignement. Comme nous l'avons souligné en effet auparavant, les gestes professionnels n'ont pu être identifiés que partiellement dans ce cas dans l'interaction entre l'enseignant et les élèves, dans des moments très spécifiques qui ne rendent pas bien compte de l'ensemble de la pratique de cet enseignant (cf. chapitre IV).

5.1.2. Un regard croisé sur les pratiques de Jacques et Maurice en termes de cohérence de la pratique / des logiques qui guident la conduite de ces enseignants

Différentes études nous montrent que la pratique enseignante est une pratique cohérente (Butlen, 2007; Roditi, 2005, Proulx, 2003, Bednarz, Perrin-Glorian, 2003). Ces auteurs soulignent que l'activité du professeur n'est jamais aléatoire, mais découle de choix cohérents, stables. Roditi (2005) met en évidence que cette cohérence peut d'une certaine manière expliquer la conduite de l'enseignant à travers les traces qui caractérisent sa pratique d'enseignement (son scénario d'enseignement, ses actions). Proulx (2003) explicite que l'action en classe de l'enseignant est guidée par des principes sous-jacents. Cette cohérence se révèle ainsi dans l'organisation de l'activité quotidienne de l'enseignant (à travers les invariants observés et les différences). Étudier cette cohérence nous permet d'entrer dans une explicitation et compréhension des logiques qui expliquent la conduite d'un enseignant. C'est dans cette perspective par exemple que se situent les travaux de Roditi (2005) portant sur l'analyse de pratiques de plusieurs enseignants (sur les décimaux) qui s'intéressent aux règles du métier partagées par ces enseignants. Notre propre travail cherche à retracer, à travers cette cohérence interne manifestée par un acteur professionnel (l'enseignant) la rationalité qui le guide (pas nécessairement attachée, sans exclure pour autant celles-ci, à des règles du métier, mais aussi à des composantes autres, personnelles, des valeurs, des buts...).

Cette analyse de la cohérence de l'enseignant s'inscrit donc dans un cadre conceptuel plus large, celui de la rationalité de l'acteur (ou des raisons d'agir comme on agit). Nous empruntons ici à la sociologie ce concept de rationalité, abondamment repris dans les travaux portant sur l'analyse sociologique de l'action (voir Déchaux, 2002). La théorie de la rationalité suppose que l'acteur manifeste une certaine cohérence dans ses conduites, attitudes et choix, autrement dit que l'acteur présente une certaine logique qui l'empêche de fonctionner en rupture avec ses convictions, ses valeurs...Cela ne signifie pas que pour autant, nous fonctionnons toujours en accord avec ces convictions, ces conceptions, ces valeurs. Les études par exemple de Gattuso (2001) portant sur la concordance entre ses conceptions de l'enseignement des mathématiques, de l'apprentissage, des mathématiques et sa pratique nous le montrent bien. Comme tout être humain, nous savons qu'il nous arrive souvent de nous contredire et pour toutes sortes de raisons. Dans le cas précédemment cité, les contraintes de l'action en classe, les réactions du groupe, des élèves font en sorte par exemple que l'on dévie de ces convictions profondes. Dechaux (2002) nous invite d'ailleurs à accepter cette indétermination de l'action. L'acteur est dans certains cas un acteur ambivalent et ne s'inscrit pas toujours dans une action cohérente (avec ces raisons profondes qui guident celle-ci). Il y a donc place pour une certaine ambivalence de l'action qu'il est aussi intéressant d'avoir en tête quand on entre dans une analyse de cette rationalité de l'acteur.

Nous retenons toutefois ce cadre d'interprétation pour entrer dans la compréhension des logiques qui sous-tendent les conduites de l'enseignant (en lien dans notre cas avec l'enseignement de la proportionnalité). Selon Giddens (1987) et Dubet (1994), chaque acteur est compétent en contexte et est capable de rendre compte de ce qu'il fait et de donner les raisons qui ont inspiré son action.

> « Les acteurs ont beau voir les choses par le petit bout de la lorgnette, ils connaissent les enchaînements fins de l'action, les séries de décisions et des choix, les calculs et les anticipations des actions dont ils sont les agents et, pour une part, les auteurs » (Dubet, 1994, p. 234)

Comme le mentionne Giddens (1987) la rationalisation de cette action passe par une explicitation de la part de l'acteur de raisons qui le guident dans ses prises de décisions. La voix d'accès aux raisons qui inspirent l'action passe par l'explicitation. Elle renvoie donc nécessairement pour nous aux données provenant des entrevues et mini-entrevues réalisées par l'enseignant. Il est important enfin de souligner cette analyse doit être faite en tenant compte de la temporalité de son action, c'est-à-dire d'une action que se construit au fil du temps. C'est dans cette perspective que nous avons fait une nouvelle lecture de la pratique de Jacques, après un retour sur la pratique de Maurice en termes de cohérence et sur ce qu'elle nous révèle sur sa rationalité.

5.1.2.1. Un retour sur le cas Maurice en termes de cohérence de la pratique et de rationalité sous-jacente

De l'ensemble des données qui ont été analysées (entrevue sur la planification, notes de cours données aux élèves et séances en classe), se dégage dans la pratique d'enseignement de Maurice une certaine cohérence interne.

Une cohérence interne très forte dans la manière de concevoir la progression du savoir

Cette cohérence interne c'est l'aspect le plus marquant de la pratique de Maurice. Ce qu'il nous annonce lors de l'entrevue sur la planification (entrevue initiale), à travers la manière dont il compte organiser la progression du savoir dans son enseignement, les étapes qu'il prévoit, se concrétise effectivement dans les notes de cours données aux élèves et dans les séances en classe. On retrouve donc ici une pratique enseignante *cohérente en lien avec différents temps d'action de l'enseignant* (de la planification à la réalisation en classe). Cette cohérence se manifeste aussi *à chacun des temps de cette pratique*, à travers la manière dont est pensée la progression/organisation/structuration des leçons (dans la planification, dans la construction des notes de cours, dans l'action en classe). On peut enfin observer un lien très fort entre ce qui sera fait effectivement par cet enseignant en classe et ce qu'il nous annonce dans ses propos, dans son discours lors de l'entrevue initiale. Cette cohérence interne présente chez Maurice, nous révèle un des fondements de son action et en quelque sorte de sa rationalité en tant qu' « acteur compétent » pour utiliser le terme employé par Giddens (1987) : une gestion de la progression du savoir dans le temps (de la proportionnalité) est ici pensée, conçue, réalisée s'appuyant sur une certaine analyse du concept.

Cette cohérence s'exprime aussi, en classe, à travers certaines manières de faire se manifestant dans une certaine structure de leçon, certains choix, certaines marches à suivre, certaines attentes qu'il maintient tout au long. Quelles logiques sous-jacentes guident ces conduites en classe?

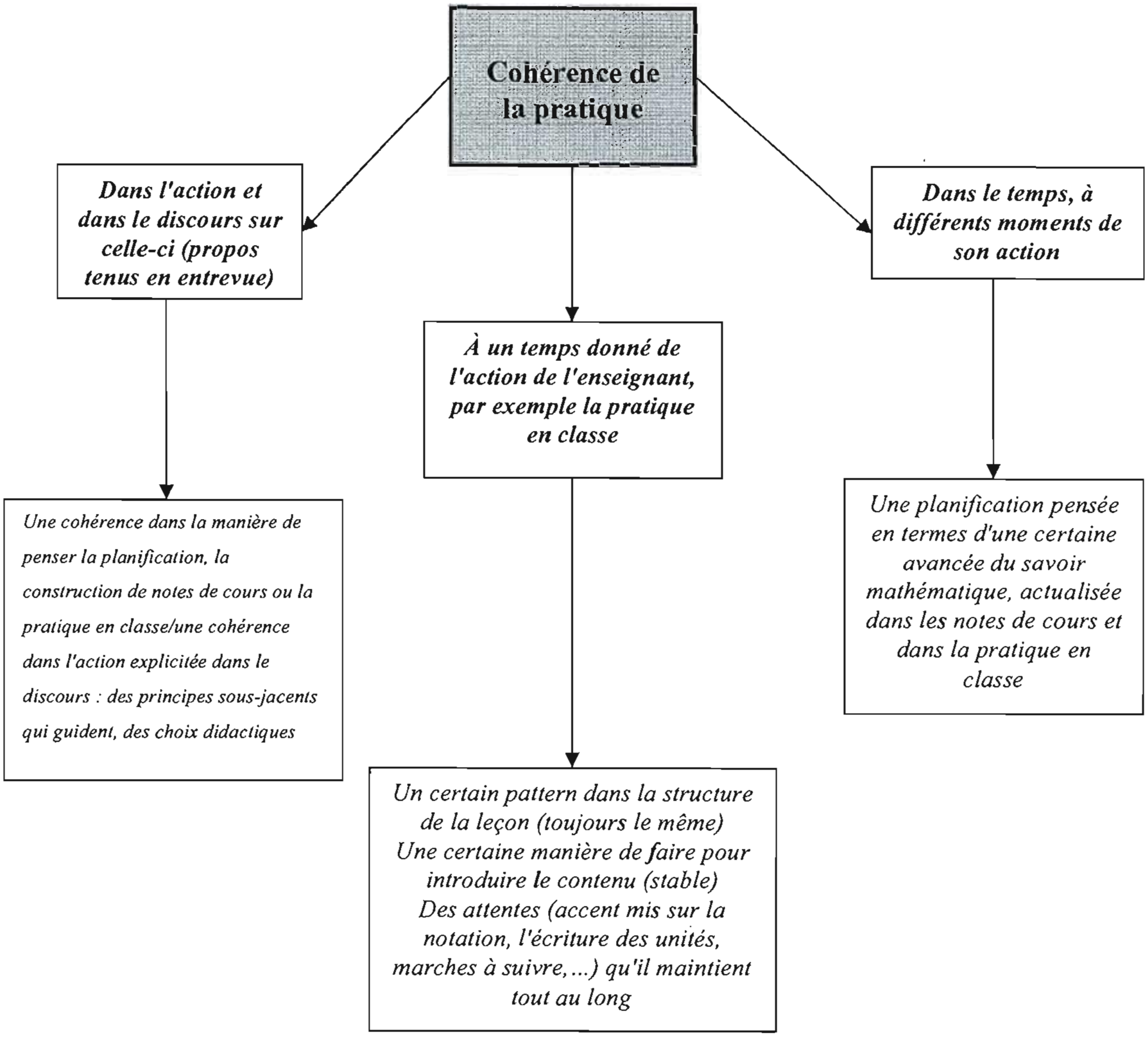


Figure 5.5- Cohérence de la pratique de Maurice à différents temps de son action

Une cohérence interne articulée sur certains principes et sur certains choix didactiques guidant la structuration de son enseignement de la proportionnalité

À travers l'analyse du cas Maurice, notamment dans ce qu'il nous explicite en entrevue, des choix didactiques ressortent. Ces choix didactiques[126] réfèrent à des choix posés par l'enseignant (et explicités par lui en entrevue) :

- en lien avec le savoir concerné par cette séquence et son apprentissage

- en lien avec l'enseignement : choix en regard de la façon dont il voit l'avancée du savoir dans la séquence, la manière de penser la progression ou l'introduction du savoir dans les notes de cours, choix posés en lien avec la manière dont il conçoit la négociation du savoir en classe.

Des principes plus généraux guidant son enseignement ressortent également, qui permettent, avec les choix didactiques, de comprendre cette cohérence de l'acteur tout au long de sa pratique. Nous faisons *a posteriori* une nouvelle lecture de ce qui émerge de l'analyse (cf. chapitre IV) pour en dégager les éléments saillants.

Les principes sous-jacents qui le guident dans cette pratique d'enseignement de la proportionnalité

-L'importance du savoir (selon une certaine logique organisant sa progression de la notion de rapport et taux à la résolution et reconnaissance de situations proportionnelles) : sa progression est pensée en terme du savoir, elle est basée sur une certaine analyse du contenu mathématique en jeu l'amenant à préciser des préalables à l'introduction de nouveaux contenus et donc à penser leur agencement d'une certaine façon (par exemple la notion de rapport est vue comme nécessaire pour l'introduction de

---

[126] L'adjectif didactique accolé à ce choix est explicité dans ce qui suit

la proportion et ses propriétés, la notion de proportion doit être introduite pour pouvoir résoudre des problèmes proportionnels, et les propriétés des proportions, avec un certain nombre d'outils, sont nécessaires pour pouvoir reconnaître des situations proportionnelles ou non proportionnelles).

- *Une progression pensée en termes de réinvestissement de l'ancien dans le nouveau* (un peu conséquence de ce qui précède : il y a réinvestissement d'un certain savoir dans l'introduction du nouveau savoir). Cette idée de réinvestissement chez Maurice vient caractériser une certaine conception de l'apprentissage qui est en jeu (qui pourrait s'exprimer ainsi : on apprend quelque chose en revenant dessus plusieurs fois, en appliquant, en le réinvestissant, ...). Lors de la construction de sa séquence, ce réinvestissement prend en effet une place importante. L'entrevue finale nous a permis de faire expliciter par Maurice cette idée :

> « Fait que je ne peux pas dire qu'ils sont experts tout le temps, du premier coup, mais plus que tu l'appliques (***un contenu vu en classe***), puis quand je me rends dans les figures semblables, par exemple, il y a des notions dans les proportions qu'ils voient une application, une autre application et ça les aide à comprendre ce qu'ils ont vu avant » (entrevue finale)

-*une idée de progression du simple au complexe dans l'enseignement :* Pour Maurice, il est important de ne pas mélanger les élèves. On peut les mélanger en fin de séquence seulement pour ne pas qu'ils pensent par exemple que tout est proportionnel, pas avant.

> Il nous dira ainsi qu'« ensuite à partir de ça pour les mélanger, vu qu'ils pensent que tout dans la vie est proportionnel... pour qu'ils se rendent compte que dans le fond, non, puisqu'il y a une question qu'on aurait dû se poser à chacun des problèmes qu'on a fait avant : est-ce qu'il a de l'allure ou pas? Est-ce que cette situation est proportionnelle ou pas? » (1ère entrevue).

-un enseignement structurant, organisant : on retrouve une idée très forte chez Maurice d'organiser/structurer la démarche des élèves (qui s'actualisera dans des marches à suivre). Cette idée semble importante pour lui à toutes les étapes et un travail en ce sens par l'enseignant à différents moments ressort.

> « J'insiste pour qu'ils écrivent mettons une rangée c'est des millilitres l'autre c'est des dollars, pour que ça soit clair, pour que leurs démarches soient bien structurées. Sinon, ils risquent de se mélanger de toute façon eux-mêmes » (1^{er} entrevue)

-un enseignement contrôlant aussi les erreurs : il faut prévenir les erreurs, difficultés des élèves (des difficultés dont il est conscient, qu'il a anticipées) : ceci se traduira par des mises en garde faites par l'enseignant (dans les notes de cours, dans la classe) sur certaines difficultés les plus courantes.

> « Exemple 1 : 2 filles POUR 3 garçons 2 : 3
> **Attention :** Il y a 5 enfants en tout! » (extrait des notes de cours)

Des choix didactiques sont aussi faits par l'enseignant :

-un choix de problèmes retenus dans les notes de cours (et qui seront utilisés dans son enseignement en classe comme ressources) prenant en compte certaines variables: le choix des problèmes/exercices prend en considération :

1) un certain contenu (on retrouve des problèmes associés à chacune des étapes de la séquence

2) une certaine variété (c'est ce qu'il explicite en entrevue cf. 4.1.1.)

3) des possibles difficultés chez les élèves (certains des problèmes cherchent à prendre en compte les difficultés qu'il anticipe)

4) ils sont aussi gradués en termes d'une certaine complexité de plus en plus grande (ce qu'il nous dit en entrevue dans un souci de ne pas mélanger l'élève au départ)

-un accent mis sur certains contenus considérés comme des outils : c'est le cas de rapports et taux (définition, distinction, comparaison) et de proportion, ses caractéristiques, propriétés. Ces notions sont considérées comme des outils essentiels pour aborder la résolution de problèmes de proportion, la reconnaissance de situations proportionnelles et le contrôle exercé sur ces situations, les situations en enseignement des sciences (pour rapport et taux)[127]

Comme nous l'avons vu précédemment, nous pouvons interpréter l'importance qui prend la distinction entre rapport et taux dans la pratique de Maurice à partir de deux points d'entrée : le premier tel explicité par lui en entrevue prend une connotation personnelle (composante personnelle) qui est explicitée en termes de « si je ne le fais pas ils ne le feront jamais (*en faisant référence à la distinction rapport / taux*) ». Or ils vont avoir à l'utiliser (c'est ce qu'il nous dit) dans la vie courante et plus tard dans leurs études en sciences. Il y a donc là une conviction personnelle. La deuxième prend son ampleur à travers le programme d'études au Québec (MEQ, 1994) et la manière dont il est interprété dans les manuels scolaires. Ici, la définition va porter sur une différentiation entre les unités de même nature et de natures différentes. On retrouve là le poids des contraintes institutionnelles. L'enseignant concilie ici des fins pédagogiques, influencées par certaines convictions personnelles, et les impératifs qui s'expriment par rapport à lui à travers le programme. Ces hypothèses nous permettent de comprendre d'une certaine

---

[127] Cf. 4.1.1. Analyse de l'entrevue

manière ce qui guide Maurice dans ces choix en lien avec l'introduction des rapports et des taux dans sa séquence sur la proportionnalité[128].

-un accent mis sur l'utilisation de tableaux de valeur et les graphiques comme outils de contrôle dans la vérification de l'existence d'une relation proportionnelle dans un problème (cf. 4.1.1.).

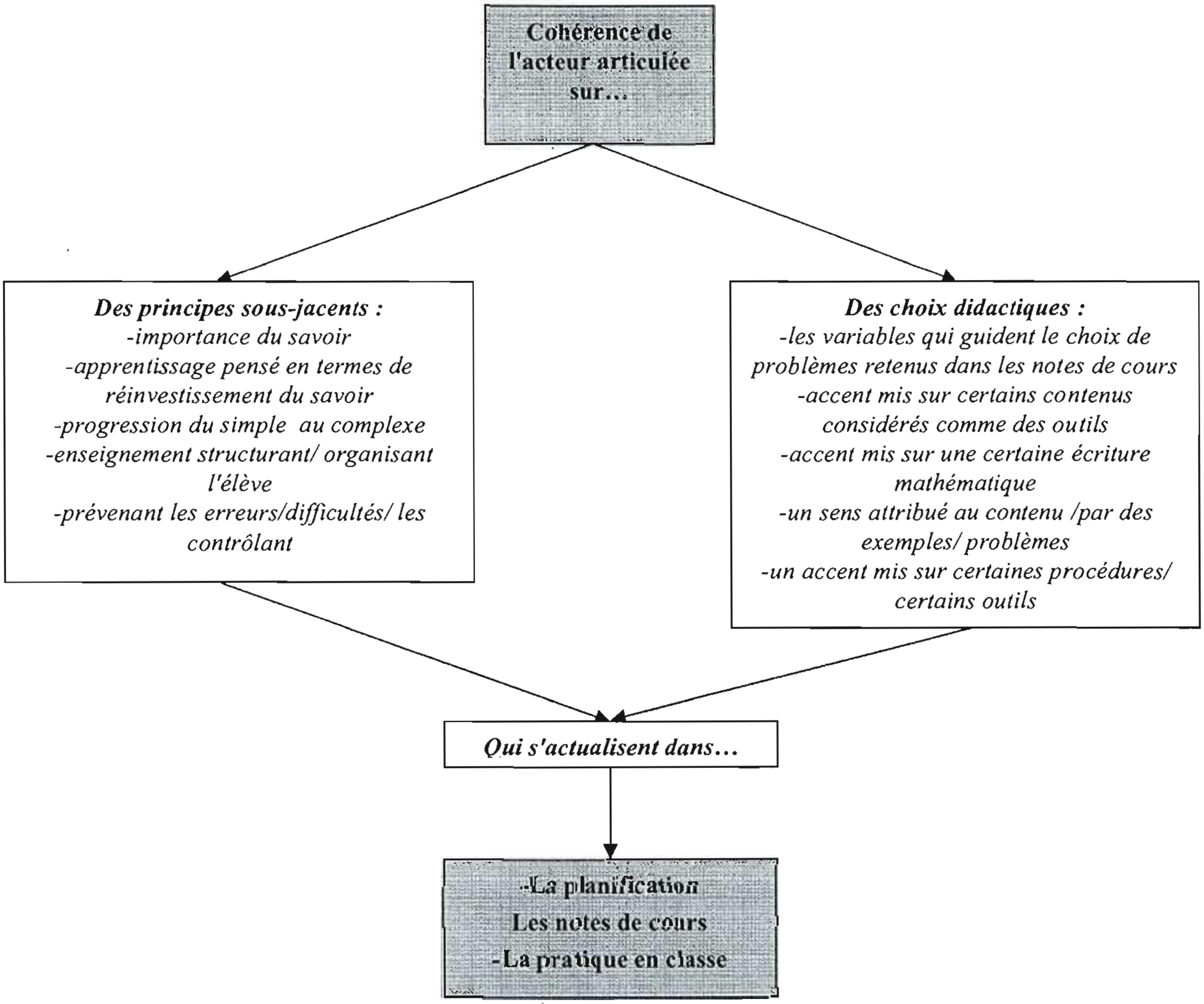
-un accent mis sur une certaine écriture mathématique dans l'introduction et l'exploitation de ce contenu : une certaine notation, mettant en évidence l'écriture des unités. Celle-ci aide pour Maurice l'élève à structurer sa démarche, à voir quoi faire, à donner un sens à ce qu'il fait. Il insistera ainsi sur une telle notation dans la résolution de problèmes par l'élève.

-un contenu qui prend un sens dans des exemples/problèmes (ce qu'il reprendra quand il introduira le contenu en classe) : il nous dira que les problèmes avec les proportions c'est important, pas juste les proportions en soi; il induira le contenu à partir d'exemples, de contextes, …

-un accent mis sur certaines procédures de résolution : dans les notes de cours, il introduit ainsi des méthodes et des techniques. En classe, il valorisera une résolution à l'aide d'un recours à des proportions et au produit croisé, la reconnaissance de situations proportionnelles passera par un recours aux propriétés des proportions (écriture de la proportion et vérification du produit des extrêmes et des moyens, ou tableau de valeurs où on vérifie les propriétés de proportions).

---

[128] Pour plus de détails cf. 4.1.1. – Bilan de l'entrevue sur la planification



Cohérence de l'acteur articulée sur...

Des principes sous-jacents :
-importance du savoir
-apprentissage pensé en termes de réinvestissement du savoir
-progression du simple au complexe
-enseignement structurant/ organisant l'élève
-prévenant les erreurs/difficultés/ les contrôlant

Des choix didactiques :
-les variables qui guident le choix de problèmes retenus dans les notes de cours
-accent mis sur certains contenus considérés comme des outils
-accent mis sur une certaine écriture mathématique
-un sens attribué au contenu /par des exemples/ problèmes
-un accent mis sur certaines procédures/ certains outils

Qui s'actualisent dans...

-La planification
Les notes de cours
-La pratique en classe

Figure 5.6- Ce qui ressort de l'analyse de la pratique de Maurice en termes de cohérence de la pratique

Des nuances sur cette cohérence

Même si la pratique de Maurice est très cohérente comme nous le montre bien l'interprétation précédente, notre analyse nous a montré par ailleurs que des différences apparaissaient aussi dans cette pratique entre les différents temps d'action de l'enseignant (voir figure 1.15 et 1.16). Nous reviendrons sur celles-ci.

L'approche d'enseignement privilégiée en classe versus dans les notes de cours :

Dans les notes de cours, l'approche est plutôt déductive, c'est-à-dire que le savoir est présenté dans l'ordre suivant : définition avec tout de suite introduction de la notation, suivie d'un exemple. Dans la pratique en classe l'approche prend plutôt une forme inductive. Maurice va s'appuyer sur un exemple, sur une certaine contextualisation pour introduire le savoir officiel sans présenter, ni faire référence à une définition formelle. Cette différence importante peut être expliquée par le besoin d'attribuer dans l'action en classe, lors de l'introduction d'un certain savoir, un sens au contenu étudié. Nous faisons là apparaître un autre principe guidant son enseignement en classe, qui a été explicité par l'enseignant lors de l'entrevue initiale. Sans contredire la cohérence mise en évidence précédemment, cette analyse permet de la nuancer, la fonction attribuée aux notes de cours et à l'intervention en classe n'étant pas sans doute pour lui la même : dans un cas (les notes de cours) elle constitue une synthèse du contenu (on présente ici le savoir codifié); dans l'autre cas, elle a pour fonction d'introduire le contenu aux élèves (on doit permettre d'en comprendre le sens).

À travers tout ce qui précède se manifeste donc des logiques sous-jacentes guidant les conduites de cet enseignant à propos de l'enseignement de la proportionnalité aux élèves. Cette rationalité renvoie à une rationalité de choix (à travers les choix didactiques qu'il fait), une rationalité de moyens (en accord avec ces choix autour de la structuration de la séquence, des notes de cours, de la présentation en classe, des problèmes retenus...), une rationalité de valeurs (à travers les principes qui le guident et les conceptions sous-jacentes). Nous rejoignons ici les propos de Desgagné (1994) qui, reprenant Weber, précise que la rationalité pratique chez Weber, dans laquelle l'acteur social vise une certaine maîtrise de la réalité par l'utilisation de moyens toujours plus adéquats, s'organise autour de trois dimensions distinctes, une rationalité des choix, des moyens et des valeurs.

5.1.2.2. Une nouvelle lecture de Jacques en termes de cohérence de la pratique

Dans le cadre de l'analyse de la pratique d'enseignement de Jacques, nous pouvons noter une certaine cohérence interne entre ce qui nous a été annoncé lors de l'entrevue initiale et ce que nous avons pu observer dans les séances en classe. Même si celui-ci n'est pas le cadre d'analyse qui favorise l'analyse la plus riche de la pratique de Jacques, il nous permet, d'une certaine manière, de comprendre certains aspects de sa pratique d'enseignement.

L'analyse de l'entrevue sur la planification (entrevue initiale) a mis en évidence une planification pensée partiellement (ce qui constitue une de caractéristiques de sa pratique) laissant place à une certaine souplesse/adaptation dans l'action; une planification avant tout pensée en termes de situations. Jacques ne prépare pas de notes de cours pour les élèves. Nos analyses, en termes de cohérence de la pratique, portent donc sur deux temps de la pratique : les informations que nous avons sur l'entrevue initiale (la manière dont il compte organiser son enseignement, les situations qu'il prévoit) et l'action en classe (comment ce qui a été annoncé se concrétise effectivement). Ce qui ressort de l'analyse de ces deux moments (cf. chapitre IV) fait ressortir une certaine cohérence de la pratique :

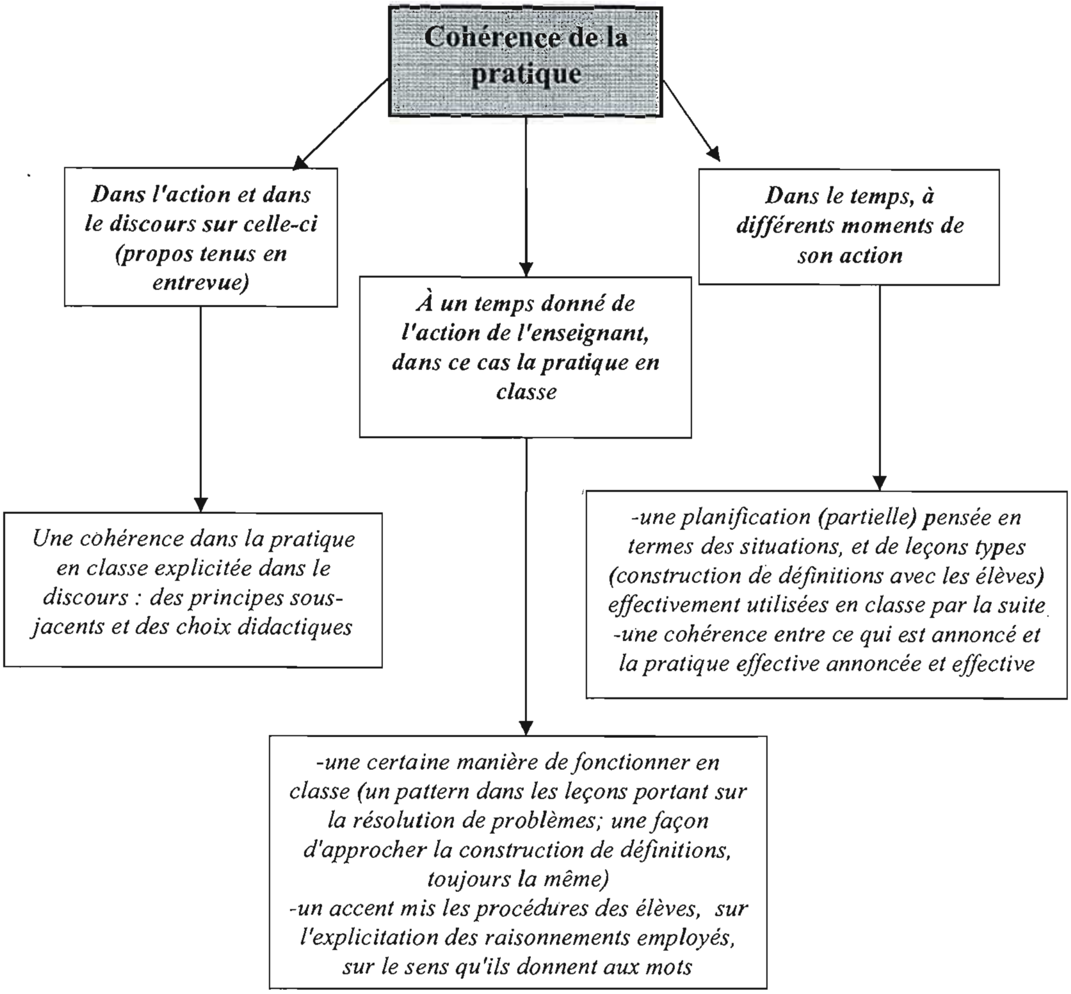


Figure 5.7- Ce qui ressort de la nouvelle lecture de Jacques en termes de cohérence de la pratique

Une cohérence interne articulée sur certains principes et sur certains choix didactiques guidant la structuration de son enseignement de la proportionnalité

À travers l'analyse du cas Jacques, notamment dans ce qu'il nous explicite en entrevue, certains principes sous-jacents ressortent. Ces principes (explicités par lui en entrevue) renvoient à une certaine conception de l'enseignement (partir des élèves, axer sur le raisonnement et comprendre les fondements des concepts).

Les principes sous-jacents qui le guident dans son enseignement

Partir des élèves : cette intention a été annoncée par Jacques lors de l'entrevue initiale et elle vient caractériser une certaine prise en compte des connaissances des élèves. Ce qu'il nous annonce lors de l'entrevue :

> « Moi, j'aime mieux partir de ce que les élèves, les conceptions des élèves, partir de ce qu'ils pensent, [...]. Puis après ça on... construit là-dessus » (1er entrevue)

Effectivement, dans les séances en classe, nous avons pu noter que Jacques au départ demande aux élèves de résoudre un problème et part de leurs procédures, ou encore essaie d'aller chercher leurs conceptions sur une certaine définition (la signification qu'ils donnent à un certain contenu). Cette idée est présente dans toutes les séances en classe.

Axer sur le raisonnement : l'importance attribuée au raisonnement a aussi été explicitée par Jacques lors de la première entrevue, comme nous le montre l'extrait ci-dessous :

> « Je vais forcer le raisonnement là-dessus (***en faisant référence à la comparaison des rapports et des taux***) sans faire aucun calcul. N'utilise que ton jugement » (2e séance)

Nous pouvons aussi noter que lors de séances en classe, il met une certaine emphase sur cette idée de raisonner avant d'entamer des calculs :

> « Ma question, alors c'est juste de dire si les affirmations que je te mets là sont vraies ou fausses? Alors, sans écrire si c'est vrai ou faux, on va dire vrai ou faux.
>
> [...]
>
> **P$_1$:** [...] Bon,[...] relisez-le, imbibez-vous du problème. Dans une minute, une minute et demie, on va le regarder ensemble.
>
> [...]
>
> **P$_1$:** Dans ses propres mots, qu'est-ce que ça veut dire juste l'énoncé en haut, là ? Qu'est-ce que ça veut dire ce qui est écrit en haut, pas les questions là, juste ce qui est écrit dans l'énoncé ? Qu'est-ce que ça veut dire en haut, là, l'énoncé ? » (3e séance)

Comprendre les fondements des concepts : est aussi un principe qui a été explicité par Jacques lors de l'entrevue quand il nous parle des difficultés qu'il pense rencontrer comme enseignant.

> « Moi, la grande difficulté que je crois avoir [...] c'est quand tu essaies d'expliquer les fondements de concepts. Quand je vais essayer d'expliquer par exemple que le produit des extrêmes et égal au produit des moyens. Les élèves vont bloquer là parce qu'ils ne veulent pas savoir le pourquoi » (1er entrevue)

Dans les séances en classe, nous pouvons remarquer cette importance attribuée à la compréhension de concepts. Elle est observée par un souci d'attribuer un certain sens au contenu et aux calculs que les élèves font. Il questionne l'élève et l'amène par ce questionnement à faire ressortir le sens sous-jacent.

> « **P$_1$:** [...] Une autre façon ? Audrey?
>
> **Audrey** : Cinquante-quatre divisé par trente-six.
>
> **P$_1$:** Ok, cinquante-quatre divisé par trente-six. Ça fait quoi?
>
> **Audrey** : Ça donne un point cinq.
>
> **P$_1$:** Un point cinq. Ouais.
>
> **Audrey** : Fois dix-huit et soixante-douze.
>
> **P$_1$:** Un point cinq fois dix-huit et soixante-douze. Ça donne ?
>
> **Audrey** : Vingt-huit et huit.
>
> **P$_1$:** Bon, explique-moi pourquoi t'as fait cinquante-quatre divisé par trente-six?
>
> **Audrey** : Ben, si on veut savoir le nombre de (*???*) ben, « facque »...on prend cinquante-quatre timbres divisé par trente-six timbres ça donne un point cinq timbres.
>
> **P$_1$:** Hum...ça donne pas un point cinq timbres, non. Ça, ce un point cinq là, c'est vrai qu'on peut le...le...c'est bon là, mais ça représente quoi ? C'est pas un point cinq timbres, ça. Qui peut...est-ce qu'il y a quelqu'un qui a fait ça cette manière-là? » (6^e séance).

On observe l'importance ici attribuée par l'enseignant au sens donné aux calculs faits par les élèves, l'idée de comprendre ce qu'on fait et ce qu'il y a en arrière des calculs. Jacques nous explicite aussi les choix didactiques qui guident son enseignement.

Les choix didactiques qui le guident dans son enseignement

Le choix du casse-tête pour démarrer : ce choix est annoncé pour Jacques lors de l'entrevue initiale. Il explicite à ce moment qu'il veut voir comment les élèves vont s'engager dans la résolution du problème en pointant l'erreur additive (celle-ci est donc sans doute sous-jacente à son choix de partir avec cette situation). Mais, il anticipe toutefois aussi que les élèves utiliseront d'autres procédures.

> « (***Après avoir montré à la chercheure la feuille de consigne qui sera donnée aux élèves, il explicite***) Là, je vais voir comment ils vont faire, comment ils vont partir avec le 7 (***tout ce qui mesure 4 au départ, mesure maintenant** 7*). Là, ils vont tous additionner au 4. C'est ça que je pense, mais je ne suis pas certain qu'ils vont faire ça. Il y en a peut-être que tout de suite ils vont voir que c'est multiplicatif » (1^er^ entrevue).

Pendant la séance en classe, on voit apparaître d'autres choix didactiques en lien avec cette situation du casse-tête.

***Des variables introduites dans le casse tête* :** Jacques introduit, dans le casse-tête des nombres décimaux dans une des longueurs de côté (2,83), ce qui va lui permettre de travailler les calculs sur les décimaux (avec lesquels les élèves ont des difficultés). Il s'intéresse en effet en classe explicitement à ce que les élèves ont fait pour trouver la longueur agrandie dans le cas de 2,83.

> « C'est ben beau les 4 on est capable d'aller les placer, mais les autres, surtout le 2,83 comment on peut fait pour savoir qu'est-ce que ça va mesurer après ? » (1ère séance)

Jacques introduit aussi dans cette activité une idée de reproduction dessinée du casse-tête, après que les élèves aient calculé la mesure de chacun des côtés agrandi) : il ne s'agit pas ici de reconstituer le casse tête après avoir agrandi chacun des morceaux comme dans le cas de la situation de Brousseau, les élèves ont comme tâche de calculer la mesure de chacun des côtés puis ensuite de dessiner le casse tête agrandi. Pourquoi ce choix didactique? On note dans son discours une référence à la notion d'échelle entre la valeur représentée sur le dessin et la longueur effective de chaque morceau.

> « **P$_1$** : Regarde, montres-moi ton dessin. J'aime bien le dessin. Pense que c'est assez évident avec ton dessin. Ben, effectivement il est gros. Est-ce que vous pensez que le casse-tête qui a là – donc, on voit quand même assez bien - c'est vraiment, bon, imaginez le double de ce petit casse-tête là, le double du casse-tête. Est-ce que ça aurait donné quelque chose d'aussi gros que ça?
>
> **Élève** : Non.
>
> **P$_1$** : Il y a quelque chose qui fonctionne pas entre... de celui-là à celui-là, c'est pas tout à fait...là, on n'a même pas le double, nous. On a 1,75 fois plus grand. Alors, comment on pourrait faire pour savoir exactement la vraie, les vraies mesures de casse-tête ? Les vraies mesures des côtés?
> **[...]**
> **P$_1$** : On a une échelle qui apparaît ici, là. Tout ce qui mesure dans notre dessin, tout ce qui mesure 1 cm, c'est pas 1 cm en réalité. Alors, une échelle. Tout ce qui mesure, euh, en réalité, bon, euh, sur le dessin 0,5 cm, ça correspond à ce que t'as dit Stéphanie. » (1^{ere} séance, lignes 230 à 243).

On voit donc que dans l'exploitation du casse tête, un retour sur d'autres notions était visé par lui : le calcul sur les nombres décimaux et la notion d'échelle.

Insister sur les mêmes unités pour établir la différence entre rapport et taux. Jacques s'appuie, en classe, sur des exemples génériques[129] pour faire construire par les élèves la définition de ce qui est un rapport et de ce qui est un taux en se basant sur le fait d'avoir les mêmes unités ou des unités différentes.

> « (***pourquoi tu as choisi ces exemples?***) Pour leur montrer vraiment, pour insister vraiment sur le rapport... sont vraiment des unités. On compare deux quantités qui sont en fait de même grandeur, de mêmes unités. C'est pour la distinction entre ... C'est vraiment pour leur montrer qu'un rapport il faut que ce soit comparé par rapport aux mêmes unités. Tandis, qu'un taux ce n'est pas nécessairement, si

---

[129] Pour plus de détails voir le chapitre IV.

> c'est juste d'identifier les taux et les rapports. Bon, je ne les écrirais pas comme ça par contre, parce que je vais les écrire, je veux qu'ils soient capables de voir lesquels sont des rapports, lesquels sont des taux, faire la distinction. C'est pour ça que je, j'ai choisi ces exemples. » (1^{ere} entrevue).

Insister sur plusieurs manières de faire (plusieurs procédures) : à travers différentes interventions en classe, Jacques explicite l'importance attribuée à une recherche de différentes façons de résoudre un même problème. L'extrait ci-dessous nous donne un aperçu de la manière dont Jacques engage les élèves dans cette recherche de procédures :

> « Essayer aussi de trouver plusieurs manières de le faire, là. C'est ça qui m'intéresse, moi pour commencer, plus tu trouves de manières plus je trouve ça intéressant. » (1er séance)

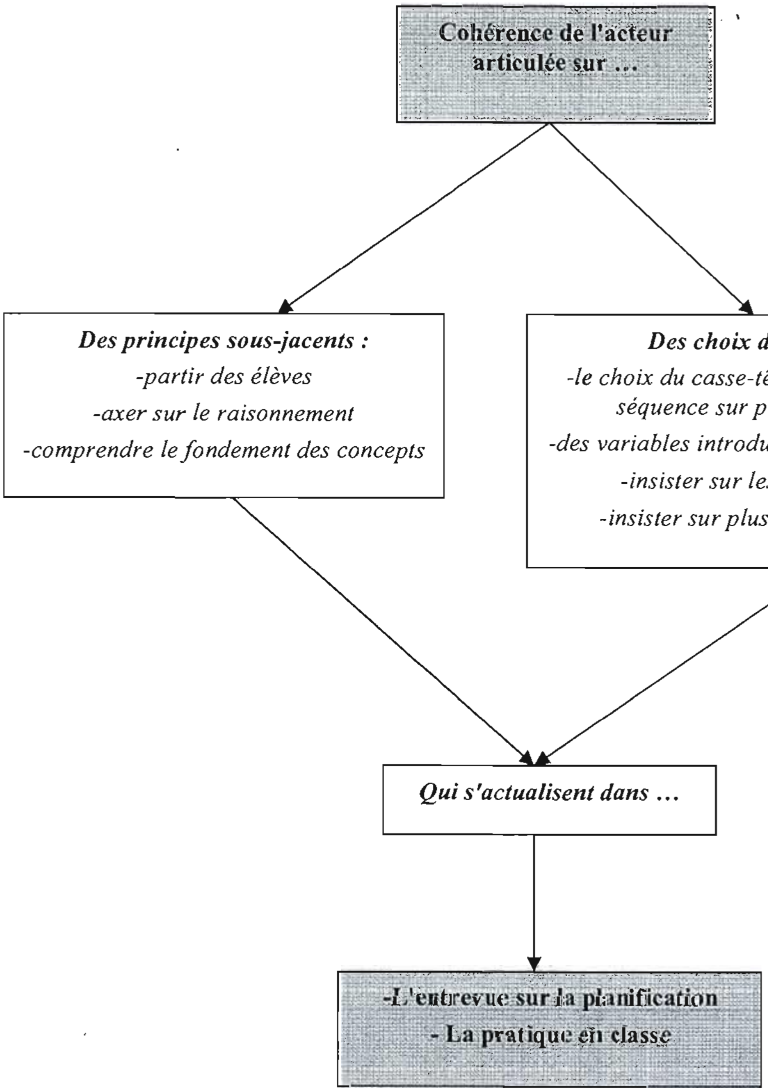


Figure 5.8- Ce qui ressort de l'analyse de la pratique de Jacques en termes de cohérence de la pratique

Comme Jacques n'a pas beaucoup développé sa planification lors de l'entrevue initiale et comme il n'a pas préparé de notes de cours à donner aux élèves, à partir des données que nous avions, il était difficile de dégager d'autres caractéristiques qui nous permettent d'observer sa cohérence interne comme enseignant en tenant compte de différents moments de sa pratique, l'essentiel dans son cas porte sur la pratique effective en classe. Nous retrouvons toutefois ici, tout dans le cas de Maurice, une rationalité pratique de l'acteur qui s'explicite à travers une rationalité de choix (choix didactiques), de moyens (à travers notamment le recours à certains types de situations et de leçons inductives) et de valeurs (à travers les principes explicités, et les conceptions sous-jacentes qu'ils mettent en évidence).

Nous sommes revenue à travers tout ce qui précède (cf. 5.1.) sur une lecture croisée des deux cas faisant ressortir l'activité de chacun de ces enseignants (à travers les gestes professionnels qu'ils mobilisent dans l'action, les inférences et les principes sous-jacents) et la cohérence de ces pratiques et les logiques sous-jacentes qu'elle permet de mettre en évidence. Ce nouveau regard nous aide à percevoir la spécificité de chacune de ces pratiques d'enseignement de la proportionnalité, articulées sur des principes et des choix didactiques très différents. Dans le paysage d'enseignement de la proportionnalité, ces deux pratiques prennent donc des couleurs très différentes, qui s'explicitent à travers l'activité effective de ces enseignants et les logiques sous-jacentes qui les guident. La question qui se pose maintenant est celle des liens entre ces pratiques et l'activité mathématique induite chez les élèves dans des problèmes de proportion, deuxième volet de notre recherche.

5.2. Pratique d'enseignement de la proportionnalité de Jacques et Maurice et activité mathématique induite chez les élèves

Pour aborder cette question de l'activité mathématique induite chez les élèves, une analyse didactique sera conduite, qui emprunte à certains concepts de la théorie des situations didactiques. Nous reviendrons sur la pratique d'enseignement à la lumière des concepts de dévolution, d'institutionnalisation et de contrat didactique issus de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998).

5.2.1. Le regard amené par une analyse de la dévolution, de l'institutionnalisation et du contrat didactique

- le processus de dévolution dans l'un et l'autre cas

Chez Maurice, nous avons pu observer que seulement dans une séance parmi les sept observées (la 4^{e} séance), on retrouve une certaine interaction entre l'enseignant et les élèves. Même si on observe une certaine interaction, ce n'est pas pour autant qu'il y a dévolution des problèmes proposés aux élèves, la résolution des problèmes est entièrement prise en charge par l'enseignant. Dans les autres séances, il n'y a jamais de dévolution de problèmes, ou de tâches faite aux élèves. Leur activité consiste à mettre en pratique *a posteriori* un certain savoir enseigné précédemment, lors des exercices, des problèmes donnés en classe sur cette matière. Dans les séances en classe[130], les problèmes sont présentés et résolus collectivement par Maurice, les questions posées aux élèves restent au niveau de la résolution de calculs sans qu'un engagement dans la tâche soit sollicité. La résolution reste donc sous le contrôle de l'enseignant qui propose le problème, oriente la résolution et valide la réponse.

Dans le cas de Jacques, un processus de dévolution de la situation aux élèves peut être observé à plusieurs reprises. Les élèves sont souvent invités à prendre en charge l'activité mathématique. Ils sont ainsi questionnés pour faire ressortir la signification de l'énoncé du problème, du raisonnement, de la procédure employée. Dans le cas des situations du casse-tête et de la recette amorçant sa séquence, il est possible de voir qu'il y a dévolution de la situation aux élèves (cf. chapitre IV, 4.2.2.3.). Les élèves s'engagent effectivement dans la résolution du problème, font leur le problème et proposent différentes procédures de résolution.

Néanmoins, ce mode de fonctionnement, où une volonté de dévolution est très présente, dévolution « réussie » dans le cas des problèmes, est mis de côté lors des incidents critiques, comme nous l'avons vu précédemment. À ce moment, l'enseignant prend toute la place et guide l'activité mathématique des élèves. L'activité de construction d'une définition n'est nullement dévolue aux élèves.

-Le processus d'institutionnalisation

Chez Maurice, le mode de fonctionnement en classe témoigne d'une institutionnalisation constante du savoir qui vient de lui et qui est faite en début de séance. Le savoir codifié en lien avec les exigences du programme d'études est présenté par l'enseignant aux élèves selon une certaine progression déterminée par lui (introduction de la notion de rapport, de taux, de la notion de proportion, de ses propriétés...des outils, table de valeurs, graphiques, propriétés des proportions, permettant de contrôler si une situation est proportionnelle ou non...). On ne peut donc pas dire dans ce cas qu'il y ait passage des connaissances des élèves à un certain savoir institutionnel, caractéristique du processus d'institutionnalisation. Ce que l'on observe au

---

[130] Pour plus de détails voir le chapitre IV.

cours des leçons est davantage de l'ordre d'une mise en application par les élèves d'un certain savoir institutionnel introduit par l'enseignant au préalable. Dans certains cas, une interaction apparaît avec les élèves, suite à un travail des élèves sur des exercices ou des problèmes en classe. Que se passe t-il dans ce cas? Peut-on parler d'un processus d'institutionnalisation?

Lors de la résolution d'un des problèmes de proportion, Maurice identifie, nous l'avons vu précédemment, une erreur qui apparaît dans l'action. On observe alors, à propos du retour sur cette erreur, une amorce de processus d'institutionnalisation (que Maurice dans ce cas n'a pas mené jusqu'au bout) portant sur le signe = et sa signification, qui conduit à refuser le recours à une telle écriture erronée de la démarche (qui n'est pas propre à ce problème, mais qui peut se retrouver ailleurs dans toute résolution de problèmes en mathématiques).

> « Élève : moi, ma méthode [...] c'est 6 heures fois 60 dollars
>
> P- c'est bon, tu es rendu à 360 fois, c'est beau, on va la regarder
>
> Élève : divisé genre par 45
>
> P- premièrement, si j'écris ça de même (***il écrit au tableau ce que l'élève vient de dire.*** - *6x60=360÷45=8*) est-ce que c'est vrai? (***en faisant référence aux deux égalités dans l'expression***)
>
> Élève : non, parce que ça serait pas la même réponse
>
> P- non, parce que la réponse si je la réutilise pour faire mon calcul 6 fois 60 ça donne 360. Ça donne pas 360 divisé par 45. [...] <u>Ok, je ne peux pas l'écrire, vous comprenez pourquoi au moins?</u>
>
> Élève : parce qu'il faut que ça soit égal
>
> P- <u>parce que ce n'est plus égal</u>. C'est comme si je faisait 6 fois 360 qui est égal à tout ça (*6x60=360÷45=8*) qui est égal à huit. 6x60 n'est pas égal à 8. »

Son mode de fonctionnement dans la majorité des séances, et les interactions avec les élèves lorsqu'elles existent (séance 4),[131] nous informent sur une certaine conception sous-jacente de la manière dont Maurice voit son rôle : l'enseignant cherche ici à être en contrôle de l'enseignement à toutes ses étapes (c'est lui qui introduit le savoir, d'une certaine manière, en l'appuyant sur des exemples pour leur donner un sens, c'est lui qui détermine la progression dans la leçon, dans la séquence, laissant peu de place à l'imprévu); il cherche aussi à être en contrôle de la manière dont les élèves aborderont le contenu présenté (ceci se traduit entre autres par des marches à suivre et des mises en garde sur les erreurs auxquelles il faut faire attention). On peut se demander pourquoi on retrouve chez Maurice un tel souci de contrôle : cherche t-il à rassurer les élèves, à ne pas les mélanger, comme il nous le dit en entrevue, ou a t-il peur de perdre le contrôle comme enseignant sur ce qui se passe dans la classe? Les données que nous avons recueillies ne nous permettent pas de répondre complètement à cette question.

Dans la pratique de Jacques, nous avons pu remarquer que les institutionnalisations prises en charge par l'enseignant sont d'une certaine manière en rupture avec l'activité mathématique des élèves[132]. Ces institutionnalisations ont pu être observées lors de la construction d'une définition collective avec les élèves (de la notion de rapport, de taux, de rapports et taux équivalents), dans le retour sur les procédures des élèves autour de la résolution de problèmes (situation du casse tête, situation de la recette…). Le passage des connaissances des élèves au savoir institutionnel prend alors différentes formes.

Lors de la construction d'une définition, c'est Jacques qui institutionnalise la définition finale à être employée (il formule une définition de rapport, de taux, de

---

[131] Pour plus de détails voir 5.1.2.1.

[132] Les élèves s'engagent dans la situation proposée, proposent différentes procédures de résolution, les explicitent dans le retour, et ces propos ne sont pas toujours repris par l'enseignant, comme nous le verrons par la suite.

rapports et taux équivalents, définition qu'il reprend, complète… au début de la séance suivante, après l'avoir fait reformuler par les élèves). Ce processus d'institutionnalisation ne prend pas vraiment en compte dans ce cas ce qui a été dit par les élèves auparavant (voir les séances sur les incidents critiques, chapitre IV, 4.2.2.2.). Lors du retour sur les procédures employées par les élèves pour résoudre un problème, dans ce cas les procédures des élèves sont reprises, reformulées on l'a vu par l'enseignant, mais sans aller plus loin pour encourager un processus de validation par les élèves. Ce sera en effet Jacques qui va statuer sur les procédures qui sont considérées comme « bonnes » ou « non », sans nécessairement reprendre les arguments que les élèves pouvaient avoir engagés (voir chapitre 4, 4.2.2.3.). On assiste ici à un processus local d'institutionnalisation statuant sur la validité des connaissances amenées par les élèves (c'est l'enseignant qui valide et ce sans prendre en compte l'activité des élèves à ce sujet). Toutefois dans cette institutionnalisation, l'enseignant ne se prononce jamais sur une (ou des) procédures officielles à retenir pour la suite. On ne passe donc jamais des connaissances mobilisées par les élèves à un savoir institué reconnu comme tel par la classe.

À l'occasion de résolution de problèmes, nous avons vu également que Jacques introduisait à l'occasion un certain vocabulaire mathématique (taux unitaire, coefficient de proportionnalité, 4 termes d'une proportion, extrêmes, moyens). Dans ce cas, l'institutionnalisation faite pour Jacques est en rupture avec ce qui a été travaillé précédemment, comme c'était le cas pour la construction d'une définition. À un certain moment du cours, Jacques introduit le vocabulaire, comme si c'était quelque chose de nécessaire à son cours, alors que cette introduction n'a aucun lien avec le travail mathématique des élèves[133].

---

[133] Pour plus de détails voir 4.2.2.

Chez ces deux enseignants l'institutionnalisation prend donc des formats différents. À travers ce qui précède (les processus de dévolution et d'institutionnalisation), il est possible d'entrevoir deux contrats didactiques très différents. L'analyse du système d'attentes qui gère la régulation des interactions dans chacun des cas va venir confirmer ceci.

- Une analyse sous l'angle du contrat didactique

Quels sont les patterns d'interactions qui ressortent chez Maurice et chez Jacques?

La pratique de Maurice et de Jacques renvoie à des patterns d'interactions différents. Dans le cas de l'enseignant Maurice, l'analyse des séances en classe a révélé peu d'interactions avec les élèves (cf. chapitre IV tableau 4.5). La seule séance, dans laquelle des interactions sont présentes, est la 4^e. séance. Dans ce cas, son mode d'interaction en classe est caractérisé par un pattern d'élicitation (Voigt, 1985) quand il revient sur la résolution du problème (il cherche à arriver à une certaine réponse/solution attendue). C'est lui aussi qui présente le savoir, qui statue sur les erreurs, qui énonce des manières de faire (sous forme de marches à suivre). Le mode de fonctionnement en classe prend ainsi plutôt la forme d'un « style institutionnalisant », nous reprenons ici l'appellation de Sarrazy et Roiné (2007). Dans ce style d'enseignement, c'est l'enseignant qui introduit le contenu, l'explique, qui résout, qui justifie, qui valide. L'enseignant prend une place très importante, pour ne pas dire toute la place dans cette négociation des mathématiques. Une certaine culture de la classe de mathématique émerge donc de cette analyse : La pratique mathématique, les manières de faire, d'argumenter … sont en quelque sorte initiées, structurées, contrôlées par le discours de l'enseignant. Ces manières de faire sont entre autres associées, nous l'avons vu, à des marches à suivre (on approche le problème d'une certaine façon, on l'explique d'une certaine façon ...).

Dans le cas de Jacques, le mode d'interaction en classe est caractérisé par une participation de l'élève, ce dernier étant sollicité par l'enseignant lors de la résolution de problèmes, du retour sur ceux-ci, lors de la construction de définitions... L'élève est questionné sur le sens du problème, d'un mot, sur la résolution du problème et les procédures qu'il a utilisées, s'il questionne, ses questions lui sont renvoyées de manière à ce qu'il y ait un engagement effectif de celui-ci dans la construction du cours. D'une manière générale, Jacques peut être caractérisé comme un enseignant ayant un « style dévoluant » en utilisant ici la terminologie de Sarrazy et Roiné (2007) : l'enseignant fait souvent travailler les élèves en groupe sur une situation, un problème. Par la suite, les élèves sont appelés à partager leurs solutions avec la classe et la validation des réponses/procédures est faite collectivement avec l'enseignant. Une certaine manière d'aborder les mathématiques, de les négocier (les procédures sont explicitées par les élèves, la validation est collective...) se met donc en place. Néanmoins, lors de la construction d'une définition, on observe un changement dans cette façon de faire. Un certain pattern d'élicitation apparaît dans ce cas. Les incidents critiques causés par cette construction amènent en fait Jacques à institutionnaliser une certaine définition sans tenir compte de ce qui a été dit par les élèves précédemment lors de leur sollicitation. Le contenu dans ce cas, la manière de l'approcher n'est nullement négocié avec les élèves. Ces derniers sont ainsi confrontés à deux manières différentes de faire des mathématiques en classe dans la pratique de Jacques, à travers ce qu'ils vivent lors de la résolution de problèmes, et ce qu'ils vivent dans les cours introduisant un certain contenu mathématique et sa définition.

Quelles attentes ont pu être identifiées?

Dans le cas de Maurice, nous avons pu observer que le jeu d'attentes n'était pas qu'implicite. Les attentes sont en effet clairement explicitées par Maurice à travers ce qu'il nous dit en entrevue et ce qu'il dit aux élèves, dans ses mises en garde, ses marches à suivre... (cf. chapitre IV). Maurice annonce de plus aux élèves ses intentions et objectifs en lien avec la proportionnalité (« en secondaire 2, on va travailler avec les proportions »). L'utilisation des proportions comme procédure privilégiée pour résoudre les problèmes est ainsi clairement explicitée : « la non – utilisation des proportions lors de l'examen aura comme conséquence une perte des points ». Les analyses faites au chapitre IV nous ont permis aussi de dégager des attentes autour d'un lien avec la vie courante, du réinvestissement des savoirs introduits par l'enseignant, de l'engagement des élèves dans la résolution de problèmes et de la démarche de calcul. Ce système d'attentes vient, dans ce cas, réguler les interactions (cf. 4ème séance) dans la résolution de problèmes: il y a une attente explicite d'un passage par l'écriture de la proportion, et par l'utilisation du produit croisé comme procédure de résolution privilégiée. Une attente aussi est présente à l'égard de l'écriture des unités. Le tableau ci-dessous nous montre les attentes identifiées et de quelle manière elles apparaissent dans le discours de Maurice :

Attentes explicitées	Où cela s'applique	Un exemple dans le discours en classe	Commentaires
On s'attend à ce que les élèves attribuent un sens à ce qui est présenté dans la vie courante	Dans les rapports, les taux et dans la reconnaissance de situations de proportionnalité	« qu'est-ce qui a le plus de sens dans la vraie vie? Le nombre de dollars pour une tablette ou le nombre de tablettes pour un dollar? [...] il y en a souvent un qui est plus logique que l'autre. »	Ici, Maurice s'appuie sur des expériences de la vie quotidienne pour privilégier un choix de procédure chez les élèves.
On s'attend à ce que les élèves utilisent des savoirs travaillés précédemment	Il fait référence explicitement aux rapports et taux au moment d'introduire les proportions, et aux proportions, à leurs propriétés lors de la reconnaissance des situations proportionnelles	« ce qu'on a appris on ne l'efface pas là. » « On peut faire toutes sortes de choses, c'est juste que là à gauche (*En faisant référence à une proportion*), c'est juste remarquer parce que des fois ce qui va arriver plus tard dans les situations proportionnelles, on va se servir de cette propriété là »	Maurice fait à plusieurs reprises référence au fait qu'il est important de réutiliser ce qu'ils ont appris en classe. Cela se retrouvera aussi lors de l'utilisation de certaines procédures auxquelles il attribuera un statut privilégié.
On s'attend à ce que les élèves passent par une proportion, ou le recours à certains outils pour la reconnaissance de situations de proportionnalité	Lors de la résolution de problèmes de proportion et de la reconnaissance de situations de proportionnalité	**Dans l'utilisation d'une proportion :** « Ton calcul n'est pas faux mathématiquement sauf qu'à un moment donné pour être capable de représenter [...] Je peux écrire ça aussi d'une façon comme si on écrivait une proportion [...] Fait que ça dans le fond on peut commencer à voir qu'on peut travailler de la façon d'une proportion et puis c'est peut-être plus clair. [...] Les deux dans le fond reviennent au même, si on écrit de cette façon avec une proportion, on est en secondaire 2. Dans le secondaire 2 on va travailler avec les proportions. »	Cette attente explicitée va d'une certaine manière guider par la suite vers l'utilisation des proportions
On s'attend à ce que les élèves aient recours à une certaine notation	Dans les rapports, taux et proportions une notation est fortement suggérée, même si son discours paraît laisser place à d'autres procédures	**Dans la notation utilisée :** « en secondaire 2, on va travailler avec les proportions » « Ok, ce que je vous demande, vous posez la question, si c'est proportionnel, vous faites une proportion, obligatoire dans votre démarche, et vos calculs vont vous amener à la réponse ».	Comme nous venons de le remarquer, il y a une emphase mise sur l'utilisation des proportions comme mode d'écriture et d'organisation de données, ainsi que sur l'écriture des unités.

Tableau 5.2- Ce qui ressort de la pratique de Maurice en termes de contrat didactique

Chez Jacques, le jeu d'attentes est plutôt implicite. On retrouve bien ici l'idée même de contrat didactique. Ainsi dans la régulation des interactions en classe, une certaine attente envers l'utilisation de différentes procédures pour résoudre un problème peut être mise en évidence. Dans la construction des définitions de rapport et taux un accent est mis sur les unités pour pouvoir conclure (qui conduira entre autres à favoriser une conversion aux mêmes unités pour pouvoir conclure s'il s'agit d'un rapport). Une certaine attente implicite émerge aussi de l'analyse que l'on pourrait exprimer ainsi : il « faut passer » par la simplification de fractions dans la comparaison de rapports; il « faut passer » par les taux unitaires dans la comparaison de taux.

Des attentes dans la manière de définir rapports / taux / rapports et taux équivalents

Il y a ici des attentes implicites face à la définition d'un certain contenu mathématique (par exemple les définitions de rapport, taux, rapports et taux équivalents ne peuvent pas être n'importe lesquelles comme nous le montrent les analyses du 4.2.2.2. au chapitre 4). Les attentes mises en évidence par l'analyse pourraient s'exprimer ainsi:

- Une notion de rapport et de taux s'appuie sur les unités (unités de même nature, unités de nature différente);
- Une notion d'équivalence est définie en termes du même quotient (division);

Lors de la construction de la définition par les élèves, Jacques ne reprend ainsi que les amorces de définitions qui vont permettre d'en arriver à la définition attendue, qui est basée sur la comparaison des mêmes unités (dans le cas des rapports) ou d'unités différentes (dans le cas des taux). L'extrait qui suit portant sur la construction de la définition de rapports à partir de l'exemple ***1 : 50***, nous permet bien de voir les attentes de Jacques en lien avec l'utilisation de mêmes unités pour pouvoir conclure dans ce cas :

> « P- [...] quand on parle de rapport on doit comparer deux choses de même nature, ici on compare des centimètres avec des centimètres, ça peut être admettons 1cm vaut 50km, 50km. On parle de deux unités de grandeurs, deux unités de même nature. C'est sûr que je peux les ramener... les kilomètres en mètres, et faire là, ou en centimètres, et faire la comparaison » (1^{ere} séance).
>
> Rapport ou taux équivalents, qu'est-ce que vous pensez que ça peut être?
> [...]

Des attentes sur la façon de traiter un contenu

Quand Jacques introduit la comparaison de rapports et des taux, il y a aussi des attentes sur la manière de traiter ce contenu :

- Se ramener aux mêmes unités;
- Passer par un taux unitaire pour pouvoir comparer ou dire si des taux sont équivalents;
- Passer par la simplification des fractions pour pouvoir dire si des rapports sont équivalents

De la même manière que pour la construction d'une définition, nous pouvons retrouver aussi ces attentes au moment d'utiliser les rapports et les taux comme procédure de résolution. Ainsi, quand les élèves n'ont pas recours aux mêmes unités comme c'est le cas dans cet extrait, Jacques reprend la solution donnée en la transformant pour faire apparaître ce à quoi il s'attend.

> (***Trouver le rapport simplifié entre 24kg pour 24g***) « Élève : Moi, je n'ai pas simplifié mes grammes. J'ai gardé ça en kilogrammes.

P- oui

Élève : Fait que 24 kilogrammes sur 24 grammes, 24, ben ça fait 1 kilogramme pour 1 gramme…

P- 1kilo, ok, ok, ok, toi, tu as mis ah, ben, c'est une autre affaire, effectivement. Tu as simplifié 24 kilogrammes pour 24 grammes, tu as dis c'est 1 kilo pour un gramme.

Élève : oui.

P- Donc, c'est dans le rapport de 1000 pour 1 (***Jacques ramène aux mêmes unités, chose que l'élève n'avait pas faite***). »

Cet accent mis sur la simplification, les unités fait comprendre aux élèves qu'il est important de transformer ce qui est donné dans cette direction, parce que c'est ça que l'enseignant fait.

Nous avons pu mettre en évidence ce jeu d'attentes implicites tout particulièrement dans les incidents critiques. Dans ces cas, il y a en effet rupture du contrat : les élèves ne donnant pas les solutions attendues par Jacques, la régulation par l'enseignant nous informe en retour sur le système d'attentes à l'œuvre.

Des attentes sur la façon de résoudre un problème en classe

L'enseignant s'attend à et valorise une recherche de différentes procédures pour résoudre un même problème. Cette attente est explicitée par Jacques à plusieurs occasions, comme nous pouvons le voir dans les extraits ci-dessous, tirés de la 1ère séance, lors de la résolution des problèmes du casse-tête et de la recette de punch. Ces extraits mettent bien en évidence l'importance que Jacques accorde à l'utilisation de différentes procédures de résolution, que ces dernières soient appropriées ou non :

- Lors de la résolution du problème du casse-tête

« Est-ce que quelqu'un peut partager sa solution. J'en ai vu de très bonnes. D'abord, même si elle n'est pas bonne la solution, est-ce que quelqu'un peut dire quelque chose qu'il a essayé et qui n'a pas fonctionné au départ? Qu'est-ce que vous avez essayé? » (lignes 54 à 55)

« Est-ce qu'il y a d'autres manières de réfléchir? Bonnes ou pas bonnes, c'est pas grave là » (lignes 79 à 80)

« Ça c'est la deuxième. On va faire juste un survol des stratégies et après ça on voir laquelle est la bonne. Oui? » (lignes 103 à 105)

- Lors de la résolution du problème de la recette de punch

« Essayez aussi de trouver plusieurs manières de le faire, là. C'est ça qui m'intéresse, moi pour commencer, plus tu trouves de manières plus je trouve ça intéressant. (***ici Jacques attribue une importance à cette diversité de procédures de manière explicite***) » (lignes 272 à 273)

« Ok, on va regarder ça ensemble. Déjà en me promenant, j'ai vu deux, deux façons de le penser. Alors, en levant la main, qui peut m'expliquer une première manière de le penser. Cynthia? » (lignes 286 à 288)

« Autre chose qui est excellent aussi, une autre façon de penser? Oui? » (lignes 311 à 312)

« Intéressant! Autre façon? Mais ça, ça peut mener à pleins de façons, on peut tripler, quadrupler. Excellent, c'est riche! Alors, on poursuit! » (lignes 346 à 347)

L'accent mis par Jacques sur la recherche de différentes procédures peut aussi être observé lors d'autres séances sur la proportionnalité[134]. Le tableau ci-dessous nous montre les attentes identifiées et de quelle manière elles apparaissent dans le discours de Jacques :

Attentes explicitées	Où cela s'applique	Un exemple dans le discours en clase	Commentaires
On s'attend à ce que les élèves s'appuient sur les unités pour reconnaître s'il s'agit de rapports ou taux, pour comparer des rapports et taux, ou juger de leur équivalence	Dans les leçons sur rapports, taux et équivalence de rapports et taux	« Qu'est-ce qu'on pourrait dire sur 1 pour 50? 1 quoi pour 50 quoi? [...] Quand on parle de rapport on doit comparer deux choses de même nature, [...]. On parle de deux unités de même nature »	Ici, Jacques explicite cette attente au moment où il leur demande de donner un exemple de rapport à propos de 1 pour 50
On s'attend à ce que les élèves traitent le contenu d'une certaine manière (ramener aux mêmes unités, passer par un taux unitaire, passer par la simplification de fractions)	Dans les exercices portant sur la comparaison de rapports, de taux	« P- 1 kg, ok, [...] Tu as simplifié 24 kgs pour 24 grs, tu as dis c'est 1 kilo pour un gramme. Élève : oui. P- Donc, c'est dans le rapport de 1000 pour 1 (***Jacques ramène aux mêmes unités***) »	Jacques explicite cette attente lorsqu'il reformule la procédure de l'élève en mettant une certaine emphase sur une comparaison en termes de mêmes unités
On s'attend à ce que les élèves cherchent différentes procédures pour résoudre un problème en classe	La résolution d'un problème en classe	« Essayez aussi de trouver plusieurs manières de le faire, là. C'est ça qui m'intéresse, moi pour commencer, plus tu trouves de manières plus je trouve ça intéressant »	Cette attente explicitée va d'une certaine manière guider l'activité mathématique des élèves

Tableau 5.3- Ce qui ressort de la pratique de Jacques en termes de contrat didactique

Les analyses précédentes nous permettent de caractériser la pratique de Jacques et Maurice en lien avec l'enseignement d'un certain savoir et la manière de l'approcher et de négocier les mathématiques. Comment cette caractérisation nous aide t-elle à entrer dans l'activité mathématique des élèves en lien avec ces pratiques?

---

[134] Pour plus de détails voir 4.2.2.

5.2.3. Comment les élèves se sont-ils appropriés le contrat dans l'un et l'autre cas?

À partir des résultats du test écrit final des élèves, nous avons pu noter que ceux-ci s'approprient les attentes du professeur[135]. Dans le cas de Maurice, les élèves après enseignement vont majoritairement utiliser une manière de traiter les problèmes proportionnels, passant par l'écriture d'une proportion suivie d'une résolution (le produit croisé comme procédure de résolution apparaît souvent). Or cette manière de traiter le problème a été la marche à suivre privilégiée lors de l'enseignement. Nous pouvons remarquer aussi la présence d'une écriture des unités dans les résolutions des élèves. Même si cette notation était déjà présente chez les élèves avant enseignement, elle l'est toujours après enseignement. Nous avons pu noter toutefois que le mode d'écriture a changé. Au départ les élèves présentaient plutôt une écriture de la démarche en mots qui était liée au contexte du problème. Après enseignement, elle devient plus abrégée et plus proche de celle utilisée en classe (associée à une écriture sous forme de proportion). Ce changement chez les élèves nous montre que l'attente explicitée par Maurice sur la manière d'écrire la proportion a été intégrée par les élèves.

Lors de l'analyse des notes de cours et des séances en classe, nous avons vu en effet que Maurice attribuait une certaine importance à l'écriture d'une proportion, il s'agit là d'une attente explicitée aux élèves. (« en secondaire 2, on fait des proportions »). Dans le cas de la reconnaissance de situations non-proportionnelles ou inversement proportionnelles, les résultats de la production écrite des élèves nous montre qu'ils s'approprient cette attente en ayant recours dans ce cas à l'utilisation non réfléchie de

---

[135] Nous ne disposons pas de données en classe nous permettant d'observer dans quelle mesure les élèves entrent dans ce contrat. Du fait du peu d'interactions dans la classe de Maurice, il nous était en effet impossible d'entrer dans une telle analyse du jeu d'interactions comme nous l'aurions souhaitée. Nous avons donc restreint l'analyse à celle a posteriori du test écrit donné aux élèves.

l'écriture d'une proportion, suivie d'une résolution, montrant peu de contrôle sur la résolution de telles situations.

Dans le cas de Jacques, l'appropriation de l'attente de l'enseignant vis-à-vis du recours possible à plusieurs procédures par les élèves conduit à un non-changement des procédures initiales des élèves (des procédures utilisées au test écrit initial). L'importance attribuée par l'enseignant au recours à plusieurs procédures et la non-institutionnalisation d'une procédure officielle peut être observée dans la production des élèves. Ceux-ci dans le test après enseignement présentent en effet les mêmes procédures que celles du test avant enseignement. Ils ont compris en quelque sorte que l'important était d'avoir recours à des procédures différentes, aucune d'entre elle n'ayant un statut différent des autres[136].

Le tableau suivant, nous permet d'observer les principaux éléments de la pratique d'enseignement de Maurice et de Jacques en les mettant en lien avec le développement du raisonnement proportionnel chez les élèves :

	Le cas Jacques : Un style « dévoluant » (Sarrazy, 2007)	**Le cas Maurice : Un style « institutionnalisant » (Sarrazy, 2007)**
Les patterns d'interaction en classe :	Les élèves sont invités à travailler en groupes sur une situation. Ils sont appelés à partager leurs solutions avec la classe et la validation des réponses /procédures est faite collectivement avec l'enseignant	C'est l'enseignant qui explique, qui résout, qui justifie, qui valide les procédures. L'enseignant prend une place très importante dans les séances en classe (les élèves ont une place réduite)
Le processus de dévolution :	Lors de la résolution de problèmes, dans la construction collective de définitions, il y un souci de dévolution du problème, de la construction de la définition aux élèves. Toutefois, ce processus de dévolution n'est plus présent lors des incidents critiques, où Jacques prend en charge la résolution /construction	Il n'y a presque jamais interaction avec les élèves. Le savoir est pris en charge par l'enseignant, il n'y a pas de dévolution de la situation, du problème aux élèves.

---

[136] Les problèmes donnés aux élèves ne nous permettaient pas observer l'appropriation de la part de ces derniers des autres attentes implicites en jeu chez Jacques.

Le processus d'institutionnalisation :	Les institutionnalisations sont d'une certaine manière en rupture avec l'activité mathématique des élèves. Lors du travail sur les définitions, ce que les élèves font, proposent n'est pas nécessairement repris par l'enseignant. Dans la résolution de problèmes, l'enseignant reprend les procédures mais ne statue pas sur celles-ci. La validation des élèves n'est pas toujours reprise	Une institutionnalisation constante du savoir qui vient de l'enseignant et qui est faite en début de séance. Le travail des élèves consiste en une application *a posteriori* du savoir présenté précédemment
Un certain contrat didactique (jeu d'attentes implicites/ explicites qui régule les interactions)	-se ramener aux mêmes unités; -passer par un taux unitaire; -passer par la simplification des fractions; -rechercher différentes procédures de résolution;	-attribuer un sens dans la vie courante; -utiliser les connaissances travaillées précédemment; -passer par une proportion, ou le recours à certains outils pour la reconnaissance de situations de proportionnalité; -avoir recours à une certaine notation;
Activité mathématique induite chez les élèves	Engagement des élèves dans un travail de résolution des problèmes. Une appropriation de l'attente de l'enseignant par le recours à plusieurs procédures de résolution dans les problèmes Pas de véritable évolution dans les procédures utilisées, sans doute à mettre en lien avec la non-institutionnalisation des procédures lors du retour par l'enseignant (ce dernier reprend les procédures, mais sans aller plus loin)	Résolution des problèmes par le biais de l'utilisation de procédures spécifiques (utilisation d'une proportion) et de la notation privilégiée par l'enseignant. Les élèves sont entrés dans le contrat (ils écrivent une proportion, ils écrivent les unités, ils utilisent le produit croisé) Le recours systématique à une telle écriture, même dans les cas où elle n'est pas pertinente ou pose problème (situations non proportionnelles, inversement proportionnelles) montre le peu de contrôle qu'exercent les élèves sur la proportionnalité quand on sort des problèmes usuels. Ceci est sans doute à mettre en lien avec la non dévolution des situations aux élèves (ils n'ont pas pris en charge la construction du savoir)

Tableau 5.4- Caractéristiques de la pratique en classe et activité mathématique induite chez les élèves

Le retour sur chacun des cas, et la lecture transversale que nous en avons faite, ont permis de montrer la cohérence et richesse de chacune de ces pratiques à travers une analyse fine de l'activité de l'enseignant. La caractérisation de cette pratique sur un plan didactique, à travers une analyse du processus de dévolution, d'institutionnalisation et du contrat didactique permet de mieux comprendre l'influence de chacun de ces enseignements sur l'activité mathématique des élèves.

CONCLUSION

Notre problématique de recherche nous a amenée à entrer dans la compréhension de la pratique d'enseignement de la proportionnalité, de l'intérieur, à travers une analyse de l'activité de l'enseignant, en tant qu'acteur professionnel, et de sa rationalité sous-jacente (ses choix didactiques, les principes en arrière-plan qui guident son action dans l'organisation et la réalisation de son enseignement). Cette analyse met bien en évidence la complexité de cet acte d'enseignement au quotidien.

Nous avons également voulu dans cette étude éclairer les liens possibles entre cette activité de l'enseignant et l'évolution des connaissances des élèves sur la proportionnalité. Sans pouvoir entrer comme nous aurions souhaité le faire dans l'analyse de cette relation (au moment où elle se met en place dans l'action), ce travail a toutefois le mérite d'initier des questions sur la relation entre l'apprentissage des élèves et les pratiques d'enseignement, travail qui devra être poursuivi.

Nous reviendrons dans cette conclusion sur les points saillants qui ressortent de cette recherche, avant de cerner ses limites et ses retombées possibles.

Un bref aperçu de nos résultats

Nous avions identifié au départ de ce travail des questions auxquelles nous cherchions à répondre :

- Comment l'enseignant pense-t-il sa planification sur la proportionnalité? Qu'est-ce qui le guide dans cette planification/comment est pensée la progression *a priori*?
- Comment se caractérise la pratique effective de l'enseignant en classe à propos de la proportionnalité (sa pratique en action)?
- Quelle activité mathématique est induite par cette pratique chez les élèves à propos de la proportionnalité?

- Quelle activité mathématique est induite par cette pratique chez les élèves à propos de la proportionnalité?

Comment l'enseignant pense t-il sa planification sur la proportionnalité?

À partir des entrevues faites avant enseignement, nous avons pu observer que les éléments qui guident les deux enseignants (Maurice et Jacques) dans la construction de la séquence sur la proportionnalité sont *a priori* très différents. Pour Maurice, c'est avant tout ce qui est enseigné qui vient baliser/donner une certaine forme à cette séquence. Le savoir mathématique de référence, conceptuellement analysé par cet enseignant, prend une place importante au sein de sa planification. Cette dernière est complètement pensée à l'avance par l'enseignant et repose sur une certaine analyse conceptuelle préalable qu'il explicite dans l'entrevue : la progression des contenus est pensée, il cerne les préalables, il anticipe les difficultés des élèves, il explicite des raisonnements clés… . Pour Maurice, les élèves apprennent à travers une réutilisation constante des savoirs développés en classe, d'où l'importance attribuée à l'idée de progression d'une étape à l'autre dans son enseignement. Les savoirs donnent donc ici leurs formes aux pratiques d'enseignement et d'apprentissage, ces dernières sont abordées par les contenus. Les problèmes occupent une place importante dans cette progression, à travers ces notes de cours et la pratique en classe. Ces problèmes sont présentés d'une manière graduée et viennent appuyer cette progression du savoir.

Très différemment de Maurice, Jacques organise sa planification en termes de situations qui seront travaillées avec les élèves au début de la séquence. La pratique est pensée, structurée non pas à partir des contenus comme cela était le cas pour Maurice, mais à partir de situations d'enseignement/apprentissage qui visent à faire construire un sens à la proportionnalité par les élèves. Pour Jacques démarrer la séquence par ces situations va lui permettre d'aller chercher au départ les connaissances des élèves sur la proportionnalité, et de construire à partir de celles-ci. On a donc ici au départ deux façons très différentes de penser la pratique d'enseignement.

Comment se caractérise la pratique effective de l'enseignant en classe à propos de la proportionnalité (sa pratique en action)?

Cohérente avec sa façon de penser *a priori* la progression du savoir, l'action en classe de Maurice fait ressortir les mêmes étapes, le même enchaînement prenant forme autour des contenus. L'enseignant prend une place très importante dans ces séances en classe, il expose le savoir, propose des marches à suivre, fait des mises en garde. Cette exposition du savoir est donc en quelque sorte contrôlée par l'enseignant qui structure et organise les démarches des élèves à travers les marches à suivre induites dans l'action (et dans les notes de cours). Une certaine pratique mathématique se développe en classe autour de ces contenus, de manières d'approcher ceux-ci, d'éviter les erreurs, une pratique destinée pour l'enseignant à éviter que les élèves se mélangent. Cette pratique a comme conséquence un faible niveau d'interaction entre l'enseignant et les élèves. Dans cette pratique en classe. Maurice, présente toutefois un souci d'attribuer un certain sens au contenu, et cela en introduisant des exemples, en les verbalisant en contexte.

La pratique d'enseignement de Jacques, en accord avec la structuration pensée au départ en termes de situations, prend forme autour d'interactions avec les élèves. L'enseignant sollicite les élèves sur leurs procédures, leurs raisonnements, ils sont appelés à s'engager dans la résolution du problème et la construction d'une définition et à partager ce qu'ils avancent. Une certaine variabilité de cette pratique est présente, associée au type de tâche donnée aux élèves. Ainsi, autour de tâches davantage conceptuelles (construction d'une définition d'un concept...), nous avons noté des *incidents critiques*, qui déstabilisent l'enseignant et le conduisent à prendre une place importante, en guidant les apprentissages des élèves.

Nous retrouvons donc en action là aussi des pratiques d'enseignement de la proportionnalité très différentes.

Quelle relation peut-on induire entre l'apprentissage des élèves et les pratiques d'enseignement mises en place : quelle activité mathématique sur la proportionnalité est induite chez les élèves dans chacun des cas ?

Dans le cas de ces deux enseignants, une activité mathématique est induite chez les élèves, différente. Dans la pratique de Maurice, on remarque un souci de structurer la démarche des élèves par des marches à suivre, et une emphase importante mise sur la notation (écriture de la proportion) et l'utilisation de propriétés des proportions pour reconnaître si une situation est proportionnelle ou non et de l'utilisation pour résoudre des problèmes d'une de ces propriétés (le produit croisé) comme procédure privilégiée. Quelle influence ces manières d'approcher le savoir mathématique ont-elles sur l'apprentissage des élèves? Dans la production écrite des élèves, on retrouve une appropriation de ce travail privilégié par l'enseignant, par le biais du recours à une procédure et notation qui n'étaient pas présentes avant enseignement. Le recours non-contrôlé de ces outils conduit à une certaine perte du sens attribué à la proportionnalité, perte de sens que l'on observe dans la résolution de problèmes inversement proportionnels et le jugement porté sur des situations non-proportionnelles. L'utilisation non appropriée d'une marche à suivre (écriture de la proportion, utilisation des propriétés) conduit à un non-contrôle dès que l'on sort des problèmes usuels de proportion.

Jacques dans sa pratique en classe sollicite chez les élèves une recherche de différentes procédures pour résoudre un problème. Si d'un côté cette pratique semble favoriser l'apparition d'une diversité de procédures chez les élèves, d'un autre côté, la non-institutionnalisation d'un savoir officiel par l'enseignant (il ne statue pas sur ces procédures) ne contribue pas à un avancement des connaissances des élèves vers des procédures plus générales. Nous avons aussi noté que Jacques attribue peu d'importance aux difficultés des élèves. L'analyse des productions des élèves, nous permet d'observer dans ce cas, qu'après enseignement, les élèves présentent les mêmes procédures et les mêmes difficultés qu'avant enseignement.

Un regard général à la lumière de ces résultats sur la pratique d'enseignement de Maurice et de Jacques

Dans les deux cas, le lien entre les pratiques d'enseignement et l'activité induite chez les élèves dans la résolution de problèmes de proportion est clair. Dans le cas de Maurice et d'une pratique d'enseignement très structurée, laissant peu de place à l'élève, fortement organisée autour du savoir, les élèves s'approprient ce savoir et certaines manières de faire des mathématiques à propos de ce savoir. On retrouve alors dans leurs productions écrites les traces d'une notation et d'une procédure qui a été privilégiée en classe. L'emphase mise sur une certaine manière de faire cause des difficultés chez les élèves, ces derniers attribuant peu de sens à cette démarche lorsqu'on sort des problèmes de proportion usuels. On perçoit bien dans ce cas les limites, sur le plan de l'activité mathématique induite chez les élèves, d'un enseignement qui cherche à faire en sorte que les élèves « soient en contrôle » sur un certain savoir par le biais de l'introduction de marches à suivre et de mises en garde. Les élèves ont ici peu de chance de s'approprier le savoir et de comprendre en quoi et pourquoi ce qu'ils font conduit à une erreur.

Dans le cas de la pratique de Jacques, ce dernier ne s'attarde pas à l'utilisation d'une procédure privilégiée en classe, mais ouvre sur différentes procédures de résolution possibles venant des élèves. Pourtant, les élèves dans ce cas ne présentent pas de traces d'un changement/d'une évolution quant aux procédures utilisées au test final, c'est-à-dire, qu'ils gardent, de manière générale, les mêmes procédures que celles utilisées avant enseignement. On trouve aussi la présence des mêmes difficultés. On perçoit bien dans ce cas les limites d'un enseignement qui part des procédures des élèves sans statuer sur celles-ci, sans travailler à la validation de ces dernières, aux liens qui permettaient d'aller plus loin. Nous faisons ainsi l'hypothèse que dans le cas de Jacques, la séquence n'a pas conduit à de réels apprentissages chez les élèves.

L'analyse de ces deux cas pose ainsi la question des conditions qui permettraient, dans chacune des pratiques, une évolution des connaissances des élèves. La question reste ouverte et pourrait faire l'objet d'une recherche. Avant d'entrer sur la question des prolongements et retombées de cette recherche, il me semble important d'en cerner les limites.

Limites de notre recherche

La principale limite de notre recherche porte sur les données qui nous auraient permis d'observer l'activité mathématique induite chez les élèves dans la résolution de problèmes de proportion en lien avec les pratiques d'enseignement en action. Les problèmes donnés aux élèves avant et après enseignement ne nous ont pas en effet permis d'observer en profondeur cette articulation entre la pratique enseignante et l'activité mathématique des élèves, comme nous l'aurions voulu. Ils rendent mal compte en effet, du fait de leur construction *a priori* par le chercheur à partir d'un certain cadre de référence (sur la proportionnalité), des différents contenus travaillés en classe, par exemple du travail important fait par ces deux enseignants sur la notion de rapport et taux, leur comparaison et distinction. Ils ne permettent pas ainsi de cerner la compréhension de la notion de rapport et taux qu'y ont construit les élèves (les erreurs, conceptions erronées qui en découlent par exemple), ce qui aurait pu s'avérer dans ce cas particulièrement instructif.

Encore en lien avec la production des élèves et l'activité mathématique induite par ces pratiques, une autre limite porte sur le peu de données dont nous disposions sur les productions des élèves en classe. L'analyse des données ne nous permet pas en ce sens de prendre en compte l'effet de l'action didactique de l'enseignant dans une tâche donnée sur la signification et l'évolution du concept de proportionnalité.

Du côté de l'enseignant, nous n'avons pas toujours été en mesure d'aller chercher les principes sous-jacents à l'activité de l'enseignant en classe. Cette donnée aurait pu nous éclairer sur certaines prises de décisions dans l'action, qui auraient permis d'enrichir la rationalité sous-jacente de l'acteur (logique qui guide la conduite).

Enfin en ce qui a trait à la démarche de codage et d'analyse des données, une limite de notre recherche porte sur le fait que nous n'avons pas tenu compte de manière quantitative du poids relatif de chacune des catégories que nous avons identifiée (nombre de citations associées à ce code). Nous nous sommes plutôt centrées sur l'éventail de catégories, pour avoir un portrait le plus riche possible de ce que recouvrait cette pratique. Cette donnée aurait pu, néanmoins, nous aider à identifier l'importance que chacune des catégories identifiées prenait au sein de la pratique de l'enseignant.

Retombées et prolongements de notre recherche

Au plan de la formation des enseignants, les résultats obtenus dans cette thèse viennent éclairer un cadre de référence possible pour accompagner les futurs enseignants dans l'élaboration et la réalisation d'une séquence d'enseignement. Une attention particulière doit être portée sur la construction de la séquence et l'action effective en classe, en tenant compte de l'activité de l'enseignant, des gestes professionnels qu'il pose autour d'une tâche, du rationnel sous-jacent qui le guide et de l'activité mathématique induite chez les élèves. Comme nous l'avons vu, avoir une séquence bien préparée, bien structurée, qui tient compte d'une analyse du savoir (analyse conceptuelle préalable) de différentes variables n'est pas suffisante pour faire avancer les élèves dans leurs apprentissages. Comme n'est pas non plus suffisante une pratique qui tient compte des connaissances/stratégies des élèves, qui est riche en interactions, mais qui ne favorise pas pour autant un avancement des connaissances au niveau du contenu mathématique chez les élèves. Cette sensibilisation à différentes pratiques (préparation *a priori* et pratique effective en classe), en lien avec les apprentissages des élèves lors de la formation de maîtres, me paraît fondamentale. Les incidents critiques pourraient constituer ici une porte intéressante à examiner comme des cas pouvant servir de point de départ à une réflexion avec les étudiants en formation.

Au niveau de la recherche, le croisement de divers cadres théoriques de référence pour analyser la pratique enseignante apparaît prometteur pour cerner la complexité de cette pratique, ses différentes composantes. En effet, les travaux de recherche menés sur l'analyse des pratiques enseignantes, principalement menés autour de Robert et Rogalski en France, qui adoptent une double approche ergonomique et didactique, ont contribué à mettre en évidence différentes facettes du travail de l'enseignant. Cependant dans ces travaux, on prend peu en compte les logiques qui guident cette activité de l'enseignant et qui permettraient d'en mieux comprendre les fondements. C'est ici qu'un croisement avec des cadres de référence provenant de la sociologie, tels ceux développés autour des théories de la rationalité, pourrait s'avérer fécond. Par ailleurs, on sait encore peu de choses sur les liens entre ces pratiques enseignantes et les apprentissages des élèves. Quels apprentissages induisent ces pratiques chez les élèves? La théorie des situations didactiques apporte ici des concepts riches pour entrer dans une telle analyse. Le recours à différents cadres de référence permettrait donc d'entrer dans une analyse des pratiques, prenant bien en compte toute la complexité des phénomènes en jeu.

Au niveau des prolongements de notre recherche, nous avons restreint l'analyse de la pratique à celle de l'enseignement de la proportionnalité. Il serait intéressant de pouvoir observer le même enseignant, lors de l'enseignement de différents contenus pour être en mesure de comprendre comment sa pratique s'adapte, sa variabilité d'un contenu à un autre. Il est en effet possible qu'un rapport différent au savoir, que les contraintes institutionnelles associés à certains types de savoirs entraînent des changements de la pratique. Dans le même ordre d'idées, il serait aussi intéressant de pouvoir avoir plus d'informations sur les productions des élèves dans l'interaction en classe autour d'une tâche pour être en mesure de comprendre plus en profondeur le rôle qui joue la pratique sur le développement d'un concept chez les élèves.

S'il y a un point à retenir de ce travail de recherche, c'est que la pratique enseignante est quelque chose de très complexe. Essayer de préparer les futurs enseignants à tenir compte de cette complexité à travers une réflexion constante sur leur propre pratique, en s'appuyant sur l'analyse d'autres pratiques, à partir d'un cadre de référence qui permette d'entrer dans l'analyse de pratiques, permet éventuellement de travailler à faire en sorte que les futurs enseignants fassent des choix éclairés et puissent affronter, dans la mesure du possible, les imprévus propres au métier d'enseignant.

Références bibliographiques

ADJIAGE, R & PLUVINAGE, F. (2007). An experiment in teaching ration and proportion. Dans: *Educational studies in mathematics*, 65, (2), 149-175: Springer.

ADJIAGE, R. (1999). *L'expression des nombres rationnels et leur enseignement initial.* Thèse de doctorat. IREM, ULP de Strasbourg I, France.

BALACHEFF, N. (1991). Nature et objet de raisonnement explicatif. Dans : Séré, W-B. *Actes du colloque L'explication dans l'enseignement et l'EIAO*, Ed. Paris-Onze.

BAUERSFELD, H. (1980). Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*. 11, 23-41.

BEDNARZ, N. & GIROUX, (à paraître). *Analyse des interactions enseignant-élève en termes de contrat didactique : à propos de l'introduction des fractions.* Collection : Interactions Didactiques.

BEDNARZ, N. & PERRIN-GLORIAN, M-J. (2004). Formation à l'enseignement des mathématiques et développement de compétences professionnelles : articulation entre formation mathématique, didactique et pratique. Dans : *Actes de Espace Mathématique Francophone*. Tozeur (Tunisie).

BEDNARZ, N. (1989).Procédures des élèves et développement du raisonnement proportionnel au secondaire. Document d'accompagnement du vidéo. CIRADE.

BLAIS, M. & MARTINEAU, S. (2006). L'analyse inductive générale : description d'une démarche visant à donner un sens à des données brutes. Dans : *Recherches qualitatives*, 26(2), p. 1-18.

BOISNARD, D., HOUDEBINE, J., JULO, J., KERBOEUF, P. & MERRI, M. (1994). *La proportionnalité et ses problèmes*. Ed. Hachette éducation.

BRETON, G. (1994). *Carrousel Mathématique*, deuxième secondaire, tome I. CEC.

BROUSSEAU G. (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*, Thèse pour le doctorat d'état, Université de Bordeaux I.

BROUSSEAU, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. (2.1), 37-127 : La Pensée Sauvage. Grenoble.

BROUSSEAU, G. (1988). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 9 (3), 309-336 : La Pensée Sauvage.

BROUSSEAU, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La Pensée Sauvage.

BUTLEN, D. (2007). Enseignement des mathématiques auprès de publics spécifiques ou dans des contextes difficiles. Dans : Bednarz, N., Mary, C. (dir.) L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés. *Actes du colloque EMF2006* (cédérom). Sherbrooke: Éditions du CRP.

BUTLEN, D. (2007). Enseignement des mathématiques auprès de publics spécifiques ou dans des contextes difficiles. Dans : Bednarz, N., Mary, C. (dir.) L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés. *Actes du colloque EMF2006* (cédérom). Sherbrooke: Éditions du CRP.

CASABÒ, M. B. I. (1994). Les instruments du travail mathématique : le cas de la proportionnalité. Dans : M. Artigue, R. Gras, C. Laborde, P. Tavignot (Eds), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France : hommage a Guy Brousseau et Gérard Vergnaud.* (p. 350 – 312). Paris : La pensée sauvage.

COMIN, E. (2000). *Proportionnalité et fonction linéaire : caractères, cause et effets didactiques des évolutions et des réformes dans la scolarité obligatoire.* Thèse de doctorat inédit, Université de Bordeaux I, Bordeaux.

CONFREY, J. (1994). Splitting, similarity, and rate of change: A new approach to multiplication and exponential functions. Dans : G. Harel & J. Confrey (Eds.). *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (p. 293-330). Albany, NY: SUNY Press.

CÔTÉ, B. & NOELTING, G. (1971). *Qu'est-ce qu'apprendre, comprendre, savoir? Fonctionnement cognitif et apprentissage de la mathématique.* Téléuniversité, Québec.

COULANGE, L. (2000). *Étude des pratiques du professeur du double point de vue écologique et économique. Cas de l'enseignement des systèmes linéaires et de la mise en équations.* Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier : Grenoble.

CUELLO, R.M. (1994). *Razão e proporção : o processo evolutivo da compreensão dos conceitos.* Mémoire de Maîtrise. Recife : Mestrado em Psicologia Cognitiva, UFPE.

DECHAUX, J-H, (2002). L'action rationnelle en débat : sur quelques contributions et réflexions récentes. Dans : *Revue Française de Sociologie*, Vol. 43, n° 3, p. 557-581.

DESGAGNÉ, S. (1994). *À propos de la discipline de classe: analyse du savoir professionnel d'enseignant-e-s expérimentés du secondaire en situation de parrainer des débutants.* Thèse de Doctorat non publiée, Université Laval, 407 pages.

DUBET, F. (1994). *Sociologie de l'expérience*, Paris, Seuil, coll. « La couleur des idées », 258 pages.

DUMAS, J-P & JAQUET, F. (2001). Les tentations de la proportionnalité. Dans : *Math-école.* 198. 33-42.

DUPUIS, C. & PLUVINAGE, F. (1981). La proportionnalité et son utilisation. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2, (2), 165-212 : La Pensée Sauvage.

GALAI, M.C., GÉRENTE, D., GRENIER, D. & RIVOIRE, R. (1990). Analyse de deux situations-problèmes autour de la proportionnalité. *Petit X*, 22, 5-22.

GATTUSO, L. (2001). *Fait-on ce qu'on pense quand on enseigne des mathématiques ?* Collection mathèse, Éditions Bande Didactique, Trois-Rivières.

GIDDENS, A. (1987). *La constitution de la société : éléments de la théorie de la structuration*. PUF

GNASS, I. (2000). *Étude du raisonnement proportionnel chez les élèves en troubles de comportement et d'apprentissage de deuxième secondaire*. Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Montréal, Montréal.

GUILLEMETTE, F. (2006). L'approche de la Grounded Theory : pour innover? Recherches qualitatives, 26 (1), 32-55.

HACHE (2001). L'univers mathématique proposé par le professeur en classe : observation, description, organisation. Dans : *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 21, (1.2), 81-98 : La Pensée Sauvage.

HACHE, C. (1999). *L'enseignement de mathématiques au quotidien: Étude de pratiques en classe de seconde*. Thèse de doctorat inédit, Université Paris 7 - Denis Diderot, Paris.

HERSANT, M. (2001). *Interactions didactiques et pratiques d'enseignement, le cas de la proportionnalité au collège*. Thèse de doctorat inédit, Université Paris 7 - Denis Diderot, Paris.

HERSANT, M. (2004). Caractérisation d'une pratique d'enseignement des mathématiques : le cours dialogué. *Revue Canadienne de l'enseignement des Sciences des Mathématiques et des Technologies*, 4, 2, 243-261.

JANVIER. C., CHARBONNEAU, L. & RENÉ DE COTRET, S. (1989). Obstacles épistémologiques à la notion de variable : perspectives historiques. Dans : *Construction des savoirs : obstacles & conflits*; sous la direction de Nadine Bednarz et Catherine Garnier. Montréal, CIRADE.

JULO, J. (1982). *Acquisition de la proportionnalité et résolution de problème*. Thèse de doctorat inédit, Université de Rennes 1, Publication de l' IREM de Rennes.

KARPLUS, E. F., KARPLUS, R., & WOLLMANN, W. (1974). The influence of cognitive style. *School Science and Mathematics*, 6, 476-482.

KARSENTI, T. & DEMERS, S. (2000). L'étude de cas. Dans : Karsenti, T. & Savoie-Zajc, L. (2000). *Introduction à la recherche en éducation.* Éditions du CRP, Sherbrooke.

LALANDE, A. (1960). *Vocabulaire technique et critique de la philosophie.* Presses Universitaires de France

LEMOYNE, G. (1996). La recherche en didactique des mathématiques au Québec : rétrospectives et perspectives. Dans : *Bulletin AMQ* Vol. XXXVI, n° 3, p. 31-40.

LEVAIN, J-P & VERGNAUD, G. (1995), Proportionnalité simple, proportionnalité multiple. Dans : *Grand N*, 56, 55 – 66.

LEVAIN, J-P. (1993). Proportionnalité, agrandissement et échelle. Dans : *Petit x*, 31, 15 – 34.

LEVAIN, J-P. (1997), *Faire des mathématiques autrement : développement cognitif et proportionnalité.* Paris : L'Harmattan.

L'HOSTIE, M. (1998). *Dynamique socio-politique du changement planifié dans une organisation d'enseignement : le cas d'un CÉGEP.* Thèse de doctorat, Université du Québec à Chicoutimi.

MARGOLINAS C. (2004) Points de vue de l'élève et du professeur : Essai de développement de la théorie des situations didactiques, Note d'habilitation à diriger les recherches, Université de Provence

MILES, M. B. & HUBERMAN, M. A. (2003). *Analyse de données qualitatives.* De Boeck, Paris.

Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ). (1994), *Programme d'étude de mathématiques du secondaire,* Gouvernement du Québec : Les publications du Québec.

Ministère de l'Éducation, du loisir et du sport (MELS). (2003), *Programme d'études du secondaire.* Document de travail aux fins de validation. Gouvernement du Québec.

MOPONDI, A.B. (1986). *Le rôle de l'institutionnalisation dans l'algorithme de la proportionnalité*, Thèse de Doctorat, Université de Bordeaux 1 (France)

MUCCHIELLE, A. (2004). *Dictionnaire des méthodes qualitatives en sciences humaines et sociales.* Armand Colin, Paris.

NGONO, B. (2003). *Étude de pratiques des professeurs des écoles enseignant les mathématiques en zone d'éducation prioritaire (ZEP) : effets éventuels de ces pratiques sur les apprentissages.* Thèse de doctorat inédit, Université Paris 7 - Denis Diderot, Paris.

NOELTING, G. (1978). *La construction de la notion de proportion chez l'enfant et l'adolescent et les mécanismes d'équilibration.* Numéro spécial de L'APAME, École de Psychologie, Université Laval, Québec.

NUNES, T., SCHLIEMANN, A. D., & CARRAHER, D (1993). *Street mathematics and school mathematics.* Cambridge : Cambridge University Press.

OLIVEIRA, I & CÂMARA, M. (2001). *Problemas de proporção simples : o que os alunos estão errando.* Dans : Anais do XV EPENN - Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste - São Luis - MA.

OLIVEIRA, I. A. F. G. (2000). *Um estudo sobre a proporcionalidade : a resolução de problemas de proporção simple no ensino fundamental.* Mémoire de maîtrise inédit. Universidade Federal de Pernambuco, Recife - Brasil.

OLIVEIRA, I., GUIMARÃES, G. & LUZ, P. (1998). *As estratégias de resolução de problemas de proporção simples em três momentos.* Dans : Anais do VI ENEN – Encontro Nacional de Educação Matemática – São Leopoldo – RS. 452 – 454.

PERRIN-GLORIAN, M-J (1994). Théorie des situations didactiques : naissance, développement, perspectives. Dans : M. Artigue, R. Gras, C. Laborde, P. Tavignot (Eds), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France : hommage a Guy Brousseau et Gérard Vergnaud.* (p. 97 – 147). Paris : La pensée sauvage.

PEZARD, M. (1985). *Une expérience d'enseignement de la proportionnalité aux élèves instituteurs.* Thèse de doctorat inédit, Université Paris 7 - Denis Diderot, Paris.

POST, T., BEHR, M. & LESH, R. (1988). Proportionality and the development of prealgebra understandings. Dans : A. F. Coxford (Ed.), *The ideas of algebra, K-12,* yearbook. Reston, VA: NCTM.

PROULX, J. (2003). *Pratiques des futurs enseignants de mathématiques au secondaire sous l'angle des explications orales : intentions sous-jacentes et influences.* Mémoire de maîtrise. Université du Québec à Montréal, Montréal.

RENÉ DE COTRET, S. (1991). *Étude de l'influence des variables indice de proportionnalité du thème et nombre de couples de données sur la reconnaissance, le traitement et la compréhension de problèmes de proportionnalité chez des élèves de 13-14 ans.* Thèse de doctorat inédit, Université Joseph Fourier : Grenoble.

ROBERT, A & ROGALSKY, M. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. Dans : *Revue Canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies.* 2, 4, 505-528.

ROBERT, A. (1997). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherche en didactique des mathématiques*. 18 (2), 139-8190 : La Pensée Sauvage.

ROBERT, A. (1999). Pratique et formation des enseignants. *Didaskalia*. 15, 123-157.

ROBERT, A. (2001). Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherche en didactique des mathématiques*. 21 (1.2), 57-80 : La Pensée Sauvage.

RODITI, É. (2001). *L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième : étude de pratiques ordinaires*. Thèse de doctorat inédit, Université Paris 7 - Denis Diderot, Paris.

RODITI, É. (2005), *Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique*, Paris : L'Harmattan.

ROGALSKI, J. (1999). Approche de psychologie ergonomique de l'activité de l'enseignant. In : *Copirelem*. Limoges.

ROGALSKY, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherche en didactique des mathématiques*. 23 (3), 343-388 : La Pensée Sauvage.

ROUCHIER, A. (1991). *Étude de la conceptualisation didactique en mathématiques et informatique élémentaires : proportionnalité, structure itérativo-récursives, institutionnalisation*. Thèse de doctorat d'État, Université d'Orléans.

SARRAZY, B. & ROINÉ, C. (2007). Du déficient léger à l'élève en difficulté. Des effets de la différenciation structurelle sur différenciation didactique : cas des interactions didactiques dans l'enseignement de l'arithmétique à l'école primaire. Dans : Bednarz, N., Mary, C. (dir.). L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés. *Actes du colloque EMF2006* (cédérom). Sherbrooke: Éditions du CRP

SAVOIE-ZACJ, L. (2000). La recherche qualitative / interprétative en éducation Dans : Karsenti, T. & Savoie-Zajc, L. (2000). *Introduction à la recherche en éducation*. Éditions du CRP, Sherbrooke.

SAVOIE-ZAJC, L. (1993). Qu'en est-il de la triangulation? Là où la recherche qualitative interprétative se transforme en intervention sociale. *Revue de l'ARQ*, 8, numéro thématique, M. Anadón et D. Côté-Thibeault (dir.), « La recherche qualitative en éducation : réflexion sur ses fonde-ments, ses méthodes et ses pratiques », 121-133.

SAVOIE-ZAJC, L. (2000). La recherche qualitative/interprétative en éducation. Dans : T. Karsenti & L. Savoie-Zajc (Dir), Introduction à la recherche en éducation (p 171-198). Sherbrooke : Éditions du CRP.

SCHMIDT, S. (1994). *Passage de l'arithmétique à l'algèbre et inversement de l'algèbre à l'arithmétique, chez les futurs enseignants dans un contexte de résolution de problèmes*. Thèse de doctorat inédite, Université du Québec à Montréal, Montréal.

SCHUBAUER-LEONI, M. L. (1986). Le contrat didactique : un cadre interprétatif pour comprendre les savoirs manifestés par les élèves en mathématique. *European Journal of Psychology of Education*. V.1, (2), 139-153.

SCHUBAUER-LEONI, M. L. (1988). Le contrat didactique : une construction théorique et une connaissance pratique. Dans : *Médiation et remédiation didactiques*. Collection Interactions didactiques 9, Université de Neufchâtel, 67-79.

SCHUBAUER-LEONI, M. L. (1989). Problématique des notions d'obstacles épistémologiques et de conflit socio-cognitif dans le champ pédagogique. Dans : *La construction des Savoirs*. N. Bednarz et C. Garnier (Eds), Agence d'Arc Inc, Montréal.

SOKONA, S-B. (1989). Aspects analytiques et aspects analogiques de la proportionnalité dans une situation de formulation. *Petit X*, 19, 5-27.

SOTO, I. & ROUCHE, N. (1994). Résolution de problèmes de proportionnalité par des paysans chiliens. *Repères – IREM*, 14, 5-19.

STRAUSS, A.L., CORBIN, J.M. (1990). Basics of qualitative research : Grounded theory procedures and techniques. Newburg Park : Sage Publications.

TOURNIAIRE, F. (1986). Proportions in elementary school. *Educational Studies in Mathematics*, 17, 401 – 412.

VERGNAUD, G. (1983). Multiplicative structures. Dans : *Acquisition of mathematics concepts and processes*. Orlando : Academic Press.

VERGNAUD, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad : problemas de la enseñanza de las matemáticas*. México : Trillas.

VERGNES, D. (2001). Effet d'un stage de formation en géométrie sur les pratiques d'enseignants de l'école primaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 21, (1.2), 99-122 : La Pensée Sauvage.

VOIGT, J. (1985). Patterns and routines in classroom interaction. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 6, 69-118 : La Pensée Sauvage.