UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

# ANALYSE DE LA PROGRESSION DES EXIGENCES DE LA PRODUCTION DE LA PREUVE DANS LES MANUELS SCOLAIRES DU PREMIER CYCLE DU SECONDAIRE

MÉMOIRE
PRÉSENTÉ
COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN MATHÉMATIQUES

PAR

JOËLLE SOSTHÈNE SAMBOTE BENAZO

AVRIL 2011

# REMERCIEMENTS

À mes parents Jean KIVOUVOU ET Pauline SITA

Je dédie ce travail à Jonnaert Philippe, sans son soutien, il n'aurait jamais été réalisé.

Je désire remercier avec plaisir Stéphane Cyr qui a accepté de diriger ce travail. Qu'il trouve ici l'expression de ma reconnaissance.

J'aimerais aussi remercier les professeurs de l'UQAM qui m'ont initié dans la recherche en didactique des mathématiques : Fernando Hitt et Caroline Lajoie.

Je voudrais remercier aussi Denis Tanguay pour sa disponibilité de me recevoir et pour avoir répondu à mes questionnements ainsi que Gisèle Legault, pour son aide en informatique.

Je tiens également à remercier Rosette Defise qui a relevé le défi de lire et de corriger ce texte.

Enfin, je remercie ma fille qui me donne tant d'espoir et mon époux qui reste présent dans mon cœur, qui m'apporte le courage d'aller jusqu'au bout, sa collaboration et son soutien.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES ABBRÉVIATIONS, DES SIGLES ET DES ACRONYMES

**ETG** : Espace de Travail Géométrique

**GI :** Géométrie I

**GII** : Géométrie II

**GIII** : Géométrie III

**MEQ :** Ministère de l'Éducation du Québec

**MELS :** Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport

# RÉSUMÉ

Notre recherche s'intéresse aux difficultés que les élèves éprouvent dans l'apprentissage de la preuve au secondaire, notamment celles relatives au changement du statut de la géométrie, lors du passage de la géométrie dite pratique à la géométrie dite théorique. Dans cette optique, nous avons cherché à comprendre comment progressent les exigences de production de la preuve dans les deux premières années du premier cycle du secondaire, à travers les activités géométriques proposées dans les manuels scolaires issus du renouveau pédagogique, en usage dans les deux premières années du secondaire au Québec. Cette interrogation nous a amené à mettre en exergue les orientations qui portent sur l'apprentissage de la preuve dans les nouveaux programmes, à partir de la compétence « Déployer un raisonnement mathématique ».

Nous avons ensuite élaboré une grille d'analyse des exercices et problèmes géométriques, sur la base de deux paradigmes géométriques : géométrie I, (GI) et géométrie II, (GII), suggérés par Houdement et Kuzniak dans leurs divers travaux, que nous avons complétée avec la typologie développée par Rouche (1989) et une catégorie de la grille d'analyse de Tanguay (2000). Avec cette grille, nous avons classifié les exercices et problèmes géométriques, spécifiquement en géométrie. De plus, nous avons établi des critères qui nous ont permis d'évaluer l'évolution du statut du dessin, à travers certaines activités classifiées.

L'analyse et l'interprétation des résultats de la classification montrent que les exigences de production de preuve ne progressent pas à cause des faibles taux de problèmes qui portent sur la production de la preuve. Aussi, les dessins qui ont un statut d'objet matériel sont dominants dans l'ensemble des deux premières années du secondaire.



**Mots clés** : Renouveau pédagogique, Preuve, Géométrie pratique, Géométrie théorique.

# INTRODUCTION

Les difficultés que les élèves éprouvent dans l'apprentissage de la preuve en mathématiques demeurent préoccupantes pour plusieurs chercheurs en didactique de cette discipline. Parmi les sources réputées responsables de ces difficultés se trouvent en bonne place, celles qui sont liées au changement de statut de la preuve à travers le processus de son apprentissage, notamment lors « du passage de la mathématique pratique, caractérisée par l'action et l'observation dans le cours des deux premières années[1] de l'enseignement secondaire, à une mathématique plus théorique caractérisée par l'introduction de la démonstration » (Balacheff, 1987, p. 147). Selon Balacheff, ce changement de statut provoque, spécifiquement en géométrie, une rupture du contrat didactique entre l'élève et l'enseignant à propos de l'activité mathématique et crée ainsi de difficultés dans l'apprentissage de la preuve.

Dans la recherche des meilleures pratiques d'apprentissage de la preuve, de nombreux chercheurs tels que Balacheff (1987) ou Duval (1991) s'accordent et plaident pour un enseignement progressif de celle-ci, dès le début du secondaire. Cet apprentissage devrait se baser sur les fondements rationnels de l'élève, en tenant compte de l'exigence de la construction des savoirs de celui-ci, ainsi que de la nature des preuves à considérer selon le niveau, dans une vision évolutive.

Dans cette perspective, les nouveaux programmes de formation scolaire de l'école québécoise (documents officiels fondamentaux de référence) prônent

---

[1] Les deux premières années du secondaire en France correspondent aux deux premières années du premier cycle du secondaire.

notamment en géométrie et spécifiquement pour la preuve, un apprentissage basé sur une initiation au raisonnement déductif au premier cycle du secondaire, à travers la compétence 2 « *Déployer un raisonnement mathématique*[2]», et qui doit s'établir au 2$^{e}$ cycle du secondaire.

Nous nous proposons d'aborder le problème de l'apprentissage de la preuve au secondaire en observant les contenus des manuels scolaires conçus à la suite des nouveaux programmes, à travers les activités géométriques (exercices et problèmes) comme lieu d'apprentissage graduel de la preuve pour les élèves. Il s'agit spécifiquement d'analyser la progression du statut de la preuve dans une nouvelle collection du secondaire spécifiquement dans les deux premières années du premier cycle secondaire.

Dans ce dessin, nous allons dans un premier temps présenter nos considérations de base pour cette recherche, en second lieu le cadre d'analyse, et nous présenterons en troisième lieu la méthodologie de recherche suivie de l'outil de cueillette des données. Notre analyse se fera en quatrième lieu et nous terminerons enfin par une discussion et une conclusion.

---

[2] "Déployer un raisonnement mathématique" est la deuxième compétence parmi les trois compétences disciplinaires des programmes du secondaire (1$^{er}$ et 2$^{e}$ cycles). Cette compétence touche le raisonnement mathématique et est la pierre angulaire de toute activité mathématique (MELS, p. 28). Il est à noter que les trois compétences disciplinaires des programmes du secondaire sont les mêmes que celles du programme du primaire.

# CHAPITRE I

# PROBLÉMATIQUE

Dans ce chapitre, nous présentons les considérations de base qui constituent les fondements de notre recherche. Il s'agit notamment de l'importance et du rôle de la preuve dans la formation des élèves, des difficultés liées à son apprentissage, surtout celles liées au changement du statut de la géométrie en rapport avec la place qu'elle occupe dans les programmes scolaires québécois. Nous terminons ce chapitre par la présentation de nos questions de recherche.

## 1.1 Importance et rôle de la preuve

De nombreux travaux ont été effectués par des chercheurs en didactique des mathématiques sur l'enseignement et l'apprentissage de la preuve ou de la démonstration. Ceci présume de l'importance qu'occupe la preuve dans le domaine de la recherche en didactique des mathématiques. Le site Web *La lettre de la preuve*[3] dédié à ce sujet en fait foi. Le rôle de la preuve dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques est irréfutable et fort logiquement central comme

---

[3] Le site web de la preuve est consacré à la recherche sur l'apprentissage et l'enseignement de la preuve. Initié par Nicolas Balacheff en 1997, ce site peut être consulté à l'adresse : http : www.lettredelapreuve.it/.

l'atteste Arsac (1998). Pour plusieurs chercheurs, l'importance de la preuve est autant identifiable dans le monde des mathématiques que dans le milieu scolaire.

En effet, dans le monde des mathématiques, selon Hanna (1983), la preuve est souvent considérée comme un outil servant à établir la vérité. Cette affirmation rejoint celle de Bkouche (2009) qui estime que la démonstration, en tant que discours convenablement réglé, permet la découverte de nouvelles vérités par son seul usage. Pour cet auteur, le discours démonstratif permet de comprendre pourquoi une propriété est vraie: « *la démonstration ça sert à comprendre* ». La preuve permet aussi de créer les connaissances, dans ce sens qu'elle est « elle-même une création de nouvelles connaissances, du fait qu'elle garantit la vérité d'une affirmation qui était jusqu'alors considérée comme hypothétique » (Cyr, 2006, p.136). Cet auteur relève aussi qu'à l'opposé de son rôle favorisant la compréhension, la preuve peut également être perçue, comme un enchaînement logique et déductif d'axiomes ou de propositions. Dans ce cas, « elle permet de comprendre uniquement des procédures qui mènent de la prémisse à la conclusion » (idem). Cette vision est partagée par Houdebine (1990) qui pense que la preuve ou démonstration ne prend de sens que par rapport à un problème que l'on a résolu, et peut être un élément décisif dans la résolution de ce problème. Toutes ces raisons non exhaustives montrent combien que le rôle de la preuve dans le monde mathématique est important.

Dans le milieu scolaire, il est reconnu à la preuve plusieurs rôles, sans qu'elle ne soit, comme le relève Cyr (2006), « le reflet fidèle, à une échelle moindre, de ce qui est fait dans la pratique mathématique » (p. 103). Dans ce milieu, Hersh (1997), Reid (1995) et Hanna (1983) considèrent la preuve principalement comme un outil servant à favoriser la compréhension de par sa fonction explicative. Pour Duval (1990) et Houdebine (1990), la preuve permet le développement du jugement et de la pensée critique de l'élève.

Nonobstant l'importance et le rôle de la preuve, tant en mathématique qu'en milieu scolaire, les difficultés que les élèves éprouvent dans l'apprentissage de cet aspect de la formation demeurent à la fois nombreuses et préoccupantes.

## 1.2 Difficultés d'apprentissage de la preuve

Les difficultés qu'éprouvent les élèves dans l'apprentissage de la preuve restent au centre des préoccupations des chercheurs en didactique des mathématiques. Duval (1991) atteste que « les difficultés et l'ennui que la plupart des élèves éprouvent pour comprendre ce qu'est une démonstration constituent l'un des obstacles les plus résistants auquel se heurte l'enseignement des mathématiques » (p. 233). Pour Tanguay (2002), les difficultés touchent à l'idée même de preuve dans ce sens que: « Les élèves ne voient pas la pertinence d'avoir recours à des démonstrations pour des problèmes qui leur paraissent souvent "évidents" ou dont la solution leur est accessible par vérification empirique » (p. 372). Cet auteur relève également de nombreux écueils liés à la gestion par l'élève du raisonnement au sein des preuves déductives, tels que:

> « Départager la thèse des hypothèses, différencier une implication de sa réciproque, comprendre le mécanisme logique des preuves par contradiction ou par contraposition, discerner les rôles et la portée de l'exemple et du contre-exemple, gérer la combinaison des résultats précédemment établis avec ceux de l'énoncé...» (Idem).

Cyr (2004) affirme pour sa part qu'une « grande part des problèmes éprouvés par les élèves face à la preuve est due à leur incompréhension de l'idée même de cette notion » (p. 43). Cette incompréhension qui peut avoir plusieurs sources se reflète entre autres à travers différentes conceptions ou croyances présentes chez les élèves.

Il ajoute que, « les difficultés provoquées par cette incompréhension, souvent moins apparentes, sont pourtant tout aussi graves que celles de nature plus technique associées à l'habileté à élaborer une preuve » (idem).

Ceci étant, sans restreindre la liste des difficultés, nous observons que toutes celles répertoriées ci-dessus soulèvent de nombreuses préoccupations dans l'apprentissage de la preuve, à travers les exercices et problèmes géométriques proposés chez les élèves du secondaire, dans lesquels le recours à la déduction ou à la preuve est engagé. Nous savons aussi que les nombreux problèmes observés chez les élèves face à la notion de la preuve ne sont pas seulement imputables aux difficultés sus-mentionnées mais aussi à la rupture consécutive au changement de statut de la géométrie, notamment au secondaire.

### 1.2.1 Difficultés liées au changement du statut de la géométrie

Dans une étude menée chez des élèves de quatrième en France, qui est l'équivalent de la première année du deuxième cycle du secondaire au Québec, Balacheff (1987) montre qu'il s'établit en géométrie une rupture lors du passage de la géométrie « *pratique* » (celle de la règle et du compas, de la production de figure) à la géométrie « *théorique* » (déductive). Selon ce chercheur, cette rupture est responsable des nombreuses difficultés que les élèves éprouvent dans la production de la preuve en raison du changement des exigences de production de celle-ci. Des *preuves pragmatiques* produites, basées sur l'observation et l'action en géométrie « *pratique* » l'élève doit évoluer vers la production de *preuves intellectuelles* caractérisées par un discours en géométrie « *théorique* ». Il est appelé à raisonner sur la base des définitions et des propriétés géométriques de la figure que représente le dessin. Dans ce cas, il ne s'agit plus, précise Balacheff (1987), d'une géométrie de la règle et du compas, de la production de la figure, mais celle de l'étude des figures.

En effet, pour Houdement et Kuzniak (2000), repris par Coppé et al. (2005), de la sixième à la cinquième (les deux premières années du secondaire de l'école française), l'équivalent de la première année du premier cycle à la dernière année du deuxième cycle du secondaire au Québec, la géométrie ne recouvre pas les mêmes types d'activités même si les objets à étudier sont sensiblement les mêmes. Le passage de la géométrie pratique à la géométrie théorique exige de ce fait un changement. Il s'agit, comme le mentionnent Coppé et al. (2005), « des nouvelles exigences, en ce qui concerne les types et les niveaux de justifications et de preuve, et en ce qui concerne le rôle et le statut des dessins rencontrés ou produits » (p. 9). Ce changement implique l'utilisation des propriétés à la place des mesures ou des instruments pour valider un énoncé.

En outre, dans l'apprentissage de la géométrie élémentaire, l'objet dessin constitue, en fonction du rôle qu'il joue dans la résolution d'un exercice ou d'un problème, un enjeu fondamental et « l'appropriation des propriétés et leur association à des figures et non plus à des dessins, est essentielle pour l'évolution au collège » (Gousseau-Coutat, 2006, p. 25). Pour Parzysz (2007), la figure joue un rôle crucial dans le processus de la résolution d'un problème de géométrie. Cependant, précise cet auteur, autant elle constitue une aide précieuse dans les conjectures, autant elle peut également constituer un obstacle à la démonstration, car "l'évidence de la figure" peut être une source de confusion dans l'utilisation des données par l'élève.

Selon Houdement (2007), la question de la distinction dessin figure se pose en ces termes: « Comment savoir et enseigner, quel regard est licite à quel moment? Dans quel but? » (p. 70). Pour cet auteur, la première rupture dans la construction de la géométrie est liée au premier traité de géométrie: les Éléments d'Euclide (vers 300 ans avant Jésus Christ). Cet ouvrage se caractérise par le passage de la géométrie en tant que pratique de l'espace à la géométrie en tant que théorie de la rationalité dont les limites sont complexes. Dans ce sens, les problèmes de géométrie au secondaire doivent faire l'objet de la création d'un espace, qui doit mettre en cohérence des pratiques géométriques anciennes (telles que celles de l'école primaire) et une approche plus théorique, qui ne s'appuie (presque) plus sur le dessin mais ne s'en libère pas pour autant.

Cela étant, d'une part, il s'agit de considérer sur le plan didactique « une approche évolutive et diachronique sur l'ensemble de la scolarité, pour trouver une cohérence à la géométrie et lui donner ainsi une unité malgré des ruptures historiques certaines » (Houdement et Kuzniak, 2000, p. 92). D'autre part, il s'agit, au-delà des difficultés inhérentes à la géométrie, de privilégier une approche qui vise la compréhension par l'élève de la relation qui « construit et fédère la géométrie dans son rapport avec l'espace et le monde sensible » (Houdement et Kuzniak, 2000, p. 94).

Ce faisant, s'appuyant sur la vision de Gonseth (1945-1955), les deux auteurs ont dégagé trois synthèses constitutives de la géométrie élémentaire ou paradigmes[4] géométriques : la géométrie naturelle (géométrie I); la géométrie axiomatique naturelle (géométrie II) et la géométrie axiomatique formaliste (géométrie III). Nous allons développer deux paradigmes (la géométrie I et la géométrie II) dans notre cadre théorique, la géométrie III est souvent peu convoquée dans l'école obligatoire et moins au niveau secondaire. Houdement et Kuzniak (2000) estiment que c'est à l'intérieur de ces paradigmes que les activités géométriques doivent se développer pour minimiser les ruptures de cet enseignement. En outre, l'évolution rationnelle de l'activité mathématique doit être posée, souligne Balacheff (1987), dès la classe de sixième en France (première année du premier cycle secondaire au Québec) pour préparer progressivement les élèves à la production de la démonstration.

Tout compte fait, nous observons, comme le souligne aussi Parzysz (2007), qu'il se développe chez l'élève lors du passage de la géométrie de l'observation à la géométrie de la « *démonstration* », en d'autres termes, lors de la transformation de la

---

[4] Paradigme : Pour Houdement et Kuzniak (2006), il s'agit de « l'ensemble des croyances, des techniques et des valeurs que partage un groupe scientifique » (p. 178), mais aussi, des exemples particulièrement significatifs auxquelles on peut se référer. Cette notion est empruntée à Kuhn (1962).

preuve « *pragmatique* » en une preuve « *théorique* », des conceptions susceptibles de « le mettre dans une position inconfortable et de le conduire à des conflits cognitifs » (p. 122). Il s'agit d'une difficulté majeure qui est le résultat du changement qui intervient pendant ce passage.

Face à cette difficulté, nombre de chercheurs, tels que Balacheff (1987) ou Duval (1991), plaident pour un apprentissage progressif de la preuve au secondaire. Nous rappelons que lorsque nous parlons du changement de statut de la géométrie, nous considérons le changement consécutif d'exigences de production de preuve caractérisé par « la nature des objets en jeu (physique vs théorique) d'une part, et d'autre part les modes de validation (perceptif vs hypothético-déductif) » (Parzysz, 2007 p. 123).

De tout ce qui précède, nous pouvons constater que l'apprentissage de la preuve a une importance capitale dans la formation des élèves à l'école. Malgré cette importance, cet apprentissage pose de nombreuses difficultés aux élèves parmi lesquelles, celles qui sont consécutives au changement de statut de la géométrie, notamment au secondaire. Cette modification est une rupture qui occasionne des nouvelles exigences de production de la preuve selon la forme de la géométrie dans laquelle celle-ci est demandée.

Par ailleurs, l'enseignement de la géométrie, comme celui des autres domaines de formation à l'école, selon les niveaux, est organisé dans les programmes scolaires qui sont des supports fondamentaux d'orientations officiels de l'enseignement. Que disent les programmes scolaires de formation de l'école québécoise au sujet de l'apprentissage de la preuve au secondaire?

## 1.3 La preuve dans les programmes de formation du Québec

Dans cette partie, nous présentons les orientations relatives à l'apprentissage de la preuve dans les nouveaux programmes de formation du secondaire (1$^{er}$ et 2$^{e}$

cycles). Dans un premier temps, nous tâchons de repérer les objectifs qui visent l'apprentissage de la preuve dans les programmes précédents du ministère de l'éducation du Québec de 1993 à 1996 (MEQ, 1993-1996) et par la suite, nous regardons ce qui est présenté dans les nouveaux programmes de formation, en lien avec l'apprentissage de la preuve au premier cycle du secondaire.

### 1.3.1 Bref aperçu de la preuve dans les programmes précédents

Les programmes d'études qui précèdent la réforme actuelle sont inscrits dans une approche par objectifs. Ils sont constitués d'objectifs globaux, généraux, terminaux et intermédiaires. Selon le ministère, « la compréhension de ces objectifs doit être associé au but de l'enseïgnement de la mathématique et aux principes formulés au regard des contextes d'apprentissage » (MEQ, 1993, p. 21).

Les objectifs globaux qui décrivent dans son ensemble la contribution de la mathématique à la formation fondamentale d'une personne demeurent les mêmes pour tous les programmes des cinq années du secondaire. L'objectif rattaché au raisonnement (le même pour tous les programmes) est défini de la manière suivante : Raisonner: « Favoriser chez l'élève l'accroissement de l'habileté à émettre des hypothèses et à les vérifier par une démarche inductive ou déductive » (MEQ, 1993-1996).

À la lecture de ces programmes, nous relevons ce qui suit: Dans les programmes[5] des trois premiers niveaux du secondaire (1$^{er}$, 2$^{e}$ et 3$^{e}$ secondaires), les auteurs ont mis beaucoup plus l'accent sur la justification des affirmations et les déductions simples.

---

[5] Math 116, Math 216 et Math 314.

En quatrième année, tout comme en cinquième année, nous trouvons deux programmes : Math 416 et Math 436 (pour la quatrième année) et Math 516 et Math 536 (pour la cinquième année). Les programmes Math 436 et Math 536 se distinguent respectivement des programmes Math 416 et Math 516 par :

> « La profondeur et l'étendue de la matière étudiée ainsi que la complexité des situations, des problèmes et des applications qu'on propose; ensuite, par l'emploi d'un vocabulaire poussé et d'un système de notation formelle et par l'application d'exigences de rigueur, d'exactitude, de justification et de preuve constantes dans tout développement pertinent » (p. 3).

Nous remarquons (dès l'entrée dans les programmes Math 416 et Math 516), une volonté manifeste des concepteurs des programmes de promouvoir l'apprentissage de la preuve. Dans leur vision des choses, les objectifs (globaux et généraux) et les principes directeurs[6] faciliteraient la mise en place des activités susceptibles de développer cet apprentissage. Les orientations sur l'apprentissage de la preuve sont présentes dans les objectifs terminaux et intermédiaires.

> « Autant sur les solides que sur les figures planes, l'élève résout des problèmes en organisant sa solution, en justifiant les étapes de son raisonnement et en se basant sur les définitions, les théorèmes et sur les propriétés qu'il a étudiées précédemment. En vue d'arriver graduellement à des preuves formelles, l'élève doit s'efforcer de fournir une argumentation juste et rigoureuse dans des démarches structurées » (MEQ, 1996, Math 436, p. 28).

De même, dans les programmes de mathématiques 536, les mots preuve et démonstration reviennent souvent dans les énoncés des objectifs.

---

[6] Les objectifs globaux, l'objectif général et les principes directeurs du programme de mathématiques 436 favorisent le recours aux activités où l'élève aura à chercher des propriétés ou des théorèmes, à les démontrer, puis à les appliquer à la résolution des problèmes. L'élève sera amené à distinguer la conjecture de la conclusion. Le souci constant de la justification au moment de l'analyse de situations géométriques ou de la résolution d'un problème mènera petit à petit l'élève au raisonnement formel et à la démonstration (p. 28).

> « [...] démonstrations et preuves devraient être constamment présentes, autant en algèbre qu'en géométrie. L'élève qui suit ce cours poursuivra probablement des études supérieures; il faut donc lui assurer une préparation appropriée en relevant graduellement le niveau de traitement mathématique » (MEQ, 1997, Math 536, p.16).

Le programme de mathématique 416 n'est pas riche comme celui de mathématique 436. Dans ce niveau d'études, l'initiation aux méthodes déductives se fait à travers les situations géométriques. Les auteurs proposent de maintenir une approche dynamique en géométrie pour habituer « l'élève à établir des preuves relativement simples » (p. 21). Les preuves formelles et les démonstrations ne sont pas sollicitées dans les objectifs généraux et terminaux.

Dans le programme de mathématique 516, la situation est presque similaire à celle du programme de mathématiques 416. Aucun des trois objectifs généraux et des six objectifs intermédiaires ne donne des indications sur l'apprentissage de la preuve ou de la démonstration. Nous remarquons que l'objectif terminal 2-1 libellé comme suit, « Résoudre des problèmes de géométrie », qui se trouve dans le programme de mathématique 536 et qui sollicite ces apprentissages, est absent.

Toutefois, Tanguay (2000) qui a fait une étude approfondie, de ces programmes, résume l'analyse du point de vue de l'apprentissage de la preuve en ces termes:

> « [...] de la vision des concepteurs des programmes, ni la preuve ni le raisonnement déductif ne détiennent l'exclusivité de la formation intellectuelle que l'étude de la mathématique cherche à promouvoir [...] les concepteurs semblent être réfractaires aux longues chaînes déductives complexes, et suggèrent plutôt des problèmes dont la solution ne combine qu'un nombre restreint de résultats apparentés (« îlot déductif ») ».
>
> « C'est avant tout en géométrie que l'apprentissage de la preuve et de la pensée déductive se fait : géométrie synthétique d'abord, puis géométries analytique et vectorielle en fin de secondaire... » (p. 30).

En somme, nous constatons que dans les deux cycles du secondaire, les indications sur l'apprentissage de la preuve n'apparaissent clairement que dans les deux programmes de mathématiques 436 et 536. La démonstration est plus précise en géométrie (dans les objectifs terminaux et intermédiaires) qu'en algèbre.

### 1.3.2 L'analyse du programme de formation en cours

Nous entamons une analyse des programmes de formation de l'école québécoise en cours pour mettre en évidence d'une part, les orientations relatives à l'apprentissage de la preuve et d'autre part, celles qui sous-tendent la progression de cet apprentissage du premier cycle au deuxième cycle du secondaire. Contrairement aux programmes précédents, les nouveaux programmes de formation du premier cycle et du deuxième cycle du secondaire visent « le développement des compétences étroitement liées et de même importance relative » (MELS, 2006, p. 1). Il s'agit de « *Résoudre une situation problème* »; « *Déployer un raisonnement mathématique* » ; « *Communiquer à l'aide du langage mathématique* ». Chaque compétence se développe à travers des composantes (que nous allons définir plus loin) « qui relient les savoirs au processus qui en permettent l'intégration et la mobilisation. C'est de leur combinaison et de leur orchestration qu'émerge la compétence et non de leur juxtaposition » (MEQ, 2004, p. 9). Dans les deux cycles, la compétence « *Déployer un raisonnement mathématique* » constitue « la pierre angulaire de toute activité mathématique » (MELS, 2006, p.1) et, est définie par le ministère comme étant:

> « une activité intellectuelle [...] qui consiste à émettre des conjectures, à critiquer, à justifier ou à infirmer une proposition en faisant appel à un ensemble organisé de savoirs mathématiques [...] » (MELS, 2006, p. 28).

Cette compétence se développe à travers des activités de construction et d'utilisation de concepts. Elle « sollicite en outre les raisonnements propres à chacun des champs mathématiques, ainsi que d'autres types de raisonnements plus généraux[7] » (idem).

**Programme du premier cycle du secondaire**

La version officielle du programme de formation du premier cycle de l'école québécoise parue en 2004 concerne deux années de formation. Les auteurs placent d'emblée le développement de la rigueur et du raisonnement au cœur de l'apprentissage au premier cycle du secondaire à travers la compétence « *Déployer un raisonnement mathématique* ».

> « L'élève évolue entre différents types de raisonnements, notamment l'analogie, l'induction et la déduction, en mobilisant les raisonnements particuliers à chaque champ mathématique » (MEQ, 2004, p. 243).

Il s'agit de poursuivre les pratiques géométriques sur la base des acquis du primaire quitte à les consolider. Nous remarquons que des nouvelles exigences apparaissent et qui nécessitent l'utilisation et la familiarisation des propriétés liées aux figures dans la résolution des activités proposées.

> « L'élève apprend à reconnaître les caractéristiques des figures usuelles, à mettre en évidence leurs propriétés et à effectuer des opérations sur les figures planes à l'aide de transformations géométriques »; «Il se familiarise avec les définitions et les propriétés des figures qu'il utilise pour résoudre des problèmes à l'aide des déductions simples [...] (MEQ, 2004, p. 243).

7 Par raisonnements plus généraux, le MELS entend, le raisonnement inductif qui consiste à généraliser à partir de l'observation des cas; le raisonnement par analogie qui consiste à comparer divers éléments en s'appuyant sur des ressemblances pour tirer des conclusions; le raisonnement déductif constitué d'un enchaînement de propositions qui permet de tirer des conclusions à partir d'énoncés considérés comme vrais. Au deuxième secondaire, le raisonnement déductif englobe entre autres les raisonnements par contradiction et par disjonction des cas; la réfutation d'une conjecture se fait à l'aide d'un contre-exemple qui permet d'invalider la conjecture émise sans statuer sur ce qui est vrai (MELS, 2006, p. 28).

Dans le souci du développement du raisonnement déductif dans ce cycle, les auteurs du programme proposent que l'élève soit initié à certaines règles[8] de base élémentaires de la logique mathématique ainsi qu'a certains énoncés[9] qui doivent l'aider à justifier sa démarche lorsqu'il résout une activité, ou lorsqu'il déploie un raisonnement mathématique dans un contexte géométrique.

> « Afin de l'initier au raisonnement déductif, on lui (l'élève) montre comment déduire des propriétés à l'aide d'un raisonnement rigoureux et, à partir de définitions ou de propriétés déjà établies. Ces propriétés étudiées, sans qu'il les ait démontrées, doivent constituer des conclusions que l'élève est amené à établir à partir d'activités d'exploration qui sollicitent, entre autres, son sens spatial et sa connaissance des propriétés des transformations géométriques » (MEQ, 2004, p. 260).

Ces énoncés montrent à ce niveau, qu'en dépit de la consolidation des acquis du primaire, l'élève doit évoluer dans la pratique géométrique en utilisant une démarche rigoureuse basée sur l'utilisation des définitions ou propriétés déjà établies pour résoudre les activités géométriques. Ce qui présage un changement ou une évolution dans le processus de validation dont les exigences changent:

> « Afin de déterminer une mesure manquante et de justifier les étapes de sa démarche, l'élève s'appuie sur des définitions et des propriétés plutôt que sur le mesurage » (idem).

---

[8] Les quatre règles de la logique mathématique auxquelles fait allusion le ministère se présentent comme suit: « Un énoncé mathématique est soit vrai, soit faux; un contre-exemple suffit pour démontrer qu'une conjecture est fausse; le fait que plusieurs exemples permettent de vérifier un énoncé mathématique ne suffit pas à prouver qu'il est vrai; une constatation ou des mesures à partir d'un dessin ne prouvent pas qu'une conjecture est vraie mais peuvent toutefois servir à en formuler une » (MEQ, 2004, p. 243).

[9] « Les angles opposés par le sommet sont isométriques; si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes internes, alternes externes et correspondants sont respectivement isométriques , La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est de 180°. La mesure d'un angle extérieur d'un triangle est égale à la somme des mesures des angles intérieurs qui ne lui sont pas adjacents (idem, 261).

Il s'agit pour l'élève d'abandonner progressivement les pratiques géométriques liées à l'observation ou à la simple vérification des mesures pour s'engager dans une démarche qui exige plus de rigueur et qui prend appui sur des définitions et des propriétés.

Par ailleurs, la compétence *« Déployer un raisonnement mathématique »* s'organise autour de trois composantes liées entre elles, dont nous donnons un bref aperçu dans le paragraphe qui suit.

**Les composantes de la compétence au premier cycle du secondaire**

Au premier cycle secondaire, les élèves doivent apprendre à déployer le raisonnement mathématique sur la base des composantes ci-après: « *Former et appliquer des réseaux de concepts et de processus mathématiques* », « *Etablir des conjectures* » et « *Réaliser des démonstrations ou des preuves* ». Il est important de relever que ces trois composantes vont ensemble dans la mesure où, établir des conjectures et réaliser les preuves ou des démonstrations nécessitent la formation ou l'application de réseaux de concepts ou de processus.

La première composante « *Former et appliquer des réseaux de concepts et de processus mathématiques* » aide l'élève à dégager des lois, des règles et des propriétés pour les appliquer aux situations qui lui sont soumises et de s'en servir dans le but de justifier des actions et des énoncés. De ce fait, l'élève qui débute le secondaire doit apprendre à construire des réseaux de concepts et de processus mathématiques. La deuxième composante « *Établir des conjectures* » permet à l'élève de s'approprier ou d'énoncer des conjectures adaptées à la situation qui relève de son niveau. Enfin la troisième composante « *Réaliser des démonstrations ou des preuves* » contribue à l'apprentissage de la preuve. À travers cette composante, l'élève doit être capable de faire recours à des contre-exemples pour préciser, réajuster ou réfuter des conjectures. Dans ce qui suit nous présentons les situations d'application en lien avec la compétence en cause dans ce niveau d'étude.

**Les situations d'application au premier cycle du secondaire**

Le développement de la compétence *«Déployer un raisonnement mathématique»* est favorisé par les situations d'apprentissage qui « misent sur la participation active des élèves et le recours au processus de résolution de problèmes » (MEQ, 2004, p. 237). Les situations constituent un moyen qui permet à l'élève d'apprendre et qui favorise son engagement. Les auteurs du programme recommandent une diversité d'activités qui devraient être proposées selon les acquis de chacun des élèves. Il s'agit de les placer dans des situations qui exigent des justifications ou des réponses à des questions comme « Pourquoi ? », « Est-ce toujours vrai ? » ou encore « Qu'arrive t-il lorsque... ? ». Aussi, les auteurs préconisent que les élèves soient confrontés à des activités d'exploration qu'ils supposent être « des expériences riches qui permettent à l'élève de conjecturer, de simuler, d'expérimenter, d'argumenter, de construire ses avoirs et de tirer des conclusions » (MEQ, 2004, p. 237). Nous relevons qu'à ce niveau d'étude, les orientations vont dans le sens d'un début de raisonnement que l'élève déploie à partir de la justification et de l'argumentation.

En conclusion, nous constatons qu'au premier cycle du secondaire, le raisonnement est présent dès l'entrée de jeu dans ce programme. Toutes les règles et énoncés mentionnés dans le programme laissent entrevoir que les concepteurs de ce programme ont la volonté de développer l'apprentissage de la preuve via le raisonnement déductif. Toutefois, à ce stade de formation, les auteurs précisent qu'il s'agit pour les élèves d'être initiés au raisonnement déductif à partir des règles et des énoncés déjà admis. L'élève est dans un processus d'initiation et de familiarisation avec des éléments théoriques qui vont l'aider à établir un raisonnement rigoureux en vue de l'élaboration future des preuves. Il ne s'agit pas encore des déductions rigoureuses. L'articulation entre les propriétés, les données et la conclusion n'est pas encore attendue de l'élève. Il procède par des « déductions simples à partir des définitions et des propriétés » (MEQ, 2004, p. 245).

Cela étant, au premier cycle du secondaire, il est prévu d'une part, une consolidation et un approfondissement des acquis du primaire et d'autre part, une préparation pour que l'élève acquiert des habiletés à produire des preuves sur la base des définitions et des propriétés déjà établies. Il s'agit, pour les concepteurs, de proposer des situations d'apprentissage qui sont riches et qui amènent l'élève à construire ses connaissances, en justifiant, en émettant des conjectures et en dégageant des propriétés à partir desquelles il pourra valider d'autres conjectures pour les utiliser dans la résolution d'autres activités.

Aussi, nous constatons à travers cette analyse que la progression des exigences dans l'apprentissage de la preuve est aussi une volonté des concepteurs des programmes. En effet, selon le processus de l'apprentissage de la preuve établie par les auteurs, l'élève qui commence par la reconnaissance des caractéristiques des figures en mettant en évidence leurs propriétés au premier cycle devrait s'engager à travers ce processus dans une démarche qui le conduit (au deuxième cycle) à l'élaboration des preuves théoriques avec l'appui des éléments théoriques.

## 1.4 Qu'est ce qui justifie le choix de la géométrie pour notre travail?

Notre intérêt pour la géométrie se justifie par plusieurs raisons que nous évaluons importantes. De prime abord, la littérature nous renseigne que la géométrie a longtemps été perçue comme le lieu privilégié pour l'apprentissage de la preuve. Cette perception est, selon nous, certainement liée aux problèmes de mesure du temps et de l'espace auxquels entre autres, les Grecs ont été confrontés au Ve siècle av. J.C. La communauté scientifique reconnaît d'ailleurs le génie remarquable de leurs solutions par la « mathématisation ».

En effet, « les Grecs ont eu recours à l'abstraction afin de tenter d'expliquer le fonctionnement du monde qui les entourait à l'aide des mathématiques » Cyr (2006, p. 59). De cette mathématique abstraite a découlé un raisonnement axé sur une méthode axiomatique permettant d'en arriver à des certitudes sur des affirmations hypothétiques. Le raisonnement choisi par les Grecs pour utiliser ce système axiomatique fut la déduction. Ainsi, la société grecque avait cristallisé le raisonnement déductif en tant qu'outil de réflexion pour convaincre et obtenir des vérités dans un contexte politique caractérisé par la démocratie. C'est dans ce contexte que les Éléments d'Euclide vont apparaître et Euclide sera, à la suite de Platon et d'Aristote, l'un des premiers Grecs à appliquer avec rigueur l'argumentation logique et déductive aux mathématiques, principalement en géométrie.

Au cours de l'histoire, le statut de la démonstration n'a cessé de changer. Au XVII$^{e}$ siècle, « la démonstration n'est pas donnée pour convaincre, elle a pour but d'éclairer » Barbin (1988, p. 601), et au XIXe siècle naît sous le fond de la recherche de la rigueur, un courant dit formaliste, caractérisé par la structuration des mathématiques « à l'aide d'un langage formel et rigoureux qui permet d'éliminer toute ambiguïté afin d'en assurer la cohérence » (Cyr, 2006, p. 71).

En dépit de ce parcours teinté de plusieurs significations de démonstration, il est intéressant de relever que la géométrie demeure un lieu de constitution de savoirs. Ceci montre bien l'intérêt de ce champ d'activité mathématique qu'est la géométrie. Nous relevons toutefois que, de façon traditionnelle, l'initiation au raisonnement déductif et à la preuve a été liée à la géométrie euclidienne sans pour autant en être prisonnière. C'est cette géométrie, nous semble qui mène à la construction de la rationalité et au développement logique.

Dans une perspective de vouloir démontrer en quoi la géométrie euclidienne est un domaine d'apprentissage de la preuve, Tanguay (2000) est arrivé aux conclusions suivantes que nous trouvons essentielles et qui confortent notre choix:

> « Sur plusieurs plans, l'étude de la géométrie permet une évolution progressive de la pensée « concrète » du jeune élève à la pensée « formelle » ou « propositionnelle [...] » (p. 36).

> « [...] cette position intermédiaire entre le « sensible » et le « formel » qu'occupe la géométrie, est d'une part du point de vue psychologique celle d'un passage obligé, car c'est à travers elle que l'enfant structure le contenu primitif et informe de l'espace, via la « mesure », pour accéder au discontinu opératoire et structuré » (idem).

De tout ce qui précède, nous constatons qu'il existe de nombreux liens entre l'apprentissage de la preuve et la géométrie. Ainsi, c'est dans cette vision que nous pensons nous concentrer sur la géométrie. Cela ne signifie pas pour autant que l'apprentissage de la géométrie devrait s'y restreindre.

## 1.5 Synthèse et questions de recherche

La problématique établie dans ce chapitre est celle de l'apprentissage de la preuve chez les élèves du secondaire. L'intérêt que nous accordons à l'enseignement et à l'apprentissage de la preuve nous a amené à montrer son rôle et son importance. Ensuite, à travers différentes recherches en didactique des mathématiques, nous avons observé et relevé les difficultés majeures qu'éprouvent les élèves dans les activités de déduction ou de preuve théorique au secondaire. Parmi ces nombreuses difficultés se trouvent celles qui concernent le changement du statut de la preuve selon que l'on soit en géométrie dite de l'observation ou en géométrie déductive.

De ce fait, comme c'est l'avis d'une large communauté de didacticiens, un apprentissage graduel et progressif est nécessaire pour amener les élèves à passer d'un paradigme géométrique à l'autre (d'une géométrie *pratique* à une géométrie *théorique*). Nous avons pensé restreindre notre recherche à la géométrie de laquelle la preuve est difficilement dissociable, tout en étant consciente qu'elle concerne tous les champs de la mathématique. Il s'agit pour nous de ne pas nous éparpiller.

Par ailleurs, nous savons que les programmes issus de la nouvelle réforme en cours d'implantation accordent non seulement une bonne place à la preuve, comme nous l'avons développé dans la section 1.4.2, mais aussi font la promotion d'un apprentissage qui commence dès le premier cycle du secondaire et se poursuit jusqu'au deuxième cycle.

Dans cette perspective, nous voulons comprendre, à travers les contenus proposés dans les nouveaux manuels scolaires du secondaire, la façon dont le statut de la preuve progresse d'un niveau à un autre. Cette recherche nous permettra de répondre à la question suivante: Comment les exigences de production de la preuve progressent-elles d'un niveau à un autre, à travers les activités proposées dans une nouvelle collection des manuels du secondaire? Pour tenter de répondre à cette question, nous nous posons les questions suivantes:

- Quels types d'activités géométriques sont proposés aux élèves par année d'étude, en lien avec les habiletés préparatoires à la production de la preuve?
- Comment évoluent, d'une année à l'autre, dans les activités géométriques, les exigences qui permettent le développement des habiletés préparatoires à la production de la preuve?
- Comment évolue le statut du dessin à travers les contenus proposés dans les manuels d'un niveau à l'autre?

# CHAPITRE II

# CADRE THÉORIQUE

Dans ce chapitre, nous présentons les bases théoriques de notre recherche. À travers celles-ci, nous analysons l'évolution des exigences de production de la preuve dans les activités géométriques (exercices et problèmes) proposées dans les manuels scolaires en cours d'utilisation. Tel que mentionné dans le chapitre précédent, ces exigences se précisent selon le statut de la géométrie en jeu dans les activités proposées dans les manuels. Nous nous attardons à étudier les différentes géométries qui sont apprises au secondaire. La description des types de géométrie nous permet de comprendre les éléments qui interviennent dans la production de la preuve (selon la géométrie mise en jeu). Cette démarche éclaire également quant à l'esprit dans lequel les activités géométriques (exercices et problèmes) proposées dans les manuels sont conçues en lien avec la production de la preuve.

Pour ce faire, nous nous appuyons sur la théorie des paradigmes géométriques (Houdement et Kuzniak, 2000, 2006) en développant les aspects que nous jugeons pertinents pour notre recherche. Ensuite, en lien avec l'évolution de la preuve, nous nous référons aux travaux de (Rouche, 1989) afin d'identifier des critères qui permettent de catégoriser certains types de preuve. Nous ferons également référence à la grille de Tanguay (2000) qui se rapporte aux différents exercices et problèmes géométriques proposés dans une collection utilisée au secondaire. Nous terminons par une synthèse qui précisera les éléments pertinents que nous retenons pour l'élaboration de notre cadre d'analyse.

## 2.1 Les types de géométrie

### 2.1.1 Trois modes d'accès à la connaissance

Pour distinguer les types de géométrie enseignés au secondaire, nous nous appuyons sur la théorie des paradigmes géométriques élaborée par Houdement et Kuzniak (2000, 2006). Ce cadre propose des axes d'analyses épistémologiques et didactiques pour étudier les rapports entre géométrie et réalité, la géométrie est perçue comme modèle de l'espace. S'appuyant sur les travaux de Fischbein, (1987) Houdement et Kuzniak (2000) analysent la pensée inhérente à chaque paradigme selon trois modes d'accès à la connaissance: l'intuition, l'expérience et la déduction.

**L'intuition**

Concernant l'intuition, les deux auteurs à la suite de Fischbein (1987) considèrent que :

> « L'intuition fournit au sujet une sorte de théorie première basée sur un lot d'évidences, qui gomme les incertitudes et qui permet au sujet de structurer une situation en un tout complet, cohérent qu'il utilise comme socle pour son raisonnement. Cette structuration des faits par l'intuition implique en particulier qu'elle ne se confond pas avec la perception, même si les premières intuitions géométriques sont généralement perceptives » (Houdement et Kuzniak, 2006, p. 179).

**L'expérience**

À l'opposé de l'intuition, Houdement et Kuzniak (2006) mentionnent que l'expérience n'est pas immédiate. Elle nécessite une action physique ou mentale pour justifier ou valider une proposition. En effet, la nature de l'expérience géométrique dépend des objets sur lesquels elle exerce:

> « Si l'affirmation "par deux points distincts passe une seule droite" est une propriété presque toujours intuitive, il n'en est pas de même de la « somme des angles intérieurs d'un triangle est un angle plat » (Houdement et Kuzniak, 2000, p. 95).

Toutefois, il existe une relation réciproque en ce sens que l'expérience nourrit l'intuition et l'intuition structure l'expérience comme nous l'illustrons dans le schéma suivant :

Nourrit

Expérience → Intuition

Expérience ← Intuition

**Structure**

Pour justifier, par exemple, que la somme des angles intérieurs d'un triangle est un angle plat, l'élève vérifie matériellement à l'aide d'un rapporteur les mesures des trois angles du triangle en les additionnant. Autrement, il procède par découpage en rapprochant les gabarits des trois angles. Dans les deux cas, l'élève mène une expérience qui s'organise à partir de son intuition. Mais en même temps, cette intuition s'enrichit par l'expérience qui se réalise.

## La déduction

La déduction, dans l'approche de Houdement et Kuzniak, s'appuie sur le raisonnement qui se fait soit en GI ou soit en GII. En suivant Eléron (1977), les auteurs considèrent que la déduction consiste à tirer les connaissances nouvelles comme conséquences d'autres, sans une nouvelle expérience, ni à une autre source extérieure (Houdement et Kuzniak, 2006). Fondée sur le raisonnement, la déduction permet de réorganiser les apports de l'expérience. Selon la géométrie en jeu, la déduction peut être une démonstration fondée sur une axiomatique de base dont la source est le raisonnement déductif. Cette déduction est celle qui se fait en GII. Autrement, la déduction peut se baser sur des constructions dont la source est le raisonnement constructif. Aussi, l'élève peut faire des déductions à partir d'une certaine évidence déduite de ses observations.

### 2.1.2 Trois paradigmes pour organiser la géométrie

À la suite de toutes ces clarifications, les auteurs, s'inspirant en partie sur Gonseth (1946), attestent que la géométrie peut s'organiser selon trois paradigmes: Géométrie naturelle (Géométrie I); Géométrie axiomatique naturelle (Géométrie II); Géométrie axiomatique formaliste (Géométrie III). Ils remarquent que les trois paradigmes diffèrent selon les institutions et se définissent chacun par des objets, des méthodes et des problèmes. Aussi, chacun des paradigmes constitue une forme élaborée de géométrie et peut par conséquent définir un cadre géométrique spécifique (Kuzniak, 2006). Nous expliquons sommairement les trois paradigmes. Nous ne prenons pas en compte la géométrie axiomatique formaliste (GIII) dans cette étude. Elle est peu convoquée au secondaire. Nous nous concentrons sur les géométries I et II.

**La « géométrie naturelle[10] (GI) » (confusion entre la géométrie et la réalité)**

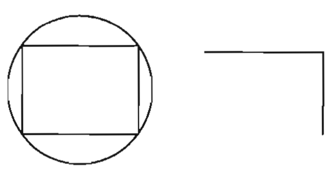
Les objets d'études dans cette géométrie sont des objets matériels et proches de la réalité (tracés graphiques sur le papier, maquettes d'objets de l'environnement, les traces virtuelles sur l'écran d'ordinateur, etc.). Les problèmes de cette géométrie s'intéressent à des traces spatio-graphiques ou des maquettes qui peuvent être données dès le départ ou qui nécessitent d'être construits. Dans cette géométrie, la pensée sélectionne pour s'exercer certains aspects des objets matériels et peut les traduire en figures simples par exemple, le carré, le cercle, etc. Dans ce sens, la géométrie I correspond déjà à un effort d'abstraction du réel. Les techniques

[10] Pour les auteurs, comprendre « naturelle » dans le sens de la modélisation des objets réels plus grands ou plus complexes pour les représenter dans un espace plus petit et propice à des contrôles. Il s'agit des objets commodes pour la reproduction et la description.

s'appuient sur l'utilisation des instruments usuels de la géométrie (règle graduée ou non, équerre, compas, rapporteur) mais aussi sur le pliage, le découpage, le calque, etc.

Les modes d'accès aux connaissances font appel à l'intuition, comme la reconnaissance perceptive de certains dessins *« c'est un carré je le vois »*, à l'expérience qui entre autres, est liée à des instruments : « *c'est un carré, il a quatre angle droits constatés avec l'équerre et quatre côtés de même longueur vérifiés avec la règle graduée ou le compas* » mais aussi au raisonnement qui permet à l'élève de « mobiliser des connaissances non convoquées pour en déduire des nouvelles » (Houdement, 2007, p. 73).

Par exemple, dans l'exercice ci-dessous, l'élève qui réussi à reproduire la figure initiale a probablement testé et validé l'hypothèse du centre du cercle comme point de rencontre des diagonales du carré ou a construit cette connaissance au fil du raisonnement.



« *Voici une figure composée d'un carré et d'un cercle. Vous devez la reproduire, la figure est déjà commencée : deux côtés du carré sont déjà tracés* » (Houdement, 2007, p. 74)

La déduction s'appuie sur un raisonnement qui s'exerce en priorité sur des objets matériels, à l'aide de la perception et de la manipulation d'instruments en mettant en œuvre d'expériences mécaniques réelles, comme le pliage, le découpage, etc. Il ne s'agit pas de démontrer des choses évidentes à travers la pensée. De ce point de vue, cette géométrie est celle du traité de Clairaut dans sa première partie puisque la déduction dans ce cas peut être liée à une expérience mécanique (Houdement, 2009). Elle n'est pas une géométrie euclidienne. Ainsi, dans cette géométrie :

> « L'expérience usuelle est le dessin instrumenté et le mesurage est la technique licite et courante » (Houdement, 2007, p. 73).
>
> « La construction et la perception sont au cœur d'une géométrie naturelle de type expérimental. Le raisonnement que privilégie cette approche est plutôt de type constructif, qui est fréquent dans la résolution de problèmes » (Houdement et Kuzniak, 1998-1999, p. 71).

Tout en offrant une place licite au mesurage, la géométrie 1 a besoin d'une fonction visuelle (regard) qui demeure en activité.

En somme, en géométrie I, la démarche de résolution est pratique et la validation se fait au moyen de la perception et des instruments. La géométrie I a pour source de validation la réalité, le sensible.

**La « géométrie axiomatique naturelle » ou GII (géométrie comme schéma de la réalité)**

Elle est fonction de la place de la réalité et du rôle joué par l'expérience dans le choix des axiomes. Dans cette géométrie, les objets d'études sont des objets *idéels* (définitions, axiomes et théorèmes, etc.). Compte tenu de la nature des objets d'études, « les problèmes devraient être tous uniquement textuels » (Houdement, 2007, p. 74). La géométrie II s'est en effet constituée pour organiser les connaissances géométriques issues de problèmes spatiaux (Houdement, 2009).

Le mode de production des connaissances pris en compte (privilégié) est le raisonnement hypothético-déductif. L'intuition n'est plus immédiate. Pour connaître une figure, il suffit de décrire ses propriétés. L'expérience est mentale et virtuelle car elle « n'est plus effectivement réalisée, mais elle est plutôt une image de l'expérience éventuellement réalisable » (Houdement, 2006, p. 98). Le raisonnement déductif se fait sur la base de lois hypothético-déductives dans un système axiomatique non formel où les axiomes et la syntaxe se fondent sur la réalité. C'est ce qui justifie le qualificatif de « naturelle ». La Géométrie II s'appuie sur une axiomatisation partielle, voire des îlots d'axiomatisation.

Finalement, en géométrie II, la démarche de résolution s'appuie sur des objets et des savoirs géométriques. Ensuite, les objets d'études « sont représentés par des schémas à la texture identique au dessin de la géométrie I, mais sur lesquels le regard (la théorie, le paradigme) doit changer » (Houdement, 2007, p.74). Aussi, « les axiomes proposées dans la géométrie euclidienne prototype de la géométrie II sont fortement appuyés sur les objets de la géométrie I conservant ainsi un lien fort avec l'espace sensible » (idem). La compréhension de cette géométrie nécessite de la part de l'élève une prise de conscience de la rupture avec le mode de production ou de validation des connaissances.

**La « géométrie axiomatique formelle » ou GIII (indépendance de la géométrie et de la réalité)**

La géométrie III est très peu convoquée dans l'enseignement de la géométrie au secondaire (Houdement, 2007, 2009). Les objets d'études ne sont définis que par la théorie dans laquelle ils s'insèrent. Le raisonnement hypothético-déductif est le moteur et la source des nouvelles connaissances. Contrairement à la géométrie II, les axiomes de base ont coupé le cordon avec la réalité et l'axiomatisation vise à être complète.

En définitive, nous constatons que les trois modes de connaissances (l'intuition, l'expérience et la déduction) sont « constitutifs de la pensée géométrique, elles se développent différemment dans chaque paradigme » (Houdement et Kuzniak, 2006, p. 180). Le tableau ci-après résume les caractéristiques des trois modes de pensée où modes d'accès à la connaissance suivant les paradigmes géométriques GI et GII.

**Tableau 2.1** Éléments caractéristiques des paradigmes GI et GII

| | **Géométrie Naturelle (GI)** | **Géométrie Naturelle axiomatique (GII)** |
|---|---|---|
| Statut du dessin | Objet géométrique étudié | Représentation d'un objet géométrique théorique |
| Nature de l'objet géométrique étudié | Dessin (réalité spatio-graphique) | Objet géométrique théorique défini par une formulation discursive |
| Type de validation | Essentiellement perceptif et constructif | Uniquement hypothético-déductif |
| Outils de validation | Règle (graduée ou non), équerre, compas, papier calque, papier quadrillé | Règles de la logique et théorèmes de la géométrie euclidienne |
| Nature des expériences | Effectives (le plus souvent) | Mentales, virtuelles |
| Constructions | Réalisation effective (physique matérielle) d'un tracé | Algorithmes d'obtention d'un objet sous contraintes fixées |
| Instruments de construction | Règle (graduée ou non) équerre, compas, papier calque, papier quadrillé | Objets et théorèmes de la géométrie euclidienne (en particulier droites et cercles) |
| Définitions | Basées sur la perception et l'exclusion, par opposition | Basées sur les propriétés géométriques et l'inclusion, par caractérisation |

Les deux paradigmes GI et GII présentent chacun une cohérence propre. Bien que la validation dans le paradigme GII privilégie les lois hypothético-déductives, il n'en demeure pas moins que le lien avec le paradigme GI existe encore. Étant donné que notre recherche se focalise sur la géometrie I et la géométrie II, nous trouvons intéressant d'observer le rapport qui peut exister entre ces deux types de géométrie.

### 2.1.3 Rapport entre GI et GII

Le paradigme n'est jamais donné, il est à inférer des énoncés liés au paradigme licite (Houdement, 2009; Kuzniak, 2006). Or, si l'expert sait toujours de quel paradigme relève chaque étape de travail géométrique et adapte sa réponse au paradigme choisi comme horizon par l'institution, ce n'est pas le cas d'un apprenant. En effet, pour celui-ci de réelles confusions existent dans certains exercices relativement à l'interprétation de l'objet dessin dont la fonction dans la production de la réponse n'est toujours pas la même. Pendant qu'un élève peut y voir un mode de production de réponse, le professeur voit le dessin comme une aide heuristique. Au-delà de cette confusion plausible, la résolution d'un problème qui s'appui sur une figure consiste en une succession d'allers et retours souvent implicites entre la géométrie I (GI) et la géométrie II (GII) (Parzysz, 2007). Par exemple, lors d'une modélisation d'un problème concret, on passe de GI vers GII, puis on peut _ *vérifier* _ sur un dessin une conclusion théorique, et dans ce cas, on passe de GII vers GI. Pour éviter les confusions, et permettre une meilleure gestion du rapport GI et GII, Houdement et Kuzniak (2006) ont introduit la notion de l'espace de travail géométrique (ETG) que nous expliquons dans la section suivante.

### 2.1.4 Espace de travail géométrique

Il s'agit d'un environnement organisé au départ par ou pour un géomètre de façon à articuler convenablement les trois composantes suivantes : un ensemble d'objets matérialisés de l'espace local et réel, un ensemble d'artéfacts, (outils et instruments) mis au service du géomètre et un référentiel théorique. La précision de diverses composantes se fait en lien avec la nature de la géométrie mise en jeu. Le paradigme sert comme référence pour interpréter le contenu des composantes.

> « Le fait que la nature des composantes dépende du paradigme de référence conduit à envisager l'existence d'espaces de travail spécifiques associés à

chaque paradigme, nous parlerons alors d'espace de travail géométrique de référence » (Houdement et Kuzniak, 2006, p. 185).

Le premier composant de l'ETG est l'ensemble des objets géométriques qui sont un constituant essentiel de l'espace de travail géométrique. Les différents points de vue sur la nature de ces objets dépendent du modèle théorique qui les définit. En géométrie I, les objets d'études sont les dessins ou les maquettes sur lesquels la visualisation s'exerce. En géométrie II, les objets d'études sont les points, les droites, les plans et autres sous parties de l'espace (les figures et les configurations). L'espace support sur lequel se trouvent les objets d'études pour chacun des paradigmes est un espace local et réel.

Le deuxième composant de l'ETG qui est l'ensemble des artéfacts est pris au sens de Rabarel :

> « En géométrie, ces choses sont notamment les outils et les instruments tels que règle, équerre, mais aussi pliage... Rabardel précise qu'un instrument est un artefact pris en main par un individu grâce à des schèmes d'action » (ibidem, p. 186).

Les artefacts sont une composante déterminante dans l'espace de travail. Pour les élèves, ces artefacts constituent la face la plus visible et la plus prégnante. Deux sortes d'artéfacts cohabitent dans la géométrie enseignée : D'une part, les instruments géométriques usuels (règle graduée ou non, équerre, compas) ou moins usuels (calque, ficelle, gabarits....) et d'autre part, des instruments intellectuels, notamment les règles théoriques qui régissent le fonctionnement du système hypothético-déductif. Selon Houdement (2009).

> « Les seconds concourent à la preuve en Géométrie II, ce sont en effet les seuls instruments licites de la validation en Géométrie II. Les premiers concourent à la preuve en Géométrie I (ils aident à clore le problème), nourrissent l'heuristique en Géométrie II » (p. 443).

Enfin, le troisième composant, qui concerne le référentiel théorique, précise la nature des objets et des artéfacts à partir des définitions et des relations entre ces objets. Ainsi, la géométrie II a émergé d'une organisation théorique des relations entre des modélisations de différents objets spatiaux. La géométrie I est détachée de tout modèle théorique dans son usage élémentaire.

En définitive, la géométrie au secondaire s'organise autour de deux paradigmes géométriques d'horizons différents : la géométrie I ou géométrie naturelle (GI) et la géométrie II ou géométrie naturelle axiomatique (GII). Ces deux paradigmes sont caractérisés par trois modes d'accès à la connaissance : l'intuition, l'expérience et la déduction. Le moyen d'appréhension du sens en GI est empirique. Il est basé sur l'intuition et l'expérience. En GII, le moyen d'appréhension du sens est théorique puisqu'il est privilégié dans ce paradigme le raisonnement déductif. Si en géométrie I, le dessin est un objet d'étude et une source de validation dans l'espace intuitif et physique, en géométrie II, ou l'espace devient physico- géométrique, le dessin est un support de raisonnement, il devient donc une figure géométrique. Nous notons dans ce cas que, le statut des représentations géométriques évolue de la géométrie I vers la géométrie II. Les divers rôles du dessin dans chacun des géométries illustrent bien l'évolution de l'objet dessin que Tall (1995) considère de cruciale dans le passage de la pensée mathématique élémentaire à la pensée mathématique avancée. Cette évolution suppose un changement de lecture ou d'interprétation des propriétés du dessin qui devient une figure géométrique dans laquelle les propriétés constituent des éléments fondamentaux pour la production de la preuve. Une autre conséquence est que la validation, qui en géométrie I se fait sur la base de ce que l'élève perçoit physiquement, doit désormais se faire sur la base théorique en géométrie II exigeant ainsi une attitude de détachement, puisque ce sont les propriétés qui deviennent licites c'est-à-dire qui sont utilisées dans ce paradigme.

Par ailleurs, la notion de la figure comme le précise Parzysz (2007) joue un rôle incontournable dans la géométrie au secondaire mais aussi dans les deux paradigmes ci haut distingués. Dans la section suivante, nous apportons quelques éléments qui caractérisent la notion de la figure et ceux qui la distingue du dessin.

## 2.2 Distinction entre dessin figure

La distinction entre dessin et figure est, et demeure, une préoccupation de plusieurs travaux en didactiques des mathématiques. En effet, le dessin et la figure en géométrie relèvent chacun des statuts cognitifs propres. Par les premiers usages que chacun en fait, le dessin a pour but de représenter une réalité de façon figurative.

En géométrie au secondaire, on aborde les figures géométriques par leurs définitions et par leurs propriétés. Une figure géométrique est de nature conceptuelle (Fischben, 1993). Pour cet auteur, « un carré n'est pas une image dessinée sur une feuille de papier. C'est une forme contrôlée par sa définition (même si elle peut être inspirée par un objet réel) » (idem). Dans ce sens, les figures géométriques sont appelées des objets mathématiques qui possèdent des propriétés. Pour certains chercheurs, le dessin est une matérialisation de la figure sur une feuille de papier, dans le sable ou l'écran d'un ordinateur (Arsac, 1989; Laborde, 1998). Pour distinguer le dessin de la figure, Arsac (1989) oppose le _monde sensible_ au _monde géométrique_ Il désigne la figure comme étant « l'objet mathématique dont le dessin n'est qu'une représentation [...]. Ainsi, la figure est un élément du _monde mathématique _ et non du monde sensible.

Dans le même ordre d'idées, Parzysz (1989) considère la figure géométrique comme étant « l'objet géométrique (décrit par le texte qui la définit, une idée, une création de l'esprit) » et le dessin « pour une représentation graphique de cette figure ». Laborde et Capponi (1994) reprennent la distinction de Parzysz (1989) en utilisant la triade « *référent, signifiant, signifié* ». Selon ces deux auteurs, le dessin, puisqu'il est une matérialisation de la figure sur un support (papier, sable ou écran d'un ordinateur), peut être considéré comme un *signifiant* (parmi plusieurs représentations possibles) d'un *référent* théorique (concept géométrique, objet de pensée). Dans ce contexte, le *signifié* représente les rapports construits par un sujet entre le dessin et son *référent* c'est-à-dire, l'interprétation que fait le sujet du dessin qui peut varier en fonction du contexte, des connaissances du sujet, de la théorie que le sujet utilise (Tanguay, 2010). Pour Laborde et Capponi (1994), ce signifié correspond à ce que Fischbein (1993) appelle « *figural concept* ».

Ces définitions font apparaitre d'une part un objet géométrique (la figure) dont les propriétés peuvent être énoncées et sur lequel un raisonnement peut se faire et d'autre part des représentations graphiques (dessins) de cet objet géométrique. Il va de soi que ces représentations graphiques sont réducteurs et ne peuvent que partiellement rendre compte des propriétés de l'objet géométrique, soit parce que certaines relations entre les propriétés ne sont pas visibles directement, soit parce qu'elles sont ambigües. Il est possible cependant de rattacher à la représentation graphique, c'est-à-dire au dessin, un domaine de fonctionnement (ensemble de propriétés géométriques représentées par certaines propriétés spatiales du dessin inversement, toutes les propriétés spatiales du dessin ne sont pas propres à la figure. Il apparait en définitive, qu'au regard du rôle que peut jouer le dessin dans l'apprentissage de la géométrie au secondaire, un travail sur le rapport de l'élève à la notion de figure est essentiel. Il va de soi que notre recherche sur l'évolution des exigences de la production de la preuve à travers les activités géométriques (exercices et problèmes) contenues dans les manuels considère le dessin vs la figure comme un aspect à interroger.

La théorie des paradigmes nous a permis de décrire les types de géométrie et les modes d'accès à la connaissance selon chaque paradigme. Cependant, cette théorie n'est pas suffisante pour déterminer tous les critères susceptibles de nous permettre d'observer l'évolution de la preuve. À cet effet, les travaux de Rouche

(1989) offre un éventail de critères supplémentaires qui nous permettent de classifier davantage les activités proposées dans les manuels à l'étude.

## 2.3 Évolution de la preuve

Dans ses travaux, Rouche (1989) met en évidence différentes circonstances de production de preuve en partant des preuves produites par induction, jusqu'à celles qui relèvent des mathématiques constituées en passant par les preuves qui relèvent de la pensée discursive. Cet auteur décrit « les différentes façons de prouver partant des propriétés géométriques élémentaires aux théorèmes les plus abstraits » (p. 9). Nous décrivons les preuves produites par induction et celles qui relèvent de la pensée discursive qui pourraient correspondre aux apprentissages qui se font en géométrie dans les deux premières années du secondaire.

### Source des inductions

Les inductions sont des inférences du particulier au général. Rouche (1989) distingue des inductions dans le cas des intuitions sûres ou hasardeuses et des inductions vraies ou fausses. Ces inductions sont des cas de pensée mathématique immédiate que peut avoir un élève pour prouver. Rouche les qualifie de jugements d'une seule venue qui peuvent provenir d'un constat qui se fait sur une ou quelques figures à un ensemble infini de figures.

Les inductions dans le cas des intuitions sûres, tirent leur évidence à partir des relations supposées faciles à percevoir par l'élève dans une figure particulière, mais aussi sur un ensemble des cas de figures que l'imagination peut maîtriser.

Exemple : *La médiatrice d'un segment (c'est-à-dire la droite perpendiculaire au segment en son milieu) est le lieu des points équidistants de ses extrémités et réciproquement* ». (Rouche, 1989, p. 13)

En effet, lorsqu'un élève réalise qu'à partir de la figure 1 ci-dessous que la médiatrice d'un segment (c'est-à-dire la droite perpendiculaire au segment en son milieu) est le lieu des points équidistants de ses extrémités, il réalise selon Rouche un jugement d'une « seule venue ». Cela suppose aussi que « l'imagination de l'élève embrasse d'un seul mouvement toutes les autres figures qui pourraient être faites en partant d'autres points de la médiatrice » (p. 14) (figure 2) et que dans ce parcours, « la pensée peut potentiellement accéder à toutes les figures » (idem). La propriété énoncée par l'élève est rendue évidente par sa symétrie.

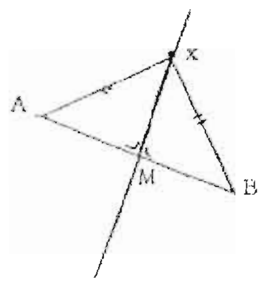



**Figure 2.1** Médiatrice d'un segment

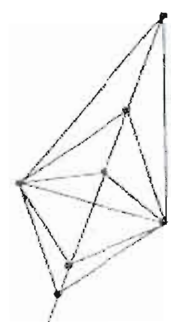


**Figure 2.2** le lieu des points équidistants des extrémités d'un segment

Dans l'exemple ci-dessus, l'élève apprécie des égalités des segments et d'angles). Dans ce cas, une double condition doit être remplie pour considérer « qu'une proposition soit vécue comme évidente »:

a)« Qu'on en discerne à vue la réalisation sur un cas particulier »;
b) « Que la pensée s'engage sans accroc dans l'imagination de tous les cas possibles » (Rouche, 1989, p. 15).

Les inductions dans le cas des intuitions hasardeuses s'expliquent dans des exemples qui ne remplissent plus les conditions a) et b) mentionnées ci-dessus.

Exemple : « *Pour construire un carré d'aire double, d'un carré donné, il suffit de doubler la longueur du côté de celui-ci* » (Rouche, 1989, p. 15).

Si on double la longueur du côté du carré, l'aire du carré construit ne va pas doubler, mais plutôt, elle va quadruplet. Le résultat ne satisfait plus à une évidence immédiate. En effet, la condition a) peut être vérifiée, mais l'évidence correspondante est fausse. Aussi, la condition b) peut être également vérifiée, car le sentiment d'évidence peut s'étendre facilement à toutes les figures possibles, mais ce qui favorise ce sentiment d'évidence est une erreur et non une vérité.

Les inductions fausses ne portent que sur un objet et conduisent à un très grand degré d'évidence. Ils contredisent des propositions qui sont supposées être vraies. Parmi ces inductions, on trouve des contre-exemples qui sont « sources de contradictions fort utiles pour stimuler la réflexion mathématique et exhiber l'exigence de démontrer » (Rouche, 1989, p. 17).

**La pensée discursive**

À l'instar des preuves qui se reposent sur des jugements d'une seule venue, celles qui impliquent la pensée discursive, nécessitent le recours « à des évidences partielles » qu'il faut par conséquent « enchainer dans un ordre propre à amener l'évidence de la proposition annoncée » (Rouche, 1989, p. 21). C'est le cas des preuves suivantes :

« *La somme des angles d'un triangle est un angle plat* » (p. 18)

« *On peut paver le plan avec des copies isométriques de n'importe quel quadrilatère* » (p. 19);

« *Pour construire un carré d'aire double d'un carré donné, il suffit de prendre pour côté du carré à construire la diagonale du carré donné* » (p. 20);

« *Si un angle droit projeté orthogonalement sur un plan a pour image un angle droit, un de ses côtés au moins est parallèle au plan de projection* » (p. 20).

« *La somme des angles d'un polygone convexe à n côtés vaut (n-2) p* » (p. 19) (cf. figure ci-dessous).

À la suite de Lalande, Rouche considère « qu'une pensée est *discursive* quand elle atteint le but où elle tend par une série d'opérations partielles intermédiaires » (p. 18).

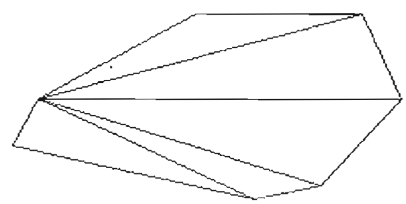


Figure 2.3 la somme des angles d'un polygone convexe à n côtés

Pour démontrer que la somme des angles d'un polygone convexe vaut (n-2)p, on peut décomposer un polygone de ce genre en n-2 triangles (n étant le nombre du côté du polygone) comme l'illustre la figure ci dessus. Ce résultat découle de la proposition: « *la somme des angles d'un triangle est un angle plat* ». Cette évidence partielle est nécessaire pour arriver au résultat demandé.

L'enchainement des évidences montre la structure, les relations entre les parties de la figure disséquée, souvent complétée et qui se trouve « ainsi saisie sur un mode qui se rapproche du mode conceptuel » (Rouche, 1989, p. 21). Pour que cela se vérifie il faut que la condition a) ne soit pas réalisée, ce qui veut dire aussi que l'évidence globale n'apparaît pas sur un cas particulier. Rouche ajoute que si la condition b) n'est pas non plus réalisée, donc, si l'ensemble des figures concernées deviennent inaccessible à l'imagination,

> « Cet ensemble ne sera plus saisi dans son extension, ce qui rend absolument nécessaire de le saisir en compréhension, c'est-à-dire par des propriétés qui le caractérisent et donc à nouveau sur le mode conceptuel » (p. 21-22).

Pour Rouche (1989), l'examen des preuves, que nous venons de décrire, ne mobilise que des notions (objets mentaux au sens de H. Freudenthal) et non des concepts explicitement définis à l'aide des mots et des symboles. Ces notions ont toutefois pris quelques distances quoique timide par rapport au quotidien. Les figures utilisées sont du type familier.

Enfin, Rouche considère que les preuves mentionnées ci-dessus sont sûres, précises et rigoureuses,

> « Dans la mesure où les notions évoquées sont claires et où leur usage dans les démonstrations est dépourvu d'ambiguïté, (...) dans la mesure où les évidences empiriques invoquées comme arguments sont sûres et univoques elles aussi, dans la mesure enfin où les énoncés ne comportent pas d'incertitude sur ce qui est donné et ce qui est cherché » (p. 24).

Ensuite,

> « si toutes les choses sont claires, quoique souvent implicites, elles contraignent l'esprit, qui ne peut prendre avec elles aucune liberté». (Idem)

Ainsi,

> « les évidences immédiates issues de la considération d'une figure pouvaient être considérées comme des inductions du fait de leur extension à la famille infinie des figures parentes. Le passage des preuves discursives n'a pas pour effet d'enfermer l'esprit dans un univers de déductions pures. Les preuves procédant par enchainement d'évidences partielles portent toujours sur l'infinité des figures possibles répondant à l'énoncé, et la connaissance qu'elles étendent du particulier au général, de la figure dessinée à toutes les figures imaginables, est d'autant plus significative et profonde que ces figures sont devenues difficilement imaginables » (p. 24-25).

Dans ce qui suit, nous portons un regard sur une catégorie « *Application directe* » définie par Tanguay (2000).

## 2.4 Application directe

Tanguay (2000) dans son étude sur l'analyse des problèmes de géométrie et sur l'apprentissage de la preuve, dans une collection du secondaire au Québec, a développé et mis à l'épreuve une grille d'analyse. À partir de cette grille, l'auteur a établi entre autre une classification des problèmes et exercices de géométrie synthétique de la collection étudiée.

> En effet, cet auteur a pu distinguer six types de preuve que la résolution d'un problème donné sollicite a priori chez l'élève, en lien avec son niveau scolaire. Cette distinction prend effectivement appui sur la source de validation qui peut être le sensible, l'argumentation raisonnée articulée sur le sensible et le raisonnement logico-déductif. De cette distinction qui a l'avantage, selon l'auteur, de permettre l'évaluation des problèmes de géométrie selon des critères plus stables, pour un niveau scolaire donné, découlent six catégories (Jugement d'une seule venue, Induction empirique, Expérience mentale, Argument empirico-déductif, Déduction locale et Enchaînement déductif) constitutives de la grille d'analyse. À ces six catégories, l'auteur ajoute une septième la catégorie A, qu'il dénomme « *Application directe* » dans laquelle il classifie les problèmes et exercices pour lesquels l'élève applique directement une définition, un résultat, un algorithme sans rien validé. Dans ce cas, l'énoncé est une directive et non une question.

Ainsi, l'application directe constitue une catégorie à part entière dans cette grille d'analyse qui au final est constituée de sept catégories [11].

Finalement, la grille d'analyse développée dans cette étude nous informe sur la nature des problèmes et exercices qui sont susceptibles d'être proposés en géométrie dans une collection du secondaire au Québec parmi lesquels ceux qui relèvent de la catégorie « *Application directe* ». Nous estimons que cette grille est un outil qui va nourrir, à travers la catégorie A, notre cadre d'analyse.

## 2.5 Synthèse

Le propos de notre cadre théorique a été de caractériser les exigences qui concourent à la production de la preuve en géométrie au secondaire. Il est apparu premièrement que les deux paradigmes GI et GII, qui organisent la géométrie dans les trois premières années du début du secondaire, se distinguent à travers des caractéristiques particulières et prioritaires parmi lesquels les modes de pensée ou modes d'accès aux connaissances. Ce sont : *l'intuition, l'expérience et la déduction*. Ils constituent à notre avis des observables possibles sur la géométrie telle qu'elle est organisée à l'école mais aussi sur la nature des exigences de production de preuve selon le type de géométrie en jeu. Nous ne reprenons plus l'étude de ces trois modes d'accès aux connaissances ici. Cependant, nous notons que leur articulation est au centre de la connaissance tant en GI qu'en GII. En effet, dans l'approche paradigmatique, l'intuition et l'expérience constituent deux moyens d'appréhension du « *sens* » dans la résolution des activités en GI dans la mesure où sont privilégiés dans ce paradigme, la perception et les instruments usuels (règles graduées ou non, équerre, compas, etc., ainsi que les pliages, les découpages, etc. En GII par contre, le moyen d'appréhension du « sens » est théorique et il prend appui particulièrement sur

[11] Pour plus d'informations la grille d'analyse de Tanguay (2000), se référer à son étude sur l'analyse du développement de la notion de preuve dans une collection du secondaire. Mémoire de Maîtrise en Didactique des Mathématiques, Montréal, Université du Québec à Montréal

le raisonnement déductif. De ce point de vue, notre démarche consistera à établir, pour chaque activité géométrique proposée dans les manuels un lien avec les différents modes de pensée qui permettent l'accès aux connaissances dans chacun des paradigmes géométriques.

Par ailleurs, l'un des trois modes d'accès aux connaissances notamment l'intuition, de par ses appréhensions multiples et parfois délicates, mérite que l'on s'y attarde. En effet, l'intuition est un terme dans son acceptation générale qui signifie : « connaissance immédiate ou comme le décrit Bruner; l'intuition implique l'acte de saisir (of grasping) le sens, la signification, la structure d'un problème sans recourir explicitement à l'appareil analytique du savoir faire de quelqu'un » (Fischben et al. 1971). Bon nombre de chercheurs en didactique des mathématiques, s'appuyant sur les travaux[12] de Fischbein (1987) reconnaissent que sur le plan opératoire, l'intuition structure la pensée en terme d'évidence. Celle-ci est basée soit sur des connaissances construites par l'individu caractérisées par l'immédiateté (perception immédiate), l'éloignant ainsi des incertitudes et constituant un socle pour son raisonnement, soit sur des connaissances antérieures de l'objet où de la forme. Cependant, l'évidence peut conduire l'individu à des erreurs dans ce sens qu'elle peut se bâtir sur une cohérence artificielle. Il est important de souligner que le lien entre l'intuition avec l'expérience est extrêmement important.

Aussi, l'intuition varie selon les individus et dans le temps c'est à dire au fur et à mesure de l'évolution de l'apprentissage de la preuve, d'où son caractère instable. Si pour un expert en géométrie le problème ne se pose certainement pas, pour un apprenant, cette instabilité peut être à l'origine des erreurs dans la mesure où il doit en faire une utilisation plus consciente parce que l'intuition demeure présente même dans le raisonnement déductif comme l'affirme Réné Thom cité par.Houdement et

---

[12]Intuition in Science and Mathematics. An Educational Approach, Reidel.

Kouzniak (2000): *« la déduction est à l'aveugle ce que l'intuition est au paralytique »*.

Ainsi, pour caractériser les activités géométriques en lien avec le mode d'accès aux connaissances qui est l'intuition, nous allons considérer l'appellation « Induction sûre ou hasardeuse, vraie ou fausse », établie par Rouche (1989) en ce qui concerne la production de la preuve qui relèvent des intuitions. Nous retenons aussi dans les travaux de Rouche, les situations dans lesquelles l'évidence globale et immédiate ne se révèle pas au simple regard. Cette évidence cède alors la place à un enchaînement d'évidences partielles, à la pensée discursive. Enfin, nous avons abordé l'étude de Tanguay (2000) pour introduire les activités de la catégorie A dans lesquelles on applique directement des définitions, des formules imposées par le contexte. Cette catégorie va compléter notre grille d'analyse.

## CHAPITRE III

## MÉTHODOLOGIE

### 3.1 Rappel de notre intention de recherche

Dans la conclusion de notre problématique, nous situons notre recherche dans le cadre de l'apprentissage de la preuve chez les élèves du secondaire, notamment sur les difficultés que ces derniers rencontrent lors du passage de la géométrie pratique à la géométrie théorique. La préoccupation principale de cette recherche est d'observer comment progressent les exigences de production de la preuve à travers les activités géométriques proposées dans les nouveaux manuels du secondaire. Nous relevons aussi que les concepteurs des programmes souhaitent un apprentissage graduel de la preuve qui commence dès la première année du premier cycle du secondaire. Il s'agit en somme d'une préoccupation didactique majeure pour laquelle nous analysons les activités géométriques contenues dans les manuels scolaires[13] en cours d'usage au secondaire.

Notre intention est d'observer d'une part, les activités qui sont susceptibles de développer les habiletés à la production de la preuve et d'autre part, le changement de statut du dessin. Dans cette perspective, nous voulons nous rendre compte de la façon dont ces deux aspects évoluent d'un niveau à l'autre en nous appuyons sur les

---

[13]Il s'agit des manuels _À vos Maths_ : Volume B (première année du premier cycle du secondaire) et volume D (2[e] année du premier cycle du secondaire)

arguments théoriques développés dans notre cadre théorique. L'analyse des activités proposées dans les manuels scolaires des deux premières années du secondaire nous permettra de cerner la manière dont se fait l'évolution des exigences de production de la preuve d'un niveau à l'autre. Pour que cette analyse soit possible nous nous posons les questions méthodologiques suivantes:

- Comment procéder pour catégoriser les activités (exercices et problèmes) des manuels scolaires choisis pour cette étude?
- Comment évaluer les exigences qui conditionnent la production de la preuve?
- Comment déterminer les critères qui vont nous permettre de qualifier la progression des exigences de production de la preuve?

Avant de répondre à ces préoccupations, nous rappelons que notre étude s'intéresse spécifiquement à la géométrie pour des raisons déjà précisées à la section 1.5 dont nous reprenons l'essentiel.

En effet, nous soutenons le choix du champ d'activité mathématique qui est la géométrie pour cette recherche dans ce sens qu'elle entretient de nombreux liens avec l'apprentissage de la preuve. Aussi, le raisonnement déductif au secondaire est souvent sollicité en géométrie à travers les activités de validation. Ensuite, nous précisons également que le type de preuve sur lequel nous travaillons dépend des statuts du résultat à prouver et des connaissances mathématiques mobilisées, ainsi que du raisonnement subséquent. Nous précisons également que la recherche que nous menons se fait sur les activités contenues dans les manuels ce qui exclu la prise en compte des aspects langagiers et organisationnels qui ne sont observables qu'à partir des productions des élèves. Dans la suite de notre rédaction, nous utilisons le terme « activités géométriques » pour désigner les exercices et problèmes de géométrie des manuels à l'étude.

## 3.2 Approche méthodologique

Notre approche méthodologique consiste à faire une analyse des activités contenues dans les manuels. Pour y parvenir, nous nous penchons sur trois préoccupations (mentionnées en introduction de ce chapitre) auxquelles nous devons répondre.

Pour répondre à cette question, nous mettons en place une grille d'analyse inspirée des différentes recherches de Houdement et Kuzniak (2000, 2006, 2007), des travaux de Rouche (1989) et de l'étude de Tanguay (2000).

### 3.2.1 Comment procéder pour catégoriser les activités géométriques des manuels choisis cette étude?

**Vers l'élaboration d'une grille**

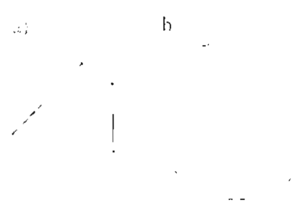
Pour classifier les activités proposées dans les manuels à l'étude, nous considérons, en lien avec notre cadre théorique, que l'enseignement de la géométrie au secondaire s'organise autour de la géométrie naturelle GI et de la géométrie axiomatique naturelle GII. Ces deux paradigmes se caractérisent en fonction de trois modes de pensée qui sont l'intuition, l'expérience et la déduction qui s'appuie sur le raisonnement déductif. Ces trois modes d'accès aux connaissances sont nécessaires pour distinguer l'aspect empirique et l'aspect théorique de la géométrie. Le premier aspect prend appui sur l'intuition et l'expérience en GI et le second aspect s'appuyant plus particulièrement sur la déduction en GII. Aussi, nous considérons d'une part les liens que Houdement et Kuzniak (2000) établissent entre les modes d'accès aux connaissances et les activités qui se trouvent dans les manuels scolaires et d'autre part, le type de preuves élaborés par Rouche (1989), ainsi que les activités de la catégorie A de la grille de Tanguay (2000).

Toutes ces considérations nous permettent de décrire des problèmes pour chacune des catégories qui constitueront la grille d'analyse. Celle-ci nous permet de classifier les activités géométriques contenues dans les manuels à l'étude. Aussi, à travers cette grille, nous pouvons comprendre la progression des exigences de preuve dans les activités proposées dans les manuels choisis. Nous signalons que les énoncés des exercices sont écrits en italique.

**Catégorie 1 : Application directe**

Dans cette catégorie, nous regroupons les activités qui ne nécessitent aucune preuve dont la tâche à exécuter pour l'élève est simplement l'exécution d'une consigne présentée sous la forme d'une directive. Ce groupe incorpore les exercices de tracé. « *L'application est directe, mais suppose tout de même la compréhension intégration d'un énoncé, d'une définition et son adéquation (en un jugement d'une seule venue*[14]*) à un cas de figure* » (Tanguay, 2000, p.102).

Exemple



« *À l'aide de deux cordes et des médiatrices de ces cordes, détermine la position exacte du centre de chaque cercle* ». Tanguay (2000, p. 102-103).

---

[14] Le « jugement d'une seule venue » s'applique aux énoncés évalués par l'élève (à tort ou à raison) comme évidents, ce qui signifie que l'élève s'en remet totalement à ce que lui suggère son intuition (Tanguay, 2010, p.78).

L'élève vient de voir que les médiatrices des cordes d'un cercle se coupent au centre du cercle » (Tanguay, 2000, p. 102). À notre avis, l'élève ne démontre rien, il applique les consignes qui lui sont données dans l'énoncé pour répondre à la question.

**Source des inductions (Jugements d'une seule venue)**

Nous considérons trois sources des inductions. L'induction sûre, l'induction expérimentale et l'induction fausse.

**Catégorie 2 : Induction sûre**

Cette catégorie regroupe les activités dans lesquelles la résolution repose sur la perception et l'observation immédiates, tout ce qui se place du côté d'une certaine évidence mais qui simultanément donne du sens. Ces activités portent sur des relations faciles à percevoir dans une figure particulière et sur un ensemble de cas de figures maîtrisables par l'imagination.

> Exemple1 : « *Repérer parmi les dessins de napperons de papier finement découpés, ceux qui sont obtenus par pliage et découpage* » (Houdement et Kuzniak, 2000, p. 102).
>
> Exemple 2 : « *La médiatrice d'un segment (c'est-à-dire la droite perpendiculaire au segment en son milieu) est le lieu des points équidistants de ses extrémités et réciproquement* ». (Rouche, 1989, p. 13).

Dans l'exemple 1, le repérage des dessins peut se faire à partir d'une certaine évidence intuitive de l'effet de pliage et de découpage sur une feuille de papier.

La proposition de l'exemple 2 est commentée à la section 2.3 du chapitre II. Nous soulignons que, pour Rouche (1989), l'évidence d'une proposition repose sur une double condition nécessaire et suffisante : a- *qu'on discerne à vue à réalisation* *d'un cas particulier; b- que la pensée s'engage sans accroc dans l'imagination de tous les cas possibles.*

**Catégorie 3 : Induction expérimentale: (Expérience pratique)**

Cette catégorie regroupe les activités qui nécessitent une action expérimentale pour être résolues. L'expérience qu'on mène dans ces activités permet de rester proche de l'action et d'une certaine réalité physique grâce à la perception.

> Exemple 1 : « *Pour construire un carré d'aire double d'un carré donné, il suffit de doubler la longueur du côté de celui-ci* » (Rouche, 1989, p.15).
>
> Exemple 2 : « *Construire tous les triangles possibles en juxtaposant trois pailles parmi des pailles de trois longueurs fixées (4cm, 5,5 cm et 8 cm)* » (Houdement et Kuzniak, 2000, p. 102).

Contrairement aux activités décrites précédemment, l'évidence globale immédiate ne suffit plus pour répondre à la consigne. La résolution de ces activités s'appuie sur une expérience qui peut être enrichit par l'intuition. Dans chacune des activités, l'activité expérimentale peut amener à la validation des résultats basée sur un raisonnement de type constructif.

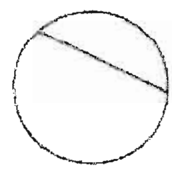
Par exemple dans l'exemple 2, l'expérience conduit soit à justifier le processus de non-construction du triangle, (les longueurs données ne permettent pas la construction du triangle), soit à généraliser le processus de construction du triangle (condition nécessaire pour construire un triangle à partir de trois longueurs données). Dans les deux exemples, la validation des résultats est consécutive à l'expérience qui est menée soit à l'aide de la manipulation d'instruments (règle graduée, équerre, rapporteur, compas) pour la première activité soit avec les pailles pour la deuxième activité.

**Catégorie 4 : Induction fausse (Raisonnement par contre exemple)**

Cette catégorie regroupe des activités qui sont supposées être vraies mais, qui finalement, sont contredites par des contre-exemples.

Exemples :

> Énoncé1[15] « *Si deux segments ne se coupent pas, alors ils sont parallèles* »
> Énoncé 2[16] :« *Dans un cercle, toutes les cordes sont des axes de symétrie* »



Le premier dessin montre que deux segments qui ne se coupent pas peuvent se couper si on les prolonge. Nous observons dans le deuxième dessin, qu'une corde ne passe pas nécessairement par le centre du cercle. Les deux dessins réfutent les deux énoncés. Ces dessins sont des dessins contre-exemples.

**Catégorie 5 : Expérience mentale**

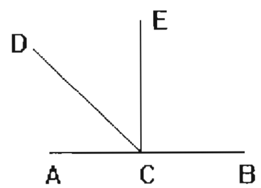
Cette catégorie regroupe des activités dans lesquelles on peut exprimer une intuition impliquant une expérience mentale ou virtuelle.

---

[15]À vos Maths_ manuel B, action d), p. 129
[16]À vos maths_, manuel D exercice 4-a, p. 170

L'expérience menée dans ces activités est antérieure. Elle consiste à mettre en œuvre mentalement des déplacements, des découpages sans les effectuer réellement.

Exemple



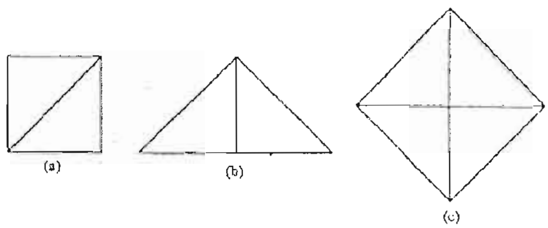

*« Par un point C pris sur une droite AB, on peut élever une perpendiculaire sur cette droite, et on ne peut en élever qu'une ».* Houdement (2007, p. 75).

Pour résoudre cette activité, l'élève peut imaginer que si la droite CA tourne autour du point C dans le sens de la flèche, alors l'angle ACD augmente d'une façon continue et l'angle DCB diminue. Il peut remarquer que l'unique position pour laquelle la droite CE est perpendiculaire à la droite AB, c'est lorsque le point D coïncide avec le point E. Les deux angles ACD et DCB ont une mesure de $90^0$ chacun et donc, c'est l'unique position de la droite CE qui puisse faire qu'elle soit perpendiculaire à la droite AB. Le travail se situe dans un espace sensible, l'expérience qu'on mène est une image de l'expérience éventuellement réalisable, en conformité avec les axiomes de base.

**Catégorie 6 : Pensée discursive**

Cette catégorie regroupe des activités qui ne satisfont plus aux exigences (conditions a et b définies précédemment) d'une évidence globale immédiate. Il faut faire recours à ce que Rouche (1989) appelle des ˝évidences partielles˝ pour répondre à la consigne. La résolution des ces activités nécessitent des objets mentaux[17] qui sont les premiers instruments conceptuels de la pensée discursive.

Exemple : *« Pour construire un carré d'aire double d'un carré donné, il suffit de prendre pour côté du carré à construire la diagonale du carré donné »* (Rouche, 1989, p. 20).

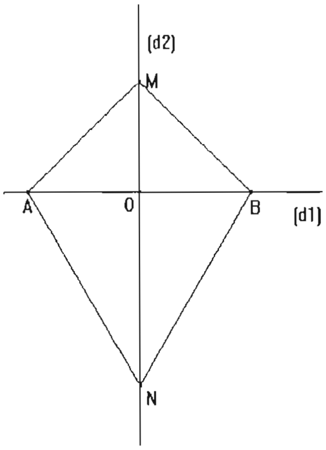



La résolution de cette activité montre qu'on a procédé à un réarrangement de la figure (a) (la diagonale divise le carré en deux triangles congrus) pour obtenir la figure (b) Cette diagonale devient le côté du carré qui est complété à la figure (c). Un enchaînement des évidences s'est appuyée sur la structure de la figure initiale, des relations entre les parties de cette figure qu'on a découpé, réarrangé (figure b) et complété (figure c) pour arriver à la solution demandée.

**Catégorie 7 : Déduction théorique**

Cette catégorie regroupe les activités qui nécessitent un raisonnement déductif qui prend appui sur des conjectures ou des propositions admises comme vraies ou sur des propriétés de la figure.

[17]Les objets mentaux sont des « notions quotidiennes modérément idéalisées pour les approprier aux premiers raisonnements » (Rouche, 1989, p. 34).




*« On considère la figure ci-contre. L'unité de mesure est le centimètre. Les droites ($d_1$) et ($d_2$) sont perpendiculaires. O est leur point d'intersection. A et B sont deux points fixes de ($\Delta_1$) symétriques par rapport à O et tels que OA = OB = 2. M et N sont deux points de ($d_2$) situé de part et d'autre de O. On pose OM= h et ON = k. Étude du quadrilatère AMBN*

*a) A quelle condition sur h et k, AMBN est-il un losange ? Justifier.*

*b) A quelle condition sur h et k, AMBN est-il un carré? Justifier la réponse »* (Houdement et Kuzniak, 2000, p. 107)

N.B. Nous avons reproduit le schéma (avec le logiciel Cabri II) pour une meilleure visibilité.

Dans cette activité, la figure renforce le texte. Elle est un support de raisonnement qui devrait s'appuyer sur les propriétés de la figure, pour justifier la nature du quadrilatère AMBN ou pour déterminer la condition sur h et k. La résolution de cette activité se fait à partir d'un raisonnement déductif qui s'appuie sur des éléments théoriques (propriétés, définitions ou théorèmes).

En somme, nous venons de décrire sept types d'activités qui ont été illustrés chacun par un exemple. Les activités dans lesquelles le travail se fait dans un espace sensible (activités dont la résolution fait recours à l'intuition ou à l'expérience) ont une tendance d'appartenance à la géométrie I. Celles dans lesquelles le travail se fait dans un espace physico géométrique (activités dont la résolution nécessite les propriétés préétablies ou les propriétés de la figure).ont une appartenance à la géométrie II. Dans la classification des activités géométriques, les activités qui ont une tendance d'appartenance à la géométrie I auront pour préfixe GI. Celles qui ont une tendance d'appartenance à la géométrie II auront pour préfixe GII. Le préfixe sera suivi d'une lettre majuscule.

C'est ainsi que nous codons GIA les activités qui ne nécessitent qu'une application directe des définitions que l'énoncé impose, GIB les activités qui ont recours à un jugement d'une seule venue (induction sûre), GIE pour celles qui nécessitent une induction expérimentale. Les activités qui ont recours à des évidences partielles sont codées GIIB, celles qui font appel à l'expérience mentale sont codées GIIE et celles qui nécessitent une déduction théorique sont codées GIID. Les activités qui sont résolues à partir des contre-exemples sont codées RCE. Chaque code défini représente une catégorie d'activités. Nous présentons dans ce qui suit la grille d'analyse constituée à partir des différents types d'activités que nous venons de décrire.

**La grille d'analyse**

Nous avons au total décrit sept catégories d'activités, dont trois[18] catégories ont une tendance d'appartenance à la géométrie naturelle GI, quatre[19] catégories ont une tendance d'appartenance à la géométrie naturelle axiomatique GII. Toutes les catégories d'activités décrites constituent une grille d'analyse que nous présentons comme il suit :

---

[18] GIA, GIB, GIE
[19] GIIE, GIIB, RCE, GIID

**Tableau 3.1** Différentes catégories et leurs descriptions

| Catégories | Description |
|---|---|
| **GIA** | Groupe d'activités qui nécessitent juste une application directe d'une définition, d'un résultat, d'un algorithme que le contexte ou l'énoncé impose |
| **GIB** | Groupe d'activités qui ont recours à des évidences globales immédiates |
| **GIE** | Groupe d'activités qui nécessitent une induction expérimentale. |
| **GIIB** | Groupe d'activités qui ont recours à une succession d'évidences partielles pour arriver au résultat demandé. |
| **GIIE** | Groupe d'activités dans lesquelles la résolution nécessite une expérience mentale. |
| **GIID** | Groupe d'activités dans lesquelles la déduction s'appuie sur le raisonnement hypothético-déductif. |
| **RCE** | Groupe d'activités dans lesquelles un contre-exemple réfute un énoncé ou une conjecture. |

Nous catégorisons à partir de cette grille les activités géométriques proposées dans les manuels à l'étude. Cette catégorisation nous permet de dénombrer et d'identifier la présence relative de chaque catégorie dans les activités proposées dans les manuels scolaires des années d'étude choisies. La grille nous aidera également à constater la présence ou non des différentes catégories par niveau d'étude.

Pour répondre à notre deuxième et troisième question de recherche, nous nous appuierons sur les études de Houdement et Kuzniak (2000, 2006) ; Houdement (2007) et sur les catégories qui constituent la grille.

### 3.2.2 Comment évaluer les exigences qui conditionnent la production de la preuve?

Afin de donner une réponse à cette deuxième question méthodologique, nous définissons les critères qui nous permettent de nous rendre compte du niveau d'exigences de production de la preuve à travers les types d'objets d'études. Avant d'en arriver aux critères, nous pensons poser notre regard spécifiquement sur le statut du dessin qui change selon le paradigme géométrique en jeu et conséquemment, la nature de la validation (pratique ou théorique), en raison de leur (implication) rôle fondamental dans le changement de statut de la preuve comme nous les décrivons successivement et succinctement.

**Dessin comme objet matériel**

L'espace de travail en GI est un espace sensible dans lequel on trouve des objets physiques où les tracés (dessins) sont des objets d'études. Les activités qui prennent en compte ces objets d'études visent essentiellement à prendre les mesures sur le dessin, reconnaître, calquer, décrire, tracer des figures simples, etc. Les dessins qui entrent en jeu dans ces activités ont un statut d'objet matériel. Par exemple, la reconnaissance d'un dessin (carré, rectangle, ...) peut se faire à partir d'une évidence immédiate ou à partir d'une expérience liée à des instruments : c'est un carré, parce que je le vois ou encore c'est un carré parce qu'il a quatre angles droits, je l'ai vérifié avec une équerre, il a quatre côtés de même mesure, je l'ai vérifié avec la règle graduée ou le compas, etc. Ainsi, la validation consécutive à ces activités est qualifiée de validation empirique (Balacheff, 1987 ; Houdement, 2007), de validation instrumentée (Gousseau- Coutat, 2005) et de validation de type perceptif (Jores, 2006). Ce contexte de validation justifie la preuve articulée sur le monde sensible. Le raisonnement pris en compte dans ce paradigme est de type constructif à travers lequel l'élève accède aux connaissances en géométrie I.

**Dessin comme objet géométrique**

En géométrie II, l'élève travaille dans un espace physico géométrique. Le dessin reste présent, mais il change de statut. Les activités proposées visent à reproduire, construire une figure (par exemple construis une droite parallèle à une autre, une droite perpendiculaire à une autre, etc.), effectuer des transformations géométriques (réflexion, rotation, homothétie, translation, etc), partager une figure en sous-figures etc. Dans d'autres activités, le dessin peut renforcer le texte et peut aider à construire le raisonnement (support de raisonnement). Le dessin qui entre en jeu dans ces activités est un objet géométrique (figure).

Aussi, le dessin dans ces activités permet de rendre compte de certaines propriétés de l'objet géométrique. Il devient une représentation graphique de celui-ci. Les activités dans lesquelles le dessin est un objet géométrique devraient amener les élèves à raisonner en utilisant des propriétés géométriques. Il n'est plus question de lire les informations sur le dessin pour valider. La validation ne dépend plus de la précision du dessin. Elle se fait sur la base des propriétés, des définitions et des théorèmes. Cette manière de valider justifie la preuve théorique qui se fait à partir d'un raisonnement hypothético-déductif qui est le mode d'accès à la connaissance en géométrie II. La validation qui se fait en géométrie II impose d'autres exigences que celles attendues en géométrie I. Elle ne s'arrête plus à une simple vérification.

En somme, la distinction entre dessin et figure influence la pratique de la géométrie. Le dessin comme objet matériel est un outil de validation. L'élève peut conclure à partir d'un dessin en utilisant des preuves liées à la reconnaissance visuelle ou instrumentées. Le dessin comme objet matériel est un élément du monde sensible. Le dessin comme objet géométrique est un support de raisonnement. L'élève devrait désormais utiliser les propriétés qui sont liées à l'objet géométrique. Il n'est plus question d'instruments et d'observations pour valider mais de propriétés. Le dessin comme objet géométrique est un élément du monde mathématique.

Ainsi, le passage qui se fait entre les géométries GI et GII fait évoluer le statut du dessin et la manière de valider évolue également tout comme les objets qu'on manipule. Le passage de GI à GII s'accompagne d'une évolution dans la pratique de la géométrie. Toutes les altérations qui s'imposent dans ce passage sont illustrées comme suit :

**Le passage de GI à GII** **implique un changement**

- **d'espace**
- **du statut du dessin**
- **des techniques**
- **de validation**

Ceci étant, les exigences de production de la preuve selon le statut du dessin ne sont pas les mêmes.

De ce qui précède, nous catégorisons les activités géométriques en fonction de deux critères à savoir : la présence d'un dessin dans l'énoncé et du dessin à produire, en portant un regard sur le rôle qu'il joue en lien avec la tâche demandée à l'élève, (que le dessin soit présent ou demandé). Nous allons utiliser ces deux critères pour analyser, classifier, dénombrer chaque activité géométrique de l'ensemble des deux années choisies pour l'étude. Nous porterons, à partir de ces deux critères, un jugement sur la nature des objets d'études en jeu selon les géométries. Ces critères d'évaluation nous aideront également à apprécier le paradigme dans lequel le travail de l'élève est demandé ainsi que les exigences de production de preuve qui s'imposent.

Dans la section qui suit, nous expliquons comment nous observons l'évolution spécifique des activités qui permettent le développement des habiletés préparatoires à la production de la preuve qui est notre troisième question de recherche.

### 3.2.3 Comment déterminer les critères permettant de qualifier la progression des exigences de production de la preuve?

Avant de déterminer les critères qui vont nous aider à qualifier la progression des exigences de production de preuve, il est de bon aloi de revenir sur les caractéristiques de la production de la preuve en GI et en GII, ainsi que leur articulation.

En effet, dans notre cadre théorique, nous observons suivant l'approche de Houdement et Kuzniak (2006) que la géométrie au secondaire s'organise autour de deux paradigmes géométriques (la géométrie naturelle GI et la géométrie naturelle axiomatique GII) d'horizons différents. En GI le dessin est une source de validation dans l'espace intuitif et physique. La validation dans ce paradigme se fait sur la base de ce que l'élève perçoit physiquement. La construction et la perception sont les deux aspects privilégiés dans cette géométrie. En GII, l'espace devient physico-géométrique, la validation se fonde sur les lois hypothético-déductives dans un système axiomatique le plus précis possible. Elle se fait désormais sur la base théorique exigeant ainsi l'élève à travaillé sur une figure et non sur un dessin puisque ce sont les propriétés qui deviennent licites et non les instruments (équerre, règle graduée).

Dans ce sens, le statut des représentations géométriques évolue de GI vers GII et le dessin devient un outil dans la résolution des activités. Cette évolution suppose un changement de lecture ou d'interprétation des propriétés de la figure, tout en sachant que celles-ci constituent des éléments fondamentaux pour la production de la preuve théorique.

Cependant, pour que l'élève réalise les preuves théoriques et donc applique le raisonnement déductif, il doit gravir des stades (passer par des étapes) dans son apprentissage même si *« les allers et retours »* entre GI et GII sont permanents au secondaire. Il s'agit d'un processus qui s'inscrit dans l'apprentissage des éléments de la géométrie I vers ceux de la géométrie II selon Houdement et Kuzniak (2006).

Dans cette approche, le passage de GI vers GII se fait à un moment où l'élève alterne entre les deux géométries. Cette articulation entre GI et GII est un moment clef de la transition pour l'élève et l'enseignant. Dans cette transition, le dessin joue effectivement un rôle déterminant dans la mesure où tout se joue sur le changement de son statut. De la perception simple, l'élève doit évoluer vers la conception abstraite et discursive de la géométrie, ce qui suppose un développement de sa pensée géométrique du niveau bas vers le niveau élevé. Par ailleurs, chaque niveau d'étude est un lieu qui donne à l'élève une nouvelle chance de compréhension, de révision et de mobilisation de connaissances acquises en vue d'acquérir de nouvelles. Ainsi, à notre avis, les activités géométriques devraient être organisées autour :

- des activités qui permettent à l'élève de travailler en géométrie I, (géométrie perceptive et/ou instrumentée), celles en lien avec les trois modes de pensée en GI;
- des activités qui permettent à l'élève de travailler en géométrie II, celles qui nécessitent les techniques et les éléments théoriques de GII.

Ceci étant, dans le cadre d'une approche qui consiste à observer la progression des exigences de preuve au secondaire à travers les contenus des manuels scolaires, nous supposons que l'organisation des contenus selon les niveaux scolaires peut tenir compte des différentes géométries qui renferment chacune d'elles ses propres exigences de production de preuve.

Nous considérons comme point de départ de notre observation de la progression, la première année du premier cycle. De façon globale, les activités qui ont une tendance d'appartenance en GI codées successivement GIA, GIB, et GIE doivent avoir une tendance décroissante dans la mesure où elles sont présentes déjà au primaire. Par contre, celles qui ont une tendance d'appartenance en GII codées successivement GIIB, GIIE, GIID et RCE doivent avoir une tendance croissante et être assez présentes au premier cycle, dont la deuxième année est considérée comme un niveau charnière (Braconne, 2008; Coppé et al, 2005), avant d'entamer la première année du deuxième cycle du secondaire.

Dans une dynamique d'un apprentissage progressif du raisonnement déductif, et en supposant que les bases d'une géométrie qui privilégie la production de la preuve pratique sont posées au primaire, nous concentrons notre regard sur la progression des exigences de preuve à travers spécifiquement les activités qui ont une tendance d'appartenance à la géométrie II (GII). Ce sont d'une part, les activités dans lesquelles le recours au dessin comme production d'informations sûres est minimalisé au profit des propriétés et des définitions ou des lois hypothético-déductives dans un système axiomatique dont l'axiomatisation est informelle. Il s'agit respectivement des activités codées GIIB, qui font recours à une succession d'évidences partielles pour répondre à la question, des activités codées GIIE qui nécessitent une expérience mentale, des activités codées GIID qui permettent des déductions en recourant aux définitions et propriétés et celles qui sont codées RCE qui nécessitent un raisonnement par contre exemple.

Notre observation se fera sur trois critères à savoir : Présence ou non des activités codées GIIB, GIIE, GIID et RCE par année, la place de chaque catégorie par rapport à l'ensemble des catégories classifiées par année d'étude et la variation du taux d'activités pour chaque catégorie, par rapport aux deux années. Ces critères vont nous permettre de déterminer si l'apprentissage du raisonnement déductif se fait selon une progression avec une certaine continuité, une régression ou une rupture.

## 3.3 Conclusion

Nous définissons dans ce chapitre trois questions méthodologiques. La réponse à la première question nous a amené à l'élaboration d'une grille d'analyse composée de sept catégories. Cette grille va nous permettre de classifier les activités géométriques contenues dans les manuels à l'étude. La réponse à la deuxième question nous a permis de mettre en place des critères qui contribuent à évaluer les exigences qui déterminent la production de la preuve en nous référant sur le dessin. Enfin la réponse à la troisième question a permis de déterminer des critères qui nous guident pour nous prononcer sur la progression des exigences de production de preuve à partir des activités géométriques qui ont des caractéristiques d'appartenance à la géométrie naturelle axiomatique GII.

# CHAPITRE IV

# CLASSIFICATION DES ACTIVITÉS

Dans ce chapitre, nous procédons à la classification des activités géométriques proposées dans les manuels à l'étude par année d'étude. Cette classification se fait à travers la grille d'analyse que nous avons élaborée au chapitre précédent. Elle prend en compte les activités (exercices et problèmes) qui portent sur les chapitres de la géométrie synthétique plane, pour des raisons évoquées à la section 1.5 du chapitre I.

En outre, compte tenu de la façon dont les exercices sont organisés dans les manuels, l'appartenance à une catégorie se fera à partir de la tâche demandée dans l'exercice. Ce qui suppose que pour un exercice n°1, les sous questions (1a, 1b, 1c, 1d) sont des tâches demandées à l'élève. Une tâche est considérée comme une activité donnée à l'élève. Nous attribuons pour chaque tâche une catégorie.

Concomitamment à cette classification, nous portons notre regard sur les activités selon les catégories, dans lesquelles le dessin est censé jouer un rôle dans la résolution du problème. Pour chaque année d'étude, nous présentons brièvement le ou les chapitres retenus et ses sections, et nous dressons un tableau dans lequel les activités sont classifiées par catégorie d'une part, et d'autre part dans lequel nous indiquons de façon juxtaposée les informations sur le dessin basées sur les critères choisis. Quelques exemples d'exercices d'illustrations de quelques catégories sont chaque fois donnés en dessous de chaque tableau.

## 4.1 Rappel de la grille et des critères d'évaluation du dessin

La grille d'analyse que nous avons établie est constituée de sept catégories dont trois ont une tendance d'appartenance à la géométrie I (GIA, GIB, GIE) et quatre ont une tendance d'appartenance à la géométrie II (GIIB, GIIE, GIID et RCE). Nous rappelons que, la catégorie GIA regroupe les activités qui ne nécessitent de l'élève qu'une application directe d'une définition, d'un résultat, d'un algorithme que le contexte ou l'énoncé impose, la catégorie GIB regroupe des activités dont la résolution s'appuie sur une évidence globale immédiate, la catégorie GIE regroupe les activités qui nécessitent une expérience mécanique réelle, dans la catégorie GIIB, nous rassemblons les activités qui ont recours à une succession d'évidences partielles pour arriver au résultat demandé, la catégorie GIIE regroupe les activités dans lesquelles la résolution nécessite une expérience mentale qui est une image éventuellement réalisable, la catégorie GIID regroupe les activités qui permettent la déduction basée sur un raisonnement hypothético-déductif et la catégorie RCE regroupe les activités dans lesquelles un contre exemple permet d'invalider un énoncé qui est supposé être vrai. Dans le processus de classification, nous aurons recours au guide de l'enseignant de chaque année à l'étude.

Concernant l'évaluation du dessin, nous avons retenu deux critères : la présence du dessin dans l'énoncé et le dessin à produire, en portant un regard sur le rôle qu'il est censé jouer par rapport à la tâche demandée à l'élève. Le statut du dessin et la tâche demandée détermineront la nature de la validation en jeu (pratique ou théorique). Nous commençons la classification dans les lignes qui suivent.

## 4.2 Classification des activités par catégories et par année d'études

Nous rappelons que nous avons choisi les manuels B et D de la collection « *À Vos Maths* » pour la classification des activités. Ces manuels sont conformes aux dernières réformes pédagogiques au Québec et sont utilisés dans les écoles.

### 4.2.1 Première année du premier cycle du secondaire

Dans cette année d'étude, deux chapitres sont retenus: le chapitre 7 « Des objets géométriques » avec trois sections et le chapitre 8 « Une initiation aux polygones » avec trois sections également. Les deux chapitres retenus se trouvent dans le manuel B de la collection « À Vos Maths! »

Chapitre 7 : Des objets géométriques

Ce chapitre est segmenté en trois sections. Il se résume en expliquant à l'élève le lien qui existe entre les formes qu'on peut observer dans la nature et les objets géométriques. À travers celui-ci, on amène l'élève à classifier les objets non pas par leur taille, mais plutôt selon le nombre de dimensions qu'ils comportent. On apprend aussi à l'élève les différents types d'angles et les relations qui existent entre deux angles.

Section 1 : Les origines de la géométrie (p. 112-120)

Les activités sont organisées autour des aspects suivants:

- Un monde géométrique
- Une longue histoire
- L'Égypte et la Babylonie
- Les écoles grecques
- De la Grèce jusqu'à nous

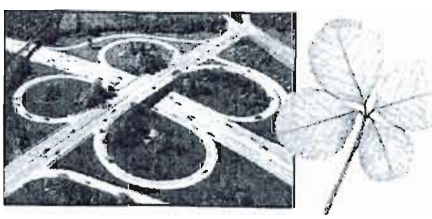
Dans cette section, on incite l'élève à développer sa pensée géométrique principalement à partir des contextes en lien avec la vie quotidienne. Les réponses aux questions nécessitent de la part de l'élève, une forte intuition et une connaissance des objets géométriques, afin qu'il arrive à établir le lien entre les formes dans la nature qui s'apparentent à des figures géométriques. La section est enrichie par des faits historiques et des éléments de culture générale.

**Tableau 4.1** Classification des activités par catégorie, chapitre 7, section 1, manuel B première année du premier cycle

| Page | Exercice | Catégorie | Dessin |
|---|---|---|---|
| 113 | A, B, C | GIB | Aucun |
| 116 | A, B | GIB | Aucun |
| 117 | A, B, C, D | GIB | Image |
| 118 | 1, 2 | GIB | Image |
| 119 | 3, 4, 5 | GIB | Image |
| 120 | 6 | GIB | Image |

Quelques exemples illustrant les catégories

Exercice 1, p.118



*Etablis quelques ressemblances entre cet échangeur d'autoroute et un trèfle à quatre feuilles. Pourquoi est-ce ainsi selon toi ?*

L'élève peut à partir d'une observation immédiate et globale dégager des ressemblances ou des différences entre les deux images. Nous codons cette activité GIB.

Exercice 5, p. 119

*Selon toi, lequel des objets suivants est impossible à fabriquer?*

Cette activité paraît, à notre avis, difficile pour l'élève. C'est à partir de ce qu'il perçoit sur le dessin appuyé par son intuition qu'il va se prononcer. Nous codons l'activité GIB.

Section 2: De dimension en dimension (p. 121-135).

Les activités se développent autour des aspects suivants:

- L'objet géométrique adimensionnel
- Les objets géométriques unidimensionnels
- La droite
- La demi-droite
- Le segment de droite
- Les relations entre deux droites
- Les objets géométriques bidimensionnels.

Dans cette section, les concepteurs des manuels conduisent l'élève à comprendre comment à partir du point (objet géométrique n'ayant aucune dimension) il est possible de générer des objets géométriques de dimensions 1, 2 et 3.

**Tableau 4.2** Classification des activités par catégorie, chapitre 7, section 2 manuel B, première année du premier cycle

| Page | Exercice | Catégorie | Dessin |
|---|---|---|---|
| 121 | A, B | GIB | Aucun |
| 122 | C, D, E, A, B | GIB | Aucun |
| | Action | GIB | Aucun |
| 123 | A, B, C, D, E, F | GIA | Aucun |
| | G | GIB | Aucun |
| 124 | Action1, 2, 3, 4, 5 | GIA | Demandé (trace) |
| | Action 6 | GIB | Aucun |
| 125 | H, I | GIA | Aucun |
| | Action a, b, c, d, e, f | GIB | Aucun |
| 126 Demi-droite | B, C, E | GIB | Aucun |
| Segment de droite | A, D, A, B, C | GIA | Aucun |
| 127 | A, B, C | GIB | Illustration |
| | D, E, F | GIA | Aucun |
| 128 | G | GIB | Aucun |
| 129 | H | GIB | Aucun |
| | Action a, b, c | GIE | Aucun |
| | Action d, e | RCE | Aucun |
| 130 | A, B, C, D | GIB | Illustration |
| | E, F, G, H | GIA | Demandé (dessine) |
| | Action1, 2 | GIB | Aucun |
| 131 | 1a | GIB | Aucun |
| | 2a, b | RCE | Consigne de construction |
| | 3a, b | GIA | Aucun |
| | 4a, b, c | GIA | Demandé (trace) |
| | 4d | GIB | Sans mesure |
| 132 | 5 | GIE | Aucun |
| | 6a, b, c, d, e | GIIE | Aucun |
| | 7a, b | GIA | Demandé (trace) (7) |
| 133 | 8a, b | GIE | Aucun |
| | 9a, b, c | GIE | Demandé (fabrique) |
| | 10 | GIB | Image |
| 134 | 11a, b | GIA | Demandé (dessine) |
| | 12a, b, c | GIB | Illustration |
| | 13a | RCE | Aucun |
| | 13b | GIA | Aucun |
| 135 | 14a, b, c, d, e, f | GIE | Demandé (dessine) |
| | 15a, b, d | GIIE | Aucun |

Quelques exemples illustrant les catégories

Exercice B, p. 122

> *Dans ta classe, repère un élément qui te rappelle une droite. Décris le de façon qu'une ou un camarade puisse, à son tour, le repérer.*

La droite est un objet géométrique abstrait. L'élève repère dans la classe un objet concret qui lui rappelle la droite ou qui s'apparente à la droite à partir de l'image mentale qu'il se fait de la droite. Il fait appel à son intuition nourrie par la perception pour répondre à la question. Nous codons l'exercice GIB.

Exercices a, b, c, d et e de l'action, p. 129

> *Pour chacun des énoncés suivants, indique s'il est vrai ou faux. Justifie tes réponses. a) Si deux droites sont parallèles à une troisième droite, les trois droites sont parallèles entre elles; b) Si deux droites sont perpendiculaires à une troisième droite, alors elles sont parallèles; c) Si deux droites sont parallèles entre elles, toute droite perpendiculaire à l'une d'elles est perpendiculaire à l'autre; d) Si deux segments ne se coupent pas, alors ils sont parallèles; e) Si deux segments sont perpendiculaires, alors ils se coupent nécessairement.*

Les énoncés proposés ne satisfont plus à une évidence immédiate. L'intuition de l'élève ne suffit plus pour répondre à la consigne. L'élève peut établir l'évidence de chacun des énoncés expérimentalement. Le guide de l'enseignant recommande un bon emploi du vocabulaire de la géométrie et la justesse des raisonnements de la part de l'élève. Nous codons les activités a, b, et c, GIE. Les activités d et e peuvent être réfutées à l'aide des contre-exemples. Nous les codons RCE.

Nous signalons que les énoncés proposés sont ceux de la géométrie euclidienne (voir programme de formation de l'école québécoise, 2004, p. 261), qui peuvent être utilisé pour en prouver d'autres.

Exercice 4, p. 131

> *a) Trace une droite AB ; b) À l'aide d'une équerre, trace une droite CD, perpendiculaire à la droite AB. c) À l'aide d'une équerre, trace une droite EF, parallèle à la droite AB. d) Que peux tu dire au sujet des droites EF et CD ? Explique ta réponse.*

Pour effectuer les tâches a) b) et c) l'élève manipule les instruments de mesure mais aussi, il devra connaître et intégrer les définitions des droites parallèles et perpendiculaires pour réussir la tâche. Nous les codons GIA.

Pour justifier la position des droites EF et CD à la question d) l'élève peut s'appuyer sur l'évidence de l'énoncé c), (exercice de l'action, p. 129) « *Si deux droites sont parallèles entre elles, toute droite perpendiculaire à l'une d'elles est perpendiculaire à l'autre* » Nous le codons GIIB.

Exercice 8a, p.133

> *Combien de segments peut-on tracer à partir de : 1) trois points alignés ? 2) quatre points alignés ? 3) cinq points alignés ? 4) six points alignés ? 5) trente points alignés ? 6) n points alignés ?*

Cette activité sollicite une généralisation qui ne peut se faire intuitivement. L'élève peut procéder par une induction expérimentale pour arriver au résultat demandé. Nous la codons GIE.

<u>Section 3</u> : <u>Les angles (p. 136-138)</u>.

Les activités se développent autour des aspects ci-après:

- Nommer un angle
- Les types d'angles et leur classification
- Les relations entre deux angles

Le contenu de la section 3 permet à l'élève d'aborder l'étude des angles.

**Tableau 4.3** Classification des activités par catégorie, chapitre 7, section 3 manuel B, première année du premier cycle

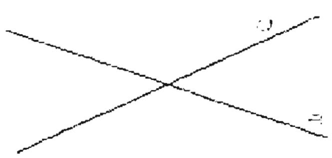
| Page | Exercices | Catégorie | Dessin |
|---|---|---|---|
| 136 | A, B | GIB | Illustration |
| 137 | A, B, C | GIA | Sans mesure |
| Nommer un angle | Action 1, 2 | GIA | Aucun |
| 138 | D, E, F, G, | GIA | Aucun |
| | Action 1, 2, 3, 4 | GIA | Sans mesure |
| 139 Les types d'angles | A, C, Action 1, 2, 3 | GIA | Aucun |
| et leurs classifications | B | GIB | Aucun |
| 140 | D, E, Action 1, 2, 3 | GIA | Aucun |
| 141 Les relations entre | A, D, E | GIA | Demandé (trace) |
| deux angles | B, C | GIB | Illustration |
| 142 | F, G | GIB | Sans mesure |
| | H | GIA | Sans mesure |
| | Action a, b, c, e, f | GIB | Sans mesure |
| | Action d | GIB | Sans mesure |
| 143 | Action 1, 2, 3 | GIA | Sans mesure |
| 146 | 1 | GIA | Sans mesure |
| | 2a, b, c, d, e, f, g, h | GIA | Sans mesure |
| | 3a | GIIB | Aucun |
| | 3b | GIE | Aucun |
| 147 | 4a, b, 6a, b | GIA | Sans mesure |
| | 4c | GIB | Demandé (représente) |
| | 5a, b, c, d | GIA | Demandé (reproduis) |
| 148 | 7a, b, c, d | GIA | Demandé (dessine) |
| | 8a , b, c, d, f | GIA | Aucun |
| | 8e | GIIE | Sans mesure |
| | 9, 10, a1, 2, 3 | GIA | Sans mesure |
| 149 | 11a, b | GIA | Demandé (trace) |
| | 11c, d | GIB | Sans mesure |
| | 12a, b | GIB | Illustration |
| 151 Bric à maths | 1a | GIA | Aucun |
| | 1b, c, d, e | RCE | Aucun |
| | 2, 3a, b, c, d | GIA | Aucun |
| | 4-1, 2, 3 | GIB | Sans mesure |
| 152 | 5a, b, c, d, e | GIB | Aucun |
| | 6a, b | GIE | Aucun |
| | 6c | RCE | Aucun |
| | 7a, b, c, d, e, f | GIB | Sans mesure |
| | 8a, b, c, d, e | GIA | Sans mesure |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 153 | 9a, b, c, d, e, f, g | GIA | Sans mesure |
| 154 | 10a, b | GIA | Demandé (dessine) |
| | 11 | GIB | Aucun |
| | 12a, b, c, d, e, f | GIA | Aucun |
| | 13a | GIA | Sans mesure |
| | 13b | GIE | Sans mesure |
| 155 | 14 | GIB | Demandé (trace) |
| | 15a, b, c, d | GIA | Aucun |
| | 15e | GIB | Aucun |
| | 16a, b, c, d, h | RCE | Aucun |
| | 16e, f, g | GIA | Aucun |
| 156 Dans la vie | Situation 1 | GIB | Illustration |
| 157 | Situation 2 et 3 | GIB | Illustration |
| 159 | Activités | GIB | Illustration |

N.B. Pour question d'espace, nous avons réduit la police à 9 pour les mots « représente » et « reproduis ».

Quelques exemples illustrant les catégories

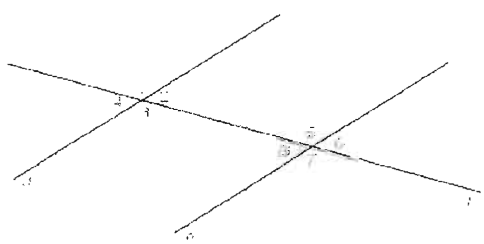
Exercice A, p. 137



*Combien d'angles sont formés par deux droites qui se coupent*

Comme la notion d'angle est vue dans le cours, et la définition de l'angle est donnée, l'élève peut s'appuyer sur celle-ci (la définition) pour répondre à la consigne. Nous codons l'exercice GIA.

Exercice d de l'action, p. 142



*Repère deux angles de même mesure en consultant le schéma ci-contre.*
*Nomme le plus grand nombre possible de paires d'angles.*

Cet exercice est donné avant le cours sur les relations entre deux angles[20] . le guide de l'enseignement propose une solution qui ne prend pas en compte les propriétés des angles. Pour indiquer les paires d'angles qui ont même mesure, l'élève peut se servir d'une expérience mentale (solution proposée par le guide) en faisant glisser tous les angles du bas vers ceux du haut (les angles ∠5, ∠6, ∠7 et ∠8 vont se placer exactement et respectivement sur les angles ∠1, ∠2, ∠3, et ∠4). Il pourra constater par exemple que les angles ∠1 et ∠5 ou les angles ∠3 et ∠7 ont la même ouverture donc, ils ont la même mesure et il pourra nommer le plus grand nombre possible de paires d'angles. Partant de cette solution, nous codons l'exercice GIE.

Exercice 1b, p. 151

*Vérifie la conjecture suivante : Si deux angles sont complémentaires, ils ne sont pas adjacents.*

Cette conjecture peut être invalidée par un contre-exemple (deux angles de 45° sont adjacents et complémentaires). Nous codons l'exercice RCE.

Exercice 4, p. 151

*Reproduis la figure ci contre.*

L'élève va pouvoir utiliser la règle et le compas pour reproduire la figure (figure correcte) qui est sans mesure, Nous codons l'exercice GIA

Exercice 5, p. 152

20 Dans la relation entre deux angles, nous pouvons citer: les angles isométriques, correspondants, supplémentaires, adjacents opposés par le sommet, alternes internes et alternes externes).

*Dans ton environnement, nomme des objets qui semblent être supportés par : a) des droites parallèles; b) un angle droit; c) un angle obtus; d) un plan; e) des plans perpendiculaires.*

L'élève est amené à repérer la présence dans la nature des objets qui semblent être supportés par des droites parallèles, un angle droit etc. Pour répondre aux consignes, il nous semble que l'élève peut faire recours à son intuition et è ses connaissances antérieures pour interpréter un message comportant un mode de représentation mathématique lié à un contexte de la vie quotidienne. Nous codons l'exercice GIB.

**Tableau 4.4** Récapitulatif des résultats de la classification des activités, chapitre 7, manuel B, première année du premier cycle.

| | Section | GIA | GIB | GIE | GIIB | GIIE | GIID | RCE | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Chapitre 7 | S1 | 0 | 15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 15 |
| | S2 | 35 | 36 | 15 | 0 | 8 | 0 | 5 | 99 |
| | S 3 | 97 | 38 | 4 | 1 | 0 | 0 | 12 | 151 |
| | Total | 132 | 89 | 19 | 1 | 8 | 0 | 17 | 266 |
| | % | 49,6 | 33,4 | 7,1 | 0,4 | 3 | 0 | 6,5 | 100 |

<u>Chapitre 8</u> : <u>Une Initiation aux polygones</u>

Ce chapitre est organisé en trois sections. Il aborde les objets géométriques de dimension 2, particulièrement les triangles et les quadrilatères. Il permet à l'élève de classifier les objets géométriques sus cités et de s'approprier les concepts de périmètre et d'aires des différents triangles et quadrilatères.

Section1 : Les caractéristiques des polygones (p. 162-181)

Les activités se développent autour des aspects ci-après

- Du dessin au polygone
- Les diagonales
- La classification des polygones
- La multiplication des diagonales
- Les angles intérieurs et extérieurs d'un polygone convexe
- La somme des mesures des angles extérieurs d'un polygone convexe
- La somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone convexe

Dans cette section, l'élève étudie les différents polygones et les classifie. La notion d'angle étudié dans le chapitre précédent lui permet d'aborder les angles intérieurs et extérieurs des polygones convexes et non convexes.

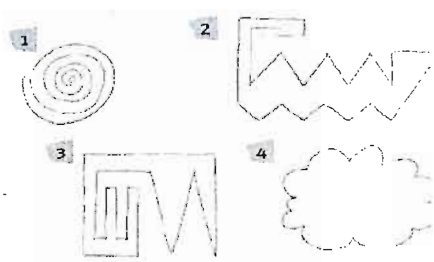
**Tableau 4.5** Classification des activités par catégorie, chapitre 8, section 1, manuel B, première année du premier cycle

| Page | Exercices | Catégorie | Dessin |
|---|---|---|---|
| 162 Du dessin au polygone | A, B, C | GIB | Sans mesure |
| 163 | D, H | GIA | Demandé (représente) |
| | E, F, G | GIB | Sans mesure |
| | Action | GIA | Aucun |
| 164 | I, J, K | GIB | Sans mesure |
| 165 | L1, 2, 3, 4, 5, 6<br>M | GIA | Aucun |
| 166 Les diagonales | Action 1, 2 | GIA | Sans mesure |
| | Action 2 | GIA | Demandé (trace) |
| | A, B | GIA | Demandé (trace) |
| 167 Les polygones convexes et non convexes | A, B, C | GIA | Sans mesure |
| | Action | GIA | Sans mesure |
| La classification des polygones | A, B | GIA | Aucun |
| | C, D, E | GIA | Illustration |
| 168 | F, G, Action | GIA | Aucun |
| 169 La multiplication des diagonales | Action 1, 2 | GIB | Aucun |
| | A, B, C | GIA | Aucun |
| | D, E | GIA | Sans mesure |
| 170 | Action 1, 2, 3 | GIA | Aucun |
| | A, B | GIA | Sans mesure |
| 171 | Action 1, 2 | GIA | Avec mesure |
| | A | GIA | Demandé (trace) |
| 172 | Action 1,2 | GIA | Avec mesure |
| | Action 3 | GIIB | Avec mesure |
| | 4, 5, 6 | GIA | Avec mesure |
| | A, B | GIB | Aucun |
| 173 | A | GIA | Aucun |
| | Action 1, 2, 3 | GIA | Demandé (trace) |
| | B, C | GIE | Aucun |
| 174 | Action 1, 2, 3 | GIA | Demandé (trace) |
| | A, B, C | GIA | Aucun |
| 175 | D, F, G | GIA | Sans mesure |
| | E | GIB | Sans mesure |
| 176 | Action1, 2 | GIA | Aucun |
| | H | GIIB | Aucun |
| | Action 1, 2 | GIA | Aucun |
| 177 | I | GIIB | Avec mesure |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 2 | GIA | Demandé (trace) |
| | 3, 4 | GIA | Sans mesure (3) |
| 178 | 5, 8a, b | GIID | Avec mesure |
| | 6a | GIA | Aucun |
| | 6c, d, 7 | GIB | Aucun |
| | 6e, b | RCE | Aucun |
| | 9 a, b, c | GIA | Aucun |
| 179 | 10a | GIB | Sans mesure |
| | 10b | GIA | Sans mesure |
| | 11 | RCE | Demandé (forme) |
| | 12 | GIIB | Reproduis et partage |
| 180 | 13a, b | GIA | Demandé (trace) |
| | 14 a, b, c, d | GIA | Sans mesure |
| | 15 | GIIB | Aucun |
| | 16 | GIID | Aucun |
| 181 | 17, 19 | GIIB | Avec mesure |
| | 18 | GIB | Sans mesure |

<u>Quelques exemples illustrant les catégories.</u>

Exercice A, p. 162




*Voici des dessins que Jean-Christophe a gribouillés tout en parlant au téléphone.*
*A- Selon quels critères pourrais-tu classer ces figures?*
*B- Quel dessin de Jean-Christophe ressemble à un polygone?*

Cet exercice est donné avant le cours sur les polygones. L'élève peut s'appuyer sur ses connaissances antérieures et son intuition pour répondre aux questions posées. Nous codons les exercices GIB.

Exercice L, p. 165

> *Dans un polygone FNTRP, identifie une paire : de sommets consécutifs aux sommets T, de sommets consécutifs aux sommets F, de cotés consécutifs, d'angles consécutifs, de côtés non consécutifs, d'angles non consécutifs.*

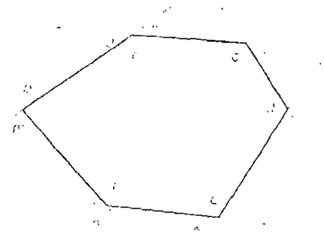
Ce qui précède cette activité, c'est un polygone de cinq côtés et cinq sommets dans lequel est identifié, tout ce qui est demandé dans ces activités. L'élève devra tracer un polygone semblable en respectant les sommets donnés dans l'énoncé et par analogie, répondre aux questions posées. Nous codons ces activités GIA.

Exercice 2, p. 169 de l'action

> *Au Canada, à peu près tout le monde voit, touche et échange des hendécagones chaque jour! Comment est ce possible? Explique ta réponse.*

Bien que l'élève ait appris la définition et la classification des polygones, il peut pour renforcer ses connaissances, chercher sur le web, ou dans un dictionnaire le préfixe hendéca pour mieux comprendre les hendécagones. Pour répondre à la consigne, l'élève peut deviner, ou donner des réponses intuitives. Nous codons l'exercice GIB.

Exercice 3, p. 172 de l'action



*Voici un hexagone. Les côtés ont été prolongés pour montrer les angles extérieurs.*
*1) Nomme ce polygone*
*2) Combien d'angles extérieurs compte chaque sommet du polygone*
*3) Si l'angle $\angle a$ mesure $85^0$, combien mesure l'angle $\angle p$? Pourquoi? [...]*

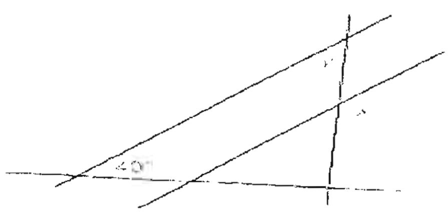
Pour répondre aux questions 1 et 2, l'élève peut appliquer ce qu'il a vu en cours ((mettre les points sur chaque sommet, compter les angles extérieurs). Nous codons ces activités GIA. Ensuite, pour répondre à la question suivante, il devra s'appuyer sur une évidence partielle en faisant référence aux caractéristiques et aux relations entre les angles. Nous codons l'activité GIIB.

Exercice 16 p. 180

> *Est-ce qu'on arrive à la même somme en considérant les angles extérieurs d'un 1) triangle ? Pourquoi ? 2) d'un pentagone? Pourquoi ? 3) d'un dodécagone ? Pourquoi ?*

La validation de cet énoncé peut se faire d'une manière déductive qui s'appuie sur les propriétés (en considérant un découpage des polygones en triangles). Nous codons l'exercice GIID.

Exercice 1 p. 177



*Voici le schéma d'une paire de droites perpendiculaires sécantes à une paire de droites parallèles. Déduis les mesures des angles x et y en justifiant toutes les étapes de ta démarche.*

La consigne est explicite dans cet exercice (sans rapporteur). L'élève peut s'appuyer sur des résultats et propriétés pré-établis (des relations entre les angles dans un triangle rectangle) pour répondre à la consigne. Nous codons l'exercice GIIB

Exercice 11, p. 179

> *Si un polygone a un angle extérieur de $150^0$, ce polygone ne peut pas être un triangle.*

Un dessin contre-exemple (tracer un triangle qui a un angle intérieur qui mesure $30^0$) pourrait contredire cet énoncé. Nous codons l'exercice RCE

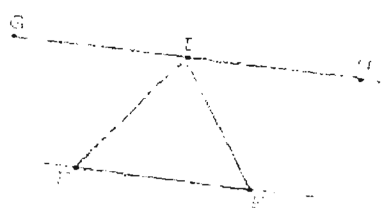
Exercice 10, p. 179

*Corinne affirme qu'elle peut déduire la somme des mesures des angles intérieurs de certains polygones si ceux-ci peuvent former un dallage (Voir exemple ci-contre)*
*A partir de ce dallage, elle déduit que la mesure d'un angle intérieur d'un carré* est de 90°.
*a) comment procède t-elle?*

Dans cet exercice, l'élève peut utiliser des propositions évidentes pour répondre à la consigne. Le guide de l'enseignement propose une solution qui s'appuie sur une évidence perceptive sur le dessin. Nous codons l'activité GIIB.

Exercice 16 p. 180

*Un élève a commencé à montrer que la somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est de $18^0$. Complète sa démonstration.*



*1- Je trace un triangle et la droite GH, parallèle à la droite FE*
*2- Les angles FDG et DFE sont ..., et ils sont.........*
*Puisque GH est parallèle à FE.*
*3 ........................*

Cette activité offre une occasion à l'élève de faire une démonstration appropriée sur la somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle. L'exercice paraît difficile pour l'élève qui devra achever la démonstration. Nous codons l'activité GIID.

Section 2 : La classification des triangles et des quadrilatères (p. 182 – 205).

Les activités se développent autour des aspects suivants:

- La classification des triangles
- Les types d'angles (droit, obtus, aigus, plat, rentrant, nul)
- La relation entre les angles
- Des droites remarquables
- La classification des quadrilatères
- Les quadrilatères quelconques
- Les trapèzes
- Les parallélogrammes
- Les losanges, les rectangles et les carrés
- Les cerfs-volants et les deltoïdes

Le contenu de cette section permet à l'élève de classifier les triangles et les quadrilatères selon des critères donnés.

**Tableau 4.6** Classification des activités par catégorie, chapitre 8, section 2, manuel B, première année du premier cycle

| Page | Exercice | Catégorie | Dessin |
|---|---|---|---|
| 182 La classification des triangles | A, B, C<br>Action | GIB<br>GIB | Demandé (dessine),<br>Aucun |
| 183<br>Le type d'angles | Action a, b, c, d<br>A<br>B | GIA<br>GIB<br>GIIB | Demandé (trace)<br>Aucun<br>Aucun |
| 184 | Action<br>C | GIIB<br>GIB | Aucun<br>Aucun |
| 185<br>La relation entre les angles | Action 1a, b, c<br>Action 2<br>A, B, C | GIA<br>GIIB<br>GIIB | Demandé (trace)<br>Aucun<br>Aucun |
| 186 | Action 1a, b, c<br>Action 2a, b, c, d, e, f<br>D<br>E | GIA<br>GIIB<br>GIA<br>GIB | Aucun<br>Codé sans mesure<br>Aucun<br>Aucun |
| 187<br>Des droites remarquables | A<br>B, C, D<br>E, F, G | GIB<br>GIA<br>GIB | Illustration<br>Demandé (trace)<br>Aucun |
| 188 | Action a, b, c, d | GIA | Sans mesure |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 189 La classification des quadrilatères | A, B | GIA | Aucun |
| | Action1, 3 | GIA | Demandé (trace) |
| | C, Action 2 | GIB | Aucun |
| 190 Les quadrilatères quelconques | A, E | GIA | Demandé (trace) |
| | B, C, D | GIB | Aucun |
| 191 Les trapèzes | A | GIA | Demandé (reproduis) |
| | Action1, 2 | GIA | Demandé (découpe) |
| | Action 3 | GIA | Sans mesure |
| 192 | B | GIE | Demandé (découpe) |
| | C, D, E, F | GIIB | Aucun |
| | A, B | GIIB | Aucun |
| Les parallélogrammes | C | GIA | Aucun |
| | D | GIB | Aucun |
| 193 | Action1 | GIB | Demandé (calque) |
| | Action2 | GIE | Aucun |
| | E-1, 2, 3, 4 | GIID | Aucun |
| 194 Les losanges, les rectangles et les carrés | A, B, C, D | GIA | Codé sans mesure |
| 195 | Action 1, 2, 3, 4 | GIIB | Aucun |
| | E | GIB | Aucun |
| | Action 1, 2 | GIA | Demandé (forme) |
| 196 Les cerfs-volants et les deltoïdes | A | GIB | Sans mesure |
| | C | GIB | Aucun |
| | B | GIA | Demandé (trace) |
| | Action 1, 2 | GIA | Aucun |
| 197 | 1a, b, c, j | RCE | Aucun |
| | 1d, e, f, g, h, i, k | GIA | Aucun |
| | 2a, b | GIA | Aucun |
| | 3a, b | GIB | Illustration |
| 198 | 4 a, b, c; 7a, b | GIA | Demandé trace) |
| | 5 | GIIB | Avec mesure |
| | 6a1, 2, 3, 4, 5, 6 | GIIB | Aucun |
| | 8 a, b, c, d, e | GIIB | Avec mesure |
| 199 | 9a1, 3, 4, 5, 6 | GIIB | Aucun |
| | 9a2, 6 | GIE | Aucun |
| | 9 b, c | GIB | Demandé (trace) |
| | 10a1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 | GIA | Illustration |
| | 11a, b | GIB | Illustration |
| 200 | 12a, 13b, 14a, b | GIA | Aucun |
| | 13a1, 2, 3, 4, 5, 6 | GIA | Aucun |
| | 12b | GIB | Aucun |
| 201 | 15a, 15b | GIA | Aucun |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 16a, b | GIB | Sans mesure |
| 202 | 17 | GIB | Sans mesure |
| | 18 | GIA | Aucun |
| | 19 | GIB | Codé sans mesure |
| | 20a, 20b | GIIB | Sans mesure |
| 203 | 21-1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 | GIIB | Avec mesure |
| 204 | 22A | GIIB | Avec mesure |
| 205 | B, E | GIIB | Sans mesure |
| | C, D | GIIB | Avec mesure |

Quelques exemples illustrant les catégories

Exercice 2, de l'action p. 185

> *Comment peux-tu convaincre quelqu'un que l'énoncé suivant est vrai : Un triangle qui a deux angles isométriques a nécessairement deux côtés isométriques.*

Cette activité peut être résolue par pliage. La solution proposée dans le guide de l'enseignement va dans le même sens. L'élève s'appuiera sur une évidence de ce qu'il va percevoir pour répondre à la question. Nous la codons GIB

Exercice a de l'action p. 185

> *Si c'est possible, trace un triangle qui possède trois angles isométriques.*

Cette activité nécessite une exécution de la consigne qui relève des exigences explicites de l'énoncé. À partir de la manipulation d'instruments, l'élève peut produire une figure correcte. Nous codons l'activité GIA.

Exercice E, p. 193

> *Vérifier les conjectures suivantes: Les angles consécutifs d'un parallélogramme sont supplémentaires ; Les angles opposés d'un parallélogramme sont supplémentaires ; Les angles consécutifs d'un*

*parallélogramme sont isométriques ; Les angles opposés d'un parallélogramme sont isométriques.*

L'élève doit justifier (établir ou réfuter) des conjectures à partir des énoncés qui lui sont proposés. Il devrait s'appuyer sur des résultats pré-établis pour répondre à la consigne. Nous codons ces activités GIID.

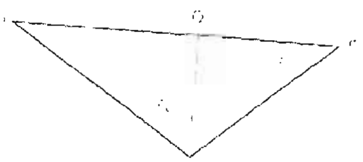
Exercice 1a, 1b

*Si les diagonales d'un quadrilatère sont isométriques, ce quadrilatère est nécessairement un parallélogramme*

*Si quadrilatère a deux paires de côtés isométriques, il est nécessairement un parallélogramme*

Les dessins des cerfs-volants et des deltoïdes contredisent les deux énoncés ci-dessus. Nous les codons RCE.

Exercice 5, p. 198



*La droite TQ est la bissectrice de l'angle UTS. Indique toutes les étapes d'une démarche qui te permet de déduire la mesure de l'angle TUQ.*

Section 3 : Le périmètre et l'aire (p. 206 – 244)

Cette section développe les aspects ci-après :

- Mesurer autour
- Des relations qui simplifient la vie
- Les unités de mesure de longueur
- Mesurer en dedans
- La déduction des relations permettant de calculer l'aire
- Activités
- En temps et en lieu

- Bric à maths
- Dans la vie

Le contenu de cette section permet à l'élève de distinguer les diverses mesures qui peuvent être effectuées sur un polygone. À travers cette section, l'élève, réinvestit les concepts de périmètre, de surface et d'aire ainsi que les méthodes pour déterminer ces différentes grandeurs (périmètre, surface, aire).

**Tableau 4.7** Classification des activités par catégorie, chapitre 8, section 3, manuel B, première année du premier cycle

| Page | Exercice | Catégorie | Dessin |
|---|---|---|---|
| 206 | A, B, C | GIB | Illustration |
| 207 Mesurer autour | A, B, C | GIA | Aucun |
| 208 | Action 1a, b, c, d, e, f | GIA | Aucun |
| | Action 2a, d | GIA | Codé avec mesure |
| | b, c, d, g, h | GIA | Sans mesure |
| | e, f | GIA | Aucun |
| | Action 3, A | GIA | Aucun |
| 209 Les unités de longueur | Action 1a, b, c, d, e | GIA | Illustration |
| | Action 2 | GIA | Aucun |
| 210 | A, B, C, D | GIA | Illustration |
| 211 | F, Action 1a, c, e | GIA | Sans mesure |
| | f | GIA | Aucun |
| | Action b, d | GIB | Avec mesure |
| | Action 2 | GIA | Ilustration |
| 212 Les unités de mesure d'aire | G, I, H1, 2 | GIA | Aucun |
| | Action 1a, b, c, d, e | GIA | Aucun |
| | Action 2a, b, c | GIA | Aucun |
| 213 la déduction des relations | A, B | GIIB | Sans mesure |
| | C, D, E, F | GIB | Sans mesure |
| 214 | G | GIB | Sans mesure |
| 215 | Action 1a, b, c, d | GIIB | Avec mesure |
| | Action e, f, g | GIA | Avec mesure |
| | Action 2a | GIIB | Avec mesure |
| | Action 2b | GIA | Avec mesure |
| 217 | Action 1a, b, c, d, e, f | GIA | Aucun |
| | Action 2a, b, c, d | GIA | Codé avec mesure |
| | Action 3, 4 | GIA | Aucun |
| 218 | 1 | GIA | Sans mesure |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 2a1, 2, 4 | GIA | Aucun |
| | 2b, 3 | GIA | Avec mesure |
| 219 | 5 | GIA | Demandé (trace) |
| | 6a, c | GIB | Aucun |
| | 6b | GIE | Demandé (découpe) |
| | 7 | GIA | Sans mesure |
| | 8a, b, c | GIA | Demandé (découpe) |
| 220 | 9a, 9b1, 2, 3, 4, 5 | GIA | Illustration |
| | 9c, d | GIB | Illustration |
| | 10a, b, c | GIA | Aucun |
| 221 | 11a, b | GIB | Aucun |
| | 11c | GIE | Aucun |
| | 11e, d | GIA | Aucun |
| | 12a, b, c, d ; 13a1, 2 | GIA | Aucun |
| | 13b | GIA | Sans mesure |
| 222 | 14a, b; 15a, b | GIA | Sans mesure |
| | 16 | GIIB | Sans mesure |
| 223 | 17 | GIA | Illustration |
| | 18 | GIA | Aucun |
| 224 | 19a, b, c | GIA | Aucun |
| | 20a, b, c, d | GIB | Aucun |
| 225 | 21a, b | GIA | Avec mesure |
| | 22a, b, c | GIA | Avec mesure |
| | 23 | GIIB | Avec mesure |
| 226 | 24a, b, c, d | GIA | Avec mesure |
| | 25 | GIIB | Sans mesure |
| 227 | 26 | GIB | Avec mesure |
| | 27a, b ; 28 | GIA | Demandé (trace) |
| | 27c | GIE | Aucun |
| | 29 | GIB | Aucun |
| 228 | 30a, b | GIIB | Avec mesure |
| | 31a, b | GIA | Avec mesure |
| 229 | 32a, b ; 33a, b, c | GIA | Avec mesure |
| | 34 ; 35a, b | GIA | Aucun |
| 230 | 36a, b | GIA | Avec mesure |
| 231 | a1, 2 | GIB | Sans mesure |
| En temps et en lieu | b | GIA | Illustration |
| 232 | 1 | GIA | Avec mesure |
| Bric à maths | 2 | GIA | Aucun |
| | 3 | GIIB | Aucun |
| 233 | 4 | GIIB | Avec mesure |
| | 5a | GIA | Reproduis |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 5b | GIB | Sans mesure |
| | 6 | GIID | Sans mesure |
| 234 | 7a, b, c, d, e, f | GIIB | Codé sans mesure |
| 235 | 8a, b, c, d | GIIB | Sans mesure |
| | 9 | GIA | Aucun |
| 236 | 10 | GIE | Reproduis |
| | 11a | GIB | Avec mesure |
| | 11b, c | GIE | Avec mesure |
| 237 | 12 | GIE | Aucun |
| | 13a | RCE | Aucun |
| | 13b, c | GIE | Avec mesure |
| | 14a, b | GIA+ | Avec mesure |
| 238 | 15a, b, c ; 16a, b | GIA | Avec mesure |
| | 17a, b, c | GIA | Aucun |
| | 18 | GIA | Sans mesure |
| 239 | 19a | GIA | Illustration |
| | 20 | GIA | Demandé (trace) |
| 240 | 21a | GIA | Demandé (construis) |
| | 21b | GIIB | Aucun |
| | 22 | GIID | Aucun |
| 241 Dans la vie | Situation 1a | GIA | Illustration |
| | 1b | GIB | Illustration |
| | 1c | GIE | Illustration |
| 242 | Situation 2 | GIA | Illustration |

Quelques exemples illustrant les catégories

Exercice A, p. 207

*Comment fait-on pour déterminer le périmètre d'un polygone?*

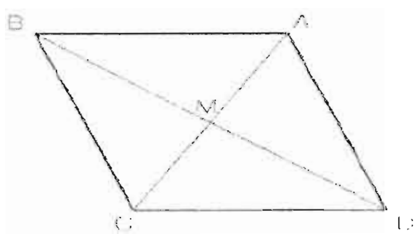
Pour répondre à cette question, l'élève applique la définition vue dans le cours. Nous codons l'exercice GIA.

Exercice 7 p. 219

*Vérifie la conjecture suivante : En doublant la mesure du côté d'un carré, on double aussi son aire.*

Cette activité ne peut être résolue à partir d'une évidence globale immédiate. L'intuition ne suffit plus pour répondre à la consigne. Il s'agit pour l'élève d'apprécier un rapport de longueur et un rapport d'aire. L'élève peut le résoudre d'une manière expérimentale. Nous le codons GIE.

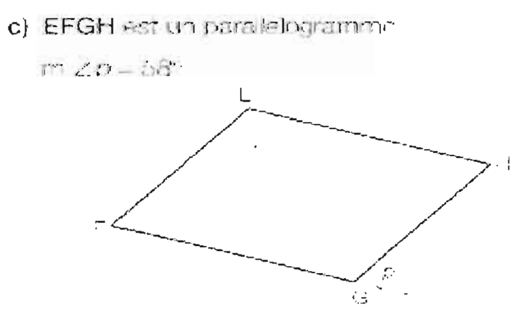
Exercice 6, p. 233




*Le triangle ACD est isocèle*
*mDA = mDC*
*DM est la hauteur du triangle ACD.*
*En te basant sur les renseignements données ci-dessus, classifie le quadrilatère ADC. Justifie ta réponse.*

Pour classifier le quadrilatère, l'élève devra faire recours à un raisonnement hypothético-déductif basé sur les propriétés de la figure. Nous codons cette activité GIID.

Exercice 7c, p. 234




*Déduis la mesure de tous les angles identifiés par un x dans chacune des figures suivantes. Explique tes réponses.*

Pour déduire l'angle x, l'élève peut s'appuyer sur les relations entre les angles du parallélogramme. Nous codons l'activité GIIB.

Exercice 13a, p.237

*Vrai ou faux? Pourquoi? N'importe quelle bissectrice d'un triangle isocèle le partage en deux triangles isométriques.*

Pour justifier cet énoncé, l'élève peut procéder par une expérimentation, qui s'appuie sur une construction, pour s'en rendre compte. Pour cela, il devra se référer aux définitions pour réussir. Un dessin contre-exemple réfute cet énoncé. Nous codons l'exercice RCE.

Dans le tableau ci-dessous nous présentons le récapitulatif de la classification des activités par catégorie et par section pour le chapitre 8.

**Tableau 4.8** Récapitulatif des résultats de la classification des activités, chapitre 8, manuel B, première année du premier cycle

| | Section | GIA | GIB | GIE | GIIB | GIIE | GIID | RCE | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Chapitre 8 | S 1 | 75 | 20 | 2 | 8 | 0 | 4 | 2 | 111 |
| | S2 | 73 | 31 | 2 | 55 | 0 | 4 | 4 | 169 |
| | S3 | 147 | 25 | 10 | 24 | 0 | 2 | 1 | 209 |
| | Total | 295 | 76 | 14 | 87 | 0 | 10 | 7 | 489 |
| | % | 60,3 | 15,5 | 3 | 17,8 | 0 | 2 | 1,4 | 100 |

Dans la section qui suit, nous classifions les activités géométriques du manuel À vos Maths, volume D, de la deuxième année du 1$^{er}$ cycle du secondaire.

### 4.2.2 Deuxième année du deuxième cycle du secondaire

Nous avons retenus trois chapitres dans cette année d'étude: le chapitre 6 « l'isométrie et la similitude », le chapitre 7 « Les polygones réguliers (2 sections) » et le chapitre 8 « Le cercle (2 sections) ». Les deux chapitres retenus sont dans « À Vos Maths! », Manuel D.

Chapitre 6: L'isométrie et la similitude (p. 54-111)

Ce chapitre est segmenté en deux sections. Il permet à l'élève d'étudier les différentes transformations géométriques particulièrement les isométries et les similitudes et aussi, il amène l'élève à analyser les caractéristiques des figures isométriques, ainsi que celles des figures semblables.

Section 1 : L'isométrie (p. 54 – 79)

Les activités se développent autour des aspects suivants :

- Séquence 1.1 : Les transformations du plan
- TIC – Les isométries
- Séquence 1.2 : La translation
- Activités
- Séquence 1.3 : La rotation
- Activités
- Séquence 1.4 : La réflexion
- Activités
- Bric à maths – Réinvestissement
- Activités

Dans cette section, l'élève étudie trois isométries du plan (transformations du plan), à savoir la translation, la rotation et la réflexion. À travers cette section, on amène l'élève à analyser les éléments qui contribuent à définir chacune des isométries. L'élève étudie aussi les propriétés des figures géométriques associées par ces différentes transformations du plan et, il applique ces transformations pour tracer l'image d'une figure.

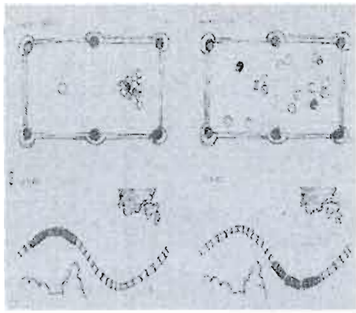
**Tableau 4.9** Classification des activités par catégorie, chapitre 6, section1, manuel D, deuxième année du premier cycle

| Page | Exercice | Catégorie | Dessin |
|---|---|---|---|
| 56 Séquence 1.1 Les Transformations du plan | A, B, C | GIB | Illustration |
| 57 | D, E | GIB | Illustration |
| 58 Les isométries du plan | A, B | GIB | Illustration |
| 59 | A, B, C, D | GIB | Sans mesure |
| 60 | Action 1 | GIA | Demandé (reproduis) |
| | Action 2, 3 | GIB | Sans mesure |
| 61 | A, B, C, D, E, F, G | GIB | Illustration |
| | H | GIB | Demandé (calque) |
| | Action 1, 2 | GIA | Sans mesure |
| 62 | I, J, K | GIA | Aucun |
| | L | GIB | Aucun |
| 63 | Action 1, 2 | GIA | Demandé (construis) |
| | A, Action 1a, b, c | GIA | Demandé (place) |
| | Action 2 | GIA | Demandé (calque) |
| | Action 3 | GIE | Sans mesure |
| 64 | B | GIB | Sans mesure |
| | C | GIB | Aucun |
| 65 Activités | 1a, b, c, d, 4a | GIIB | Demandé (effectue) |
| | 2a, b | GIB | Sans mesure |
| | 3, 4b | GIIB | Demandé (effectue) |
| 66 Séquence 1.3 La rotation | A | GIB | Illustration |
| | B, D, H, I | GIA | Illustration |
| | C, E, J | GIB | Illustration |
| | F, G | GIIE | Aucun |
| 67 | Action1, 5, 6, 7, 8 | GIA | Sans mesure |
| | Action 2, 4 | GIB | Sans mesure |
| | L | GIB | Sans mesure |
| | J, K | GIA | Sans mesure |
| 68 | M | GIA | Aucun |
| | N | GIE | Demandé (calque) |
| | Action 1 | GIA | Sans mesure |
| | Action 2, 3a, b | GIA | Sans mesure |
| 69 | Action 1 | GIIB | Demandé (construis) |
| | Action 2, A | GIB | Sans mesure |
| 70 | B | GIB | Sans mesure |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 71 Activités | 1a | GIA | Sans mesure |
| | 1b, 2a, b, c, d | GIIB | Demandé (effectue) |
| | 3 | GIA | Sans mesure |
| 72 | 4a, b, 5 | GIE | Sans mesure |
| 73 Séquence 1.4 La réflexion | A, C, B, D, E, I | GIB | Illustration |
| | F, G, H | GIB | Illustration |
| 74 | Action1, 2, 4 | GIB | Sans mesure |
| | J1, 2, K, L | GIB | Sans mesure |
| 75 | Action 1, A | GIA | Demandé (construis) |
| | 2 | GIA | Demandé (place) |
| 76 | B | GIB | Sans mesure |
| 77 Activités | 1a, b, c, d | GIA | Demandé (effectue) |
| | 2a, 3b | GIIB | Demandé (effectue) |
| | 2b, c | GIA | Sans mesure |
| | 3a, c | GIA | Demandé (trace) |
| 78 | 4a1, 2, 3 | GIA | Illustration |
| | 4b | GIA | Aucun |
| | 5a, b, c, d | GIIB | Demandé (effectue) |
| | 6 | GIA | Sans mesure |
| 79 Bric à maths | a1, 2, 3, 1c | GIB | Illustration |
| | 1b | GIA | Aucun |
| | 2a, b, c, d, e, f | GIB | Aucun |
| | 3a, b, c, d | GIE | Sans mesure |
| 80 | 4 | GIA | Aucun |
| | 5 | GIE | Sans mesure |
| | 6 | GIA | Aucun |
| | 7a, b, c | GIB | Sans mesure |
| 81 | 8a, b, c | GIA | Illustration |
| | 9a1, 2, 3, 4, 5 | GIA | Aucun |
| | 9b1, 2, 3, 4, 5 | GIB | Aucun |
| | 10 | GIA | Sans mesure |

Quelques exemples illustrant les catégories

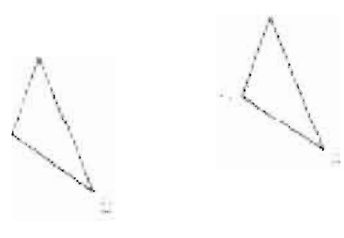
Exercices D et E, p. 57



*Les situations suivantes peuvent rappeler des transformations de la vie courante*
*D- Pour chacune des situations ci-contre, décris les différentes transformations représentées.*
*E- Quelle image intermédiaire serait plus facile à dessiner : celle pendant le bris au billard ou celle du train à 10 h 01 ? Explique ta réponse.*

Ces exercices sont donnés juste au début du cours sur l'isométrie. L'élève peut donner des réponses intuitives en s'appuyant sur ses observations sur les dessins. Nous codons ces activités GIB.

Exercice de la rubrique "action", p. 61



1. *Calque les triangles ci-contre et relie les sommets de la figure initiale aux sommets homologues de l'image par des segments de droite.*
2. *Identifie les caractéristiques communes à tous les segments que tu as tracés.*

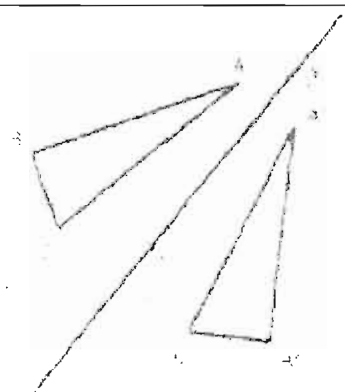
La première activité impose l'exécution des consignes. Pour la deuxième activité, l'élève peut se servir de la règle graduée pour mesurer les longueurs des segments des deux figures pour déterminer les caractéristiques des segments. Nous codons ces activités GIA.

Exercices 5, p. 78

*Sur une même feuille, effectue les transformations suivantes, l'une à la suite de l'autre.*
*une réflexion du triangle DEF selon l'axe DE*
*une rotation du triangle DEF de 180°, de centre E*
*une réflexion du triangle DEF selon l'axe EF.*

Il s'agit dans ces activités de réaliser des constructions. L'élève devra se servir des caractéristiques des différentes isométries, des instruments pour effectuer les transformations demandées. Nous codons ces activités GIIB.

Exercices J et K, p. 74

| | |
|---|---|
|  | *J- Selon toi, quelle relation existe-t-il entre :*<br>*1) la trace AA' et l'axe de réflexion ?*<br>*2) la trace AA' et la trace BB'*<br>*K- Tes réponses à la question J s'appliquent-elles à toutes les traces ?* |

Ces activités reposent sur des évidences qui portent sur des relations faciles à observer par l'élève dans ce cas particulier, mais aussi, l'élève peut imaginer d'autres cas possibles. Nous codons ces activités GIB.

Exercice 6, p. 80

*L'image d'un carré par réflexion à une aire de 64 cm$^2$. Quel est le périmètre de la figure initiale*

Pour répondre à la consigne, l'élève devra appliquer les propriétés des isométries (particulièrement les réflexions) et utiliser par la mesure des côtés de la figure initiale et celle de l'image. Nous codons l'exercice GIA.

Section 2: La similitude (p. 82-111).

Cette section développe les aspects ci-après :

- Séquence 2.1 L'homothétie
- Activités
- Séquence 2.2 Les propriétés des figures semblables
- Activités
- Bric à maths- Réinvestissement section 1
- Dans la vie
- Escale
- Option projet- Pour une bonne cause

Cette partie du chapitre permet à l'élève de découvrir une autre transformation du plan qui est l'homothétie. Il apprend à tracer l'image d'une figure par cette nouvelle transformation. Il découvre les figures semblables et les règles particulières pour agrandir ou réduire des figures tout en conservant leur allure. Il aborde le concept de proportionnalité et les liens entre les rapports de similitude, le rapport de périmètre et le rapport des aires des figures semblables.

**Tableau 4.10** Classification des activités par catégorie, chapitre 6, section 2, manuel D, deuxième année du premier cycle

| Page | Exercice | Catégorie | Dessin |
|---|---|---|---|
| 82 La similitude | A, B, C, D | GIA | Illustration |
| 83 Séquence 2.1 | A | GIB | Sans mesure |
| L'homothétie | B | GIA | Sans mesure |
| 84 | Action 1 | GIA | Demandé (dessine) |
| | C, F | GIB | Illustration |
| | D | GIA | Illustration |
| | E1, 2 | GIA | Aucun |
| 85 | G, H, I, J1, 2; K | GIA | Sans mesure |
| | L, M | GIB | Sans mesure |
| 86 | Action 1, 6, 7 | GIA | Sans mesure |
| | Action 2a, b | GIA | Illustration |
| | Action 3,5 | GIID | Demandé (détermine) |
| | N, O | GIB | Sans mesure |
| 87 | P, Q, R, S, T | GIA | Sans mesure |
| 88 Les propriétés | A1, 2, 3 ; D1, 2, 3 | GIA | Sans mesure |
| de l'homothétie | B, C1, 2 | GIB | Sans mesure |
| | E1, 2, 3 ; F1, 2 | GIA | Sans mesure |
| | G1, 2, 3 ; H1, 2 | GIA | Sans mesure |
| 89 | I, J, M | GIB | Sans mesure |
| | K, L | GIA | Sans mesure |
| 90 | Action 1, 2, 3, 4 | GIA | Sans mesure |
| | Action 2, 3 | GIA | Sans mesure |
| 91 Activités | 1a, b | GIA | Demandé (effectue) |
| | 1c, 3d | GIE | Sans mesure |
| | 1d, 2a, b | GIA | Demandé (dessine) |
| | 3a, b, c | GIIB | Sans mesure |
| 92 | 4-1, 2, 3, 4 | GIIB | Aucun |
| | 5 | GIA | Aucun |
| | 6 | GIA | Avec mesure |
| | 7a, b, c | GIA | Demandé (effectue) |
| 93 Séquence 2.2 Les propriétés des figures semblables | A, B, C | GIB | Aucun |
| 94 La relation entre | A, B, C | GIB | Aucun |
| les angles homologues | D | RCE | Demandé (trace) |
| | Action1, 2 | GIB | Sans mesure |
| | Action 3, 4 | GIB | Sans mesure |
| | Action 5 | GIA | Demandé (trace) |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 95 La relation entre les côtés homologues | A, B, C, D, E, F | GIA | Avec mesure |
| | G | GIB | Demandé (trace) |
| | Action a, b, c | GIA | Avec mesure |
| 97 Les triangles semblables | A, B | GIA | Aucun |
| | Action1, 3, 4, 5 | GIA | Demandé (trace) |
| | Action 6a, b | GIA | Sans mesure |
| | Action 7 | GIA | Avec mesure |
| 98 | Action 1a, b, c, d | GIA | Aucun |
| | Action 3a | GIIB | Avec mesure |
| | Action 3c, d, e, f | GIA | Avec mesure |
| | Action 3b, g | GIB | Avec mesure |
| 99 | A, C, B | GIB | Aucun |
| | D, E, F | GIA | Illustration |
| | Action 1, 2, 3, 4 | GIA | Avec mesure |
| 100 | Action 1, 2, 3, 4, 5, 6 | GIA | Aucun |
| 101 Activités | 1a | GIIB | Avec mesure |
| | 1b, c, d, e | GIA | Avec mesure |
| | 2a | GIB | Aucun |
| | 2b | RCE | Aucun |
| | 3a, b | GIA | Avec mesure |
| 102 | 4a | GIIB | Avec mesure |
| | 4b | GIA | Illustration |
| | 5b1, 2, 3 | GIA | Aucun |
| | 5c1, 2, 3 | GIA | Aucun |
| 103 Bric à maths | 1 | GIA | Aucun |
| | 2a, b | GIE | Demandé (découpe) |
| | 3 | GIID | Demandé (construis |
| | 4a, b | GIA | Illustration |
| | 5a, b | GIB | Illustration |
| 104 | 6a, b | GIA | Avec mesure |
| | 7 | GIIB | Sans mesure |
| 105 | 8, 10 | GIB | Aucun |
| | 9a, b | GIA | Avec mesure |
| | 11 | GIA | Demande (dessine) |
| 106 | 12 | GIA | Avec mesure |
| | 13 | GIA | Aucun |
| | 14 | GIA | Sans mesure |
| 107 Dans la vie | Situation 1 | GIB | Image |
| 108 | Situation 2 | GIB | Illustration |
| 110 | Activité d'intégration | GIB | Demandé (trace) |

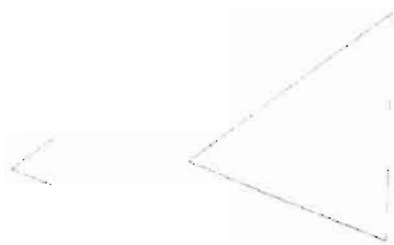
Quelques exemples illustrant les catégories

Exercice A, p. 82.

*A- Selon toi que sont des figures semblables ? [...]*
*D- Selon toi des figures isométriques sont-elles des figures semblables ?*

Cet exercice est donné sans avoir vu le cours sur les figures semblables. L'élève peut chercher des informations sur le web ou dans les livres. Nous codons ces activités GIA.

Exercice de la rubrique "action", p. 86



*Les triangles ABC et A'B'C' ci-contre sont associés par une homothétie.*
*1. Mesure les angles et les côtés des triangles*
*2. Que remarques-tu à propos*
*a) de la mesure des angles ?*
*b) de la mesure des côtés ? [...]*

Pour répondre aux questions posées, l'élève applique les consignes en manipulant les instruments. Nous codons l'activité GIA.

Exercice 2b, p. 101

*Deux figures semblables sont nécessairement des figures isométriques.*

Cet énoncé est réfuté par un contre exemple. Nous le codons RCE.

Exercice 2, p. 103

*Découpe un triangle dans du papier. Par pliage apporte chaque sommet sur un autre sommet et marque les plis. Que remarques-tu ?*

Cette activité est expérimentale, l'élève pourra découvrir des triangles semblables à chaque fois qu'il apporte chaque sommet d'un triangle sur un autre par pliage. Nous codons l'exercice GIE.

Dans le tableau ci-dessous nous présentons le récapitulatif de la classification des activités par catégorie et par section du chapitre 6.

**Tableau 4.11** Récapitulatif des résultats de la classification des activités, chapitre 6, manuel D, deuxième année du premier cycle

| | Section | GIA | GIB | GIE | GIIB | GIIE | GIID | RCE | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Chapitre 6 | S 1 | 62 | 71 | 11 | 16 | 0 | 0 | 0 | 162 |
| | S2 | 117 | 37 | 4 | 13 | 2 | 4 | 2 | 177 |
| | Total | 179 | 108 | 15 | 29 | 2 | 4 | 2 | 339 |
| | % | 52,8 | 31,8 | 4,4 | 8,5 | 0,6 | 1,3 | 0,6 | 100 |

<u>Chapitre 7</u> : <u>Les polygones réguliers (p.114-134)</u>

Ce chapitre est structuré en deux sections, Il aborde les polygones réguliers. À travers ce dernier, on amène l'élève à observer les régularités qui existent dans ces polygones de façon à faire émerger diverses propriétés relatives aux axes de symétrie et aux mesures d'angles

<u>Section 1</u> : <u>La régularité (p.112-157)</u>

Cette section se développe autour des aspects ci-après:

- Séquence 1.1 : La nature fait bien les choses
- Séquence 1.2 : Des polygones aux polygones réguliers
- TIC- la construction de l'image d'un kaléidoscope
- Activités
- Séquence 1.3: Les angles des polygones réguliers
- Activités
- Séquence 1.4: Les constructions
- TIC- du segment au polygone régulier
- Activités

Cette partie du chapitre invite l'élève à observer d'abord des objets de la nature afin de percevoir des régularités à caractère géométrique. Les observations qu'il aura à faire lui conduiront à classifier, situer et à définir des polygones qui lui permettront de découvrir les propriétés y relatives.

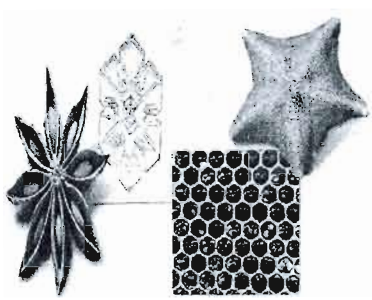
**Tableau 4.12** Classification des activités par catégorie chapitre 7, section 1, manuel D, deuxième année du premier cycle

| Pages | Exercices | Catégories | Dessin |
|---|---|---|---|
| 114 Séquence 1. | A | GIB | Illustration |
| 115 | A, B, C, D | GIB | Illustration |
| | Action 1, 3 | GIB | Aucun |
| | Action 2a, b | GIA | Demandé (dessine à main levée) |
| 116 Séquence 1.2 | A | GIA | Demandé (trace) |
| | B | GIB | Aucun |
| 117 | Action 1 | GIIB | Sans mesure |
| | Action 2, 4 | GIA | Demandé (trace) |
| | Action 3 | GIB | Aucun |
| 118 Les axes de symétrie des polygones réguliers | C | GIA | Aucun |
| | D1, 2, A | GIB | Illustration |
| 119 | 1, 2, 3, 5 | GIB | Sans mesure |
| | 4, 6 | GIA | Sans mesure |
| 120 | Action 1, 2, 3, 4 | GIA | Demandé (trace) |
| | Action 5 | GIB | Sans mesure |
| 121 Activités | 1a | GIA | Demandé (dessine) |
| | 1b | GIIB | Sans mesure |
| | 2a, b | RCE | Aucun |
| | 3a, b | GIA | Aucun |
| | 4, 5 | GIB | Illustration |
| 122 | Action 1 | GIA | Sans mesure |
| | Action 2,3 | GIIB | Sans mesure |
| | Action 4, 5 | GIA | Sans mesure |
| 124 | A | GIIE | Sans mesure |
| | B | GIIB | Sans mesure |
| | C, D, E | GIA | Sans mesure |
| 125 Activités | 1a, d, 2, 3 | GIA | Aucun |
| | 1b | GIE | Aucun |
| | 1c, d, e | GIA | Sans mesure |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 126 | 4, 5, | GIA | Sans mesure |
| | 8 | GIID | Aucun |
| | 7, 6a, b | GIIB | |
| 127 | Action 1a, b, c, d | GIA | Demandé (trace) |
| | Action 2, 3 | GIB | Aucun |
| 128 | Action 1, 2 | GIA | Demandé (trace) |
| 129 | Action 1, 2 | GIA | Demandé (trace) |
| | A, B | GIA | Aucun |
| 130 | A | GIA | Aucun |
| 131 | 1, 5 | GIE | Demandé (découpe) |
| | 2a, 3, 6, 7 | GIIB | Demandé (reproduis) |
| | 2b, 4 | GIA | Demandé (trace) |
| 132 Bric a maths | 1a, b, c, d, e | GIA | Aucun |
| | 2a, b, c, 5 | GIA | Aucun |
| | 3 | GIE | Aucun |
| | 4 | GIIB | Sans mesure |
| 133 | 6a, b, c | GIIB | Sans mesure |
| | 7a | GIB | Aucun |
| | 7b | RCE | Aucun |
| | 8 | GIIB | Sans mesure |
| | 9, 10a, b | GIA | Sans mesure |
| 134 | 11 | GIID | Sans mesure |

Quelques exemples illustrant des catégorie

Exercice séquence 1.1, p. 114-115



*A- Décris les caractéristiques communes aux objets*
*B- Quel lien peut-on établir entre ces formes et un cercle ? Explique ta réponse*
*C- Pour chacun de ces objets de la nature, décris avec le plus de précision possible la ou les transformations qu'on peut y retrouver [...]*

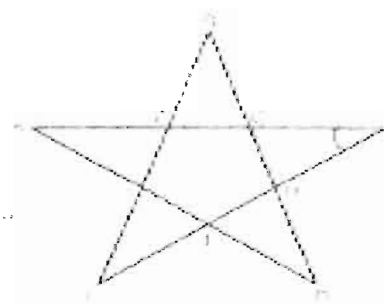
Ces exercices permettent à l'élève de faire des observations et des analyses sur les objets de la nature. Ces activités devraient conduire l'élève à retrouver les axes de symétrie de chacun des objets. Comme elles sont données avant le cours, l'élève donnera des réponses intuitives. Nous les codons GIB

Exercice 2, p. 125

*Détermine la mesure d'un angle extérieur d'un a) triangle rectangle; b) heptagone régulier; c) décagone régulier.*

L'élève devra appliquer la formule de la mesure de l'angle extérieur d'un polygone à n côtés (n étant le nombre de côtés du polygone), pour répondre aux différentes questions posées. Nous codons l'exercice GIA.

Exercice 8, p. 126



*L'étoile ci contre est régulière. Détermine la mesure de l'angle ACE. Justifie toutes les étapes qui t'ont permis de déterminer cette mesure.*

Nous avons constaté que les figures géométriques étoilées ne sont pas à l'étude dans ce manuel. Pour répondre à la consigne, l'élève devrait s'appuyer sur les caractéristiques et les relations entre les angles et aussi, sur les relations développées à propos des pentagones réguliers et des triangles isocèles (consignes proposées dans le guide de l'enseignement). Nous codons l'exercice GIID

<u>Section 2</u> : <u>Le périmètre et l'aire des polygones (135-157)</u>

Les activités se développent autour des aspects suivants :

- Séquence 2.1 : Le périmètre des polygones réguliers
- Activités
- Séquence 2.2 : L'aire des polygones réguliers
- Activités
- Bric à maths- Réinvestissement section 2
- Dans la vie
- Escale
- Option projet- Génies du jardin

Dans cette section, l'élève aborde les différentes façons de calculer le périmètre et l'aire des polygones réguliers. À l'aide du concept des fractales, il analyse la variation du périmètre de figures données en fonction de l'aire de ces figures. Cette section va lui permettre d'établir un lien entre les concepts et les processus qui sont en jeu et les calculs des aires de triangles et de quadrilatères vus en première année du cycle.

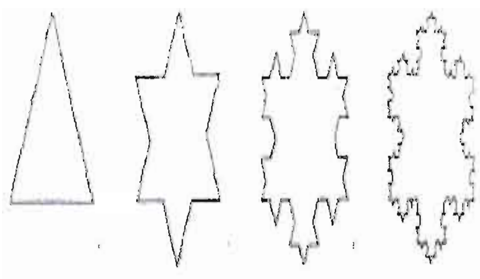
**Tableau 4.13** Classification des activités par catégorie, chapitre 7, section 2, manuel D, deuxième année du premier cycle

| Pages | Exercices | Catégorie | Dessin |
|---|---|---|---|
| 135 le périmètre et l'aire de polygones réguliers | A | GIA | Aucun |
| 136 | Action1, 5 | GIB | Sans mesure |
| | Action 2, 3, 4 | GIA | Sans mesure |
| 137 | Action1, 2, 3, 4 | GIA | Demandé (trace) |
| Séquence 2.1 | A | GIIB | Demandé (partage) |
| le périmètre des | B | GIA | Aucun |
| polygones réguliers | C, D, E, F | GIA | Demandé (dessine) |
| 138 | Action 1a, b, c, d | GIA | Avec mesure |
| | 2a, b, c | GIA | Aucun |
| | 3a, b, c, d | GIA | Avec mesure |
| | 4a, b, c | GIA | Aucun |
| 139 | G, H | GIA | Aucun |
| | I, J1, 2 | GIA | Aucun |
| 140 Activités | 1a, b, c, d, e | GIA | Avec mesure |
| | 2a, b | GIA | Sans mesure |
| | 3a, b, c, d, 4 | GIA | Aucun |
| 141 Séquence 2.2 L'aire de polygones réguliers | A | GIA | Sans mesure |
| 142 | B | GIB | Aucun |
| | C, D | GIA | Demandé (trace) |
| | Action1, 2, 3a, b | GIA | Aucun |
| | Action 5, 6, 7 | GIB | Aucun |
| 143 | E, G | GIA | Sans mesure |
| | F | GIB | Sans mesure |
| 144 | H1, 2, 3 | GIA | Aucun |
| | Action a, b, c | GIA | Aucun |
| 145 | A, B, D | GIA | Sans mesure |
| | C | GIB | Sans mesure |
| 146 | Action a, b, c, d | GIA | Avec mesure |
| | Activité 1 | GIA | Sans mesure |
| | Activité 2 | GIA | Sans mesure |
| 147 | 3a1, 2, 3, 4 | GIA | Sans mesure |
| | 3b | GIA | Avec mesure |
| | 5, 6 | GIIB | Avec mesure |
| Bric à maths | 1, 5 | GIA | Sans mesure |
| 148 | 3a, b, c | GIA | Sans mesure |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 2a, b | GIE | Aucun |
| | 4 | GIB | Aucun |
| 149 | 6a, b | GIA | Sans mesure |
| | 7a, b, c | GIA | Aucun |
| | 8, 9a, b, c | GIA | Avec mesure |
| 150 | 10, 12 | GIA | Aucun |
| | 11a, b, c, d | GIA | Avec mesure |
| | 13 | GIA | Sans mesure |
| 151 | 14a | GIIB | Avec mesure |
| | 14b, c, d | GIA | Avec mesure |
| | 15, 17 | GIA | Aucun |
| | 16 | GIB | Aucun |
| 152 Dans la vie | Situation 1 | GIB | Illustration |
| 154 | Faire le point | GIA | Aucun |
| 155 Activité d'intégration | 1, 2, 3 | GIIB | Image |
| 156 | Tâche 1 | GIA | Demandé (fais un croquis) |
| 157 | Tâche 2, 3 | GIB | Exercice de tracé |

<u>Quelques exemples illustrant des catégories</u>

Exercice de la rubrique "action", p. 136

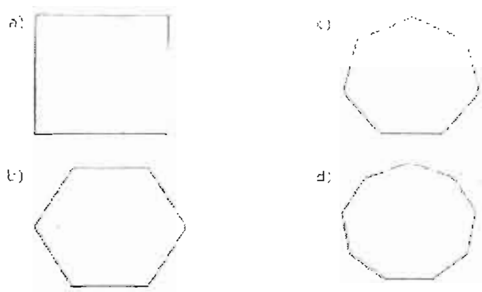


Les quatre premières figures de la suite de flocons de Koch

*La suite des figures ci-contre a été développée par un mathématicien suédois nommé Helge von Koch (1870-1924).*
*[....]*
*Dans tes propres mots, décris comment on forme chaque figure à partir de la figure précédente* [....]

L'élève peut décrire les figures les unes après les autres en observant les dessins. Les descriptions des élèves peuvent se faire d'une façon intuitive à partir de ce qu'ils perçoivent sur le dessin. Nous codons l'activité GIB.

Exercice 1, p. 138



*Calcule le périmètre des polygones réguliers suivants.*

Exercices de l'action, p. 144

> *Détermine l'aire des polygones réguliers suivants:*
>
> *a) Un heptagone régulier de 4 cm de côté et dont l'apothème mesure environ 4 cm. b) un triangle équilatéral dont le périmètre est de 9 cm et dont l'apothème mesure environ 0,9 cm. c) un hexagone régulier dont l'apothème mesure environ 2,6cm, inscrit dans un cercle ayant un rayon de 3 cm.*

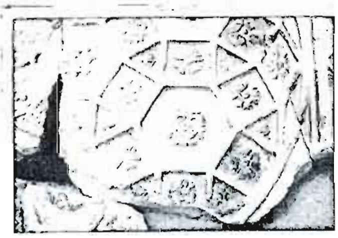
Les exercices de calcul d'aires et de périmètre nécessitent souvent l'application des formules. Nous les codons GIA.

Exercice C, p. 137

> *Quel est le périmètre d'un polygone qu'on peut former avec:1) trois cures dents identiques? 2) quatre cures dents identiques?3) cinq cure dents identiques? 4) n cures dents identiques?*

La formulation de la règle ne peut se faire d'une manière intuitive. L'élève cherchera à l'établir de manière empirique. Nous codons cette activité GIA.

Exercice " Activité d'intégration", p. 155



*1- Reproduis cette rosace de façon que les côtés des carrés mesurent 3 cm.*
*2- Les triangles compris entre deux carrés sont-ils équilatéraux ? Justifie ta réponse.*
*3- Détermine le périmètre et l'aire de la rosace que tu as tracée.*

L'élève commence par une reproduction du dessin en tenant compte des exigences contenues dans l'énoncé. La deuxième question l'amène à raisonner pour justifier la nature des triangles. Il devra s'appuyer sur les définitions et sur les propriétés des figures pour répondre à la question. Nous codons l'activité GIIB

Dans le tableau ci-dessous nous présentons le récapitulatif de la classification des activités par catégorie et par section du chapitre 7.

Tableau 4.14 Récapitulatif des résultats de la classification des activités, chapitre 7, manuel D, deuxième année, du premier cycle

| | Section | GIA | GIB | GIE | GIIB | GIIE | GIID | RCE | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Chapitre 7 | S1 | 58 | 30 | 1 | 1 | 1 | 0 | 3 | 103 |
| | S2 | 104 | 22 | 2 | 4 | 0 | 0 | 0 | 123 |
| | Total | 162 | 37 | 3 | 5 | 1 | 0 | 3 | 226 |
| | % | 71,7 | 23 | 1,3 | 2,2 | 0,4 | 0 | 1,4 | 100 |

Chapitre 8 : Le cercle (p. 160-171)

Section1 : Une forme naturelle

Les activités se développent autour des aspects suivants :

- Exploration
- Séquence 1.1 : Le cercle
- Activités
- Séquence 1.2 : Situer le centre d'un cercle
- TIC- la construction d'un cercle
- Activités
- Bric à maths –Réinvestissement section 1

Ce segment du chapitre 8 permet à l'élève, de se familiariser avec les caractéristiques du cercle et d'apprendre à utiliser correctement le compas afin de tracer des cercles, des arcs de cercle et de reporter des longueurs ou des distances. La résolution des problèmes qui impliquent les formes circulaires est aussi présente dans cette partie.

**Tableau 4.15** Classification des activités par catégorie chapitre 8, section 1, manuel D, deuxième année du premier cycle

| Pages | Exercices | Catégorie | Dessin |
|---|---|---|---|
| 160 Une forme naturelle | A, B, C, D, E, F | GIA | Illustration |
| | G | GIB | Illustration |
| 161 Séquence 1.1 le cercle | A, Action 1, 2, 5 | GIA | Sans mesure |
| | Action 3, 4 | GIA | Demandé (trace) |
| 162 | A, B | GIA | Aucun |
| 163 la mesure des arcs | A, B | GIB | Aucun |
| | Action 3 | GIA | Aucun |
| | C | GIE | Aucun |
| | Action 1a, b, c, d | GIA | Aucun |
| | Action 2a, b, c, d | GIA | Aucun |
| 164 Activités | 1a | RCE | Aucun |
| | 1b | GIB | Aucun |
| | 1e | GIE | Sans mesure |
| | 2a, b, c, 3a, b, c, d | GIA | Demandé (trace) |
| | 4a, b | GIA | Aucun |
| 165 Séquence 1.2 Situer le centre du cercle | A, B, C, D, E | GIA | Aucun |
| 166 | A, C | GIB | Aucun |
| | B, E | GIA | Aucun |
| | D | GIE | Aucun |
| 167 | F | GIA | Aucun |
| 168 Activités | 1a, 2a, b, 3a | GIA | Demandé (trace) |
| | 4 | GIB | Illustration |
| 169 | 5a-1, 2, 3, 4 | GIB | Image |
| | 6a | GIE | Sans mesure |
| | 6b | GIB | Illustration |
| 170 Bric à maths | 1a, 2a, b, c | GIA | Demandé (trace) |
| | 1b, 3a, b | GIB | Sans mesure |
| | 4 a, b | RCE | Aucun |
| | 5a, b, c | GIA | Aucun |
| | 6a, b | GIB | Aucun |
| 171 | 7, 9b, c, d | GIB | Illustration |
| | 8a, b, c, d, e | GIA | Sans mesure |
| | 8f | GIIB | Demandé (dessine) |
| | 9a | GIA | Illustration |

Quelques exemples illustrant les catégories

Exercices B et C, p. 160.

> *Trouve une forme naturelle qui ne comporte pas d'angles, ni de segments. Selon toi, quelles caractéristiques devraient posséder une forme ronde.*

Pour répondre aux questions, l'élève peut faire recours à son intuition. Nous codons l'activité GIB.

Exercice 1a, p. 163

> *Quelle est la mesure de l'angle au centre qui intercepte: a)La moitié de la circonférence? c) les* $\frac{3}{5}$ *de la circonférence ? 25% de la circonférence? d) les* $\frac{13}{360}$ *de la circonférence ?*

La résolution de ces activités nécessite l'application des formules vues en cours. Nous codons les GIA.

Exercice 1, p. 164

> *Indique si les énoncés suivants sont vrais ou faux. Donne un contre exemple pour chaque énoncé que tu juges faux.*
> a) *il est impossible qu'un arc mesure plus de 360°.*
> b) *un angle au centre qui intercepte le quart de la circonférence est un angle droit.*
> c) *Il est possible qu'un angle inscrit soit un angle rentrant.*

Un contre-exemple suffit pour invalider l'énoncé a). Nous le codons RCE. L'élève peut valider l'énoncé b) à partir d'une évidence immédiate sur le dessin. Nous codons cette activité GIB. Quant à l'énoncé c), l'élève peut le justifier expérimentalement. Nous le codons GIE.

Exercice 4-a, p. 170

*Indique si les énoncés suivants sont vrais ou faux. Donne un contre-exemple pour chaque énoncé que tu juges faux. a) Dans un cercle toutes les cordes sont des axes de symétrie. b) dans un cercle, tous les axes de symétrie sont des cordes.*

Pour valider ces énoncés, on peut expérimenter en traçant plusieurs cordes dans un cercle. Certaines ne passeront pas par le centre. Cette expérience conduira à invalider les énoncés. Nous codons ces exercices RCE.

Exercice 2, p. 170

*Trace un cercle où l'on retrouve les quatre éléments suivants. Le rayon OS; 2) l'arc de 180° AS ; 3) l'angle inscrit ABS; 4) le triangle inscrit ASR.*

L'élève réalise une activité de tracé. Il suit les consignes en manipulant les instruments. Nous codons cette activité GIA.

Section 2: La circonférence et l'aire (p. 172- 201)

Dans cette section, les activités se développent autour des aspects suivants :

- Séquence 2.1 : L'histoire du rapport c/d
- Activités
- Séquence 2.2 : La circonférence et les arcs
- Activités
- Séquence 2.3 : Les disques et les secteurs
- Activités
- Bric à maths- Réinvestissement section 2
- Dans la vie
- Escale
- Option projet- Poésie

Cette partie du chapitre va permettre à l'élève de découvrir l'histoire du nombre p qui souvent implique des approximations dans les calculs. Il va aussi aborder les relations qui vont lui permettre le calcul respectif de la circonférence du cercle et de l'aire du disque.

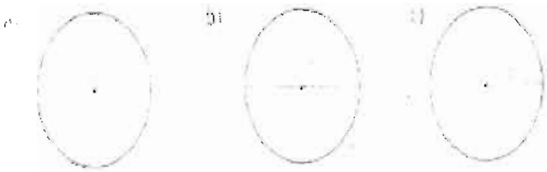
**Tableau 4.16** Classification des activités par catégorie, chapitre 8, section 2 manuel D, deuxième année du premier cycle

| Pages | Exercices | Catégorie | Dessin |
|---|---|---|---|
| 172 | A, B, C | GIA | Aucun |
| | Action 1, 2, 3 | GIA | Demandé (trace) |
| 173 Séquence 2.1 l'histoire du rapport C/d | A | GIA | Aucun |
| | B | GIA | Aucun |
| 174 | A, B | GIA | Aucun |
| | Action 1a, b, c | GIA | Sans mesure |
| | Action 2 | GIA | Sans mesure |
| 175 | Action 3, 4, 5 | GIA | Sans mesure |
| | C | GIA | Aucun |
| 176 | Action 1, 2, 3 | GIA | Aucun |
| 178 Activités | Action 1, 2, 3 | GIA | Aucun |
| | 1, 2 | GIA | Aucun |
| 179 | 3a, b, 4a, b | GIA | Aucun |
| 180 Séquences 2.2 La circonférence et les arcs | A, B | GIA | Aucun |
| | Action 1a, b, c, d, e, f | GIA | Avec mesure |
| 181 | 2a, b, c, d, e, f | GIA | Aucun |
| | 3a, b, c, d, e, f, C | GIA | Illustration |
| 182 la longueur d'un arc | A | GIA | Sans mesure |
| | B, C, D | GIB | Aucun |
| | Action 2a, b, c, d, e, f, 3 | GIA | Aucun |
| | Action 1 | GIA | Aucun |
| 183 | Action1, 2 | GIA | Aucun |
| 184 Activités | 1a, b, c, d, 2, 4a, b | GIA | Illustration |
| | 3a, b | GIA | Aucun |
| 185 | 5a, b, 8, 9a, b | GIA | Aucun |
| | 6a, b, c, d, e, f, g, 7 | GIA | Illustration |
| 186 Séquences 2.3 les disques et les secteurs | A, F | GIB | Aucun |
| | B, C, Action 1, 2, 3 | GIA | Aucun |
| | D | GIE | Aucun |
| | E | GIA | Aucun |
| 187 | G, H, I | GIA | Sans mesure |
| | J, K, L, M, N | GIB | Sans mesure |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 188 L'aire d'un disque | Action 1a, b, c, d | GIA | Aucun |
| | 2a, b, c, 3, 4 | GIA | Aucun |
| 189 L'aire d'un secteur | A | RCE | Sans mesure |
| | B, F, G | GIA | Aucun |
| | C, D, E | GIB | Aucun |
| | Action 1, 2, 3 | GIA | Aucun |
| 190 | Action 1, 2 | GIA | Aucun |
| 191 Activités | 1a, b, c, d, e, f | GIA | Aucun |
| | 2, 5 | GIA | Sans mesure |
| | 3, 4, 6 | GIA | Aucun |
| 192 Bric à maths | 1 | GIA | Demandé (trace) |
| | 2a, b ; 3a, b | GIA | Sans mesure |
| | 4a, b | GIA | Sans mesure |
| | 5 | GIA | Aucun |
| 193 | 6a, b, c, d, e, f, g, h, i | GIA | Aucun |
| | 7a, b, c; 8a, b | GIA | Aucun |
| | 9 | GIB | Aucun |
| | 10 | GIA | Illustration |
| 194 | 11a, b, c, 12a, b | GIA | Illustration |
| | 13 | GIA | Aucun |
| 195 | 14 | GIA | Illustration |
| | 16a-1, 2, 3, 4 | GIA | Sans mesure |
| | 15 ; 17a, b, c | GIA | Demandé (trace) |
| 196 | 18, 19a, b, c, d | GIA | Avec mesure |
| | 20 ; 21b, c, d | GIA | Demandé (trace) |
| | 21a | GIB | Illustration |
| 197 | 22a, b, 24a, b | GIA | Aucun |
| | 23, 25, 26 | GIA | Aucun |
| 198 | Situation1 | GIA | Aucun |
| | Situation 2 | GIA | Illustration |
| 200 | Activité d'intégration | GIA | Sans mesure |

Quelques exemples illustrant les catégories

Exercice 1 de l'action p. 180



*Calcule la circonférence des cercles suivants.*

Pour trouver les circonférences des différents cercles, l'élève va appliquer la formule qui convient. Nous codons ces activités GIA.

Exercice 1 de l'action p. 182

*Quelle portion de la circonférence d'un cercle représente un arc : de 180° de ce cercle ? d) de 1080° de ce cercle ? b) de 60° de ce cercle ? e) de π° de ce cercle ? c) de 45° de ce cercle ? f) de n° de ce cercle ?*

L'élève va appliquer les formules pour répondre à la consigne. Nous codons ces activités GIA.

Exercice A, p. 189

*Selon toi, est-ce que tous les secteurs de 400 ont la même aire* ?

Pour répondre à la question, l'élève peut considérer deux disques qui ont des grosseurs différentes. En traçant un secteur de 400 pour chacun des disques, l'élève peut remarquer que les deux secteurs ont des aires différentes. Nous codons cette activité RCE.

**Tableau 4.17** Récapitulatif des résultats de la classification des activités, chapitre 8, manuel D, deuxième année, du premier cycle

| | Section | GIA | GIB | GIE | GIIB | GIIE | GIID | RCE | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Chapitre 8 | S1 | 57 | 21 | 4 | 1 | 0 | 0 | 3 | 86 |
| | S2 | 177 | 16 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 195 |
| | Total | 234 | 37 | 5 | 1 | 0 | 0 | 4 | 281 |
| | % | 83,2 | 13,2 | 1,8 | 0,4 | 0 | 0 | 1,4 | 100 |

## Conclusion

En résumé, chaque catégorie regroupe des activités selon les caractéristiques définies dans la grille d'analyse développée au chapitre III.

# CHAPITRE V

# PRÉSENTATION DES RÉSULTATS

Dans ce chapitre, nous présentons dans un premier temps les résultats de la classification des activités géométriques (exercices et problèmes) en fonction des catégories constituées par chapitre et par année d'étude. Pour chaque année, nous nous prononcerons sur le comportement de chaque catégorie par année mais aussi d'une année à l'autre. La présentation des informations relevées sur le dessin suivra par la suite. Les résultats recueillis sur le dessin mettent en évidence son statut, à travers les activités des catégories qui jouent un rôle prééminent tant en géométrie I (celles codées GIA GIB, GIE), qu'en géométrie II (celles codées GIIB, GIIE, RCE et GIID). Dans un second temps, nous discuterons les résultats obtenus. Nous rappelons que dans cette recherche, nous avons comme objectif d'observer d'une part, l'évolution (présence et la place occupée) des catégories d'activités qui sont susceptibles de développer les habiletés à la production de la preuve et d'autre part, l'évolution du statut de l'objet géométrique qu'est le dessin. Ces objectifs ont comme finalité de porter un regard sur une progression des exigences de production de preuve, à travers les activités géométriques proposées dans les manuels à l'étude. Ils suscitent dans cette perspective les interrogations de recherche suivantes:

- Quels types d'activités géométriques sont proposés aux élèves, par année d'étude, en lien avec les habiletés préparatoires à la production de la preuve?

- Comment évoluent d'une année à une autre, dans les activités géométriques, les exigences permettant le développement des habiletés qui préparent à la production de la preuve?
- Comment évolue le statut de l'objet géométrique (dessin) d'une année à l'autre?

## 5.1 Présentation des données par rapport à la classification

Les données recueillies sur la classification nous permettent de répondre aux deux premières interrogations de recherche mentionnées dans le paragraphe précédent. Pour l'ensemble des activités classifiées, l'appartenance à une catégorie s'est faite à partir de la (ou des) tâche (s) demandée (s) dans l'exercice comme nous l'avons expliqué dans l'introduction du chapitre 4. Voici ci-dessous les données organisées de la première année du premier cycle à la deuxième année du même cycle du secondaire et leur interprétation. En ce faisant, nous exposons par année un tableau de fréquences d'activités par chapitre et par catégorie, suivi d'un histogramme qui illustre la place qu'occupe chaque catégorie par année. Nous terminerons par un commentaire qui explique les résultats.

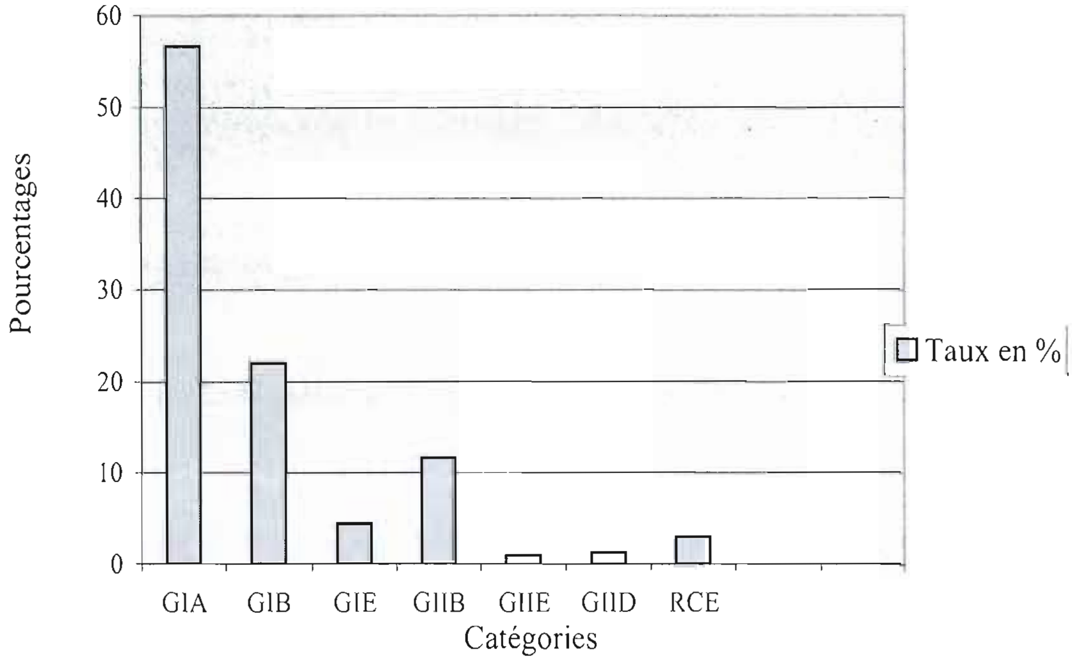
### 5.1.1 Première année du premier cycle du secondaire

Dans les chapitres retenus: le chapitre 7, "*les objets géométriques*" et le chapitre 8, "*une initiation aux polygones*", nous avons classifié au total 755 activités dont 266 dans le chapitre 7 et 489 dans le chapitre 8. Le tableau et l'histogramme qui se suivent présentent successivement les résultats de cette classification, selon les fréquences d'activités par chapitre et par catégorie, et la proportion que couvre chaque catégorie sur l'ensemble des activités classifiées dans l'année.

**Tableau 5.1** Résultats de la classification des activités par catégorie, première année du premier cycle du secondaire

| Chapitre | Catégories | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | GIA | GIB | GIE | GIIB | GIIE | GIID | RCE | Total |
| 7 | 132 | 89 | 19 | 1 | 8 | 0 | 17 | 266 |
| 8 | 295 | 76 | 14 | 87 | 0 | 10 | 7 | 489 |
| Total | 427 | 165 | 33 | 88 | 8 | 10 | 24 | 755 |
| % | 56,6 | 22 | 4,4 | 11,7 | 1 | 1,3 | 3 | 100 |

**Figure 5.1** Illustration en pourcentage des catégories, première année du premier cycle du secondaire




Dans l'ensemble des activités classifiées, celles qui s'appuient sur des inductions sûres (jugement d'une seule venue) codées GIB et celles qui nécessitent l'exécution d'une consigne (application directe d'une définition, d'une formule) codées GIA, regroupent plus des trois quarts des activités, soit environ 78,4% de l'ensemble des activités classifiées. Elles sont de loin, les plus nombreuses dans cette année d'études. Elles sont suivies de celles de la catégorie GIIB qui nécessitent une série d'évidences partielles pour arriver au résultat demandé. Elles affichent un taux de 11,7% et se placent après les deux premières. Quant aux activités codées successivement GIE, et RCE, elles affichent chacune moins de 5% de l'ensemble des activités classifiées. Les activités de la catégorie GIIE et celles de la catégorie GIID qui permettent la validation théorique (utilisation des propriétés et des définitions) couvrent moins de 2% de l'ensemble des activités classifiées en première année du premier cycle.

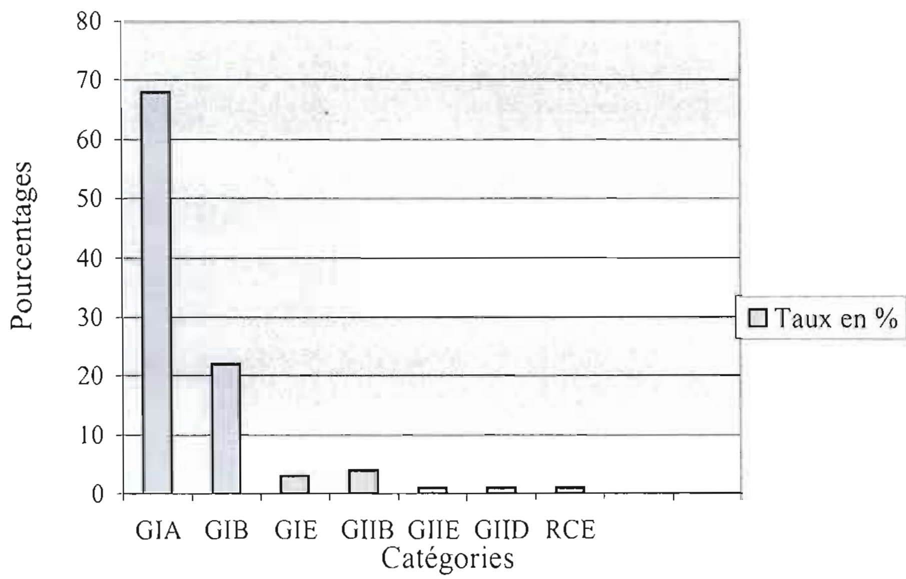
### 5.1.2 Deuxième année du premier cycle du secondaire

Dans les trois chapitres retenus à ce niveau d'étude, le chapitre 6, "*L'isométrie et la similitude*", le chapitre 7, "*Les polygones réguliers*", et le chapitre 8, "*Le cercle*", 846 activités ou tâches ont été classifiées au total, dont 339 au chapitre 6, 226 au chapitre 7 et 281 au chapitre 8. Le tableau et l'histogramme qui se succèdent ci-dessous présentent les résultats de cette classification selon les fréquences d'activités par chapitre et par catégorie, ainsi que la proportion que couvre chaque catégorie sur l'ensemble des activités classifiées dans l'année.

**Tableau 5.2** Résultats de la classification des activités par catégorie deuxième année du premier cycle du secondaire

| Chapitre | Catégories | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | GIA | GIB | GIE | GIIB | GIIE | GIID | RCE | Total |
| 6 | 179 | 108 | 15 | 29 | 2 | 4 | 2 | 339 |
| 7 | 162 | 37 | 3 | 5 | 1 | 0 | 3 | 226 |
| 8 | 234 | 37 | 5 | 1 | 0 | 0 | 4 | 281 |
| Total | 575 | 182 | 23 | 35 | 3 | 4 | 9 | 846 |
| % | 68 | 22 | 3 | 4 | 1 | 1 | 1 | 100 |

**Figure 5.2** Illustration en pourcentage des catégories, deuxième année du premier cycle du secondaire




Comme en première année du premier cycle, les activités codées successivement GIA et GIB regroupent plus des trois quarts de l'ensemble des activités classifiées soit 89,5%. Toutefois, les activités de la catégorie GIA couvrent plus de la moitié de l'ensemble des activités dans cette année d'étude (575 sur 846, soit un pourcentage de 68%). Les activités de la catégorie GIIB couvrent un pourcentage de 4% en deuxième année versus 11,7% qu'elles affichent en première année. Quant aux activités codées GIE, GIIE et RCE, elles affichent suivant l'ordre précité des pourcentages non significatifs soit 3% 1% 1%. Les trois catégories d'activités ne couvrent qu'environ 5% de l'ensemble des activités de la deuxième année du premier cycle. Nous constatons que le pourcentage des activités de la catégorie GIID n'a pas augmenté. La proportion de ces activités reste constante (1%).

Les deux premières catégories en tête de la classification sont les mêmes en première qu'en deuxième année du premier cycle. Les taux des catégories en dessous de 10% récoltés en première année n'ont pas augmenté dans cette deuxième année, ils ont plutôt diminué. Ils restent en dessous de 5%. Nous notons que la proportion des activités qui sollicitent une déduction en GII reste la même dans les deux années du premier cycle.

En somme, dans le tableau qui suit nous présentons l'ensemble des activités classées par catégories pour chaque année d'étude.

**Tableau 5.3** Récapitulatif des résultats de la classification par catégorie des deux années, premier cycle du secondaire

| Années d'études | | Catégories | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | GIA | GIB | GIE | GIIB | GIIE | GIID | RCE | Total |
| 1re année 1er cycle | N | 427 | 165 | 33 | 88 | 8 | 10 | 24 | 755 |
| | % | 56,6 | 22 | 4,4 | 11,7 | 1 | 1,3 | 3 | 100 |
| 2e année 1er cycle | N | 575 | 182 | 23 | 35 | 3 | 4 | 9 | 846 |
| | % | 68 | 22 | 3 | 4 | 1 | 1 | 1 | 100 |

(NB: N représente le nombre total d'activités et le symbole % représente le pourcentage).

Au regard de ces résultats, nous constatons que, les activités de la catégorie GIA sont présentes et plus nombreuses aussi bien par année d'étude que dans l'ensemble des deux années d'étude. Elles sont à tendance dominante en première et deuxième années du premier cycle du secondaire. Celles de la catégorie GIB arrivent en deuxième position et couvrent un pourcentage de plus de 20% dans les deux années d'étude. Celles qui nécessitent une déduction en géométrie II, codées GIID couvrent des pourcentages non significatifs dans les deux années d'étude. Cette absence laisse croire qu'on ne donne pas aux élèves l'opportunité d'aborder les activités de cette catégorie.

Les activités de la catégorie GIIB sont présentes dans les deux années du premier cycle. La proportion de ces activités connaît un fléchissement important en deuxième année. Celles qui sont codées GIE, GIIE et RCE sont peu présentes dans les deux années du premier cycle du secondaire. Elles récoltent dans ces années, des pourcentages non significatifs. Dans la discussion des résultats (Section 5.3), nous reviendrons sur les données présentées dans ce tableau en les analysant et ce, à travers les catégories qui influencent (de façon négative ou positive), le développement des habiletés préparatoires à la production de la preuve. Avant d'y arriver, nous présentons dans le paragraphe qui suit, les résultats de l'évaluation du dessin.

## 5.2 Présentation et interprétation des résultats sur le dessin

Dans cette section, nous présentons les résultats des informations sur le dessin prélevées dans les activités géométriques proposées dans les deux premières années du premier cycle du secondaire en fonction des catégories[21] GIB, GIE, GIIE, GIIB, GIID, RCE. Ces résultats nous aident à apprécier l'évolution du statut du dessin d'une année à l'autre. Nous précisons que le dessin est un support déterminant dans la résolution des activités géométriques (exercices et problèmes) dans lesquels il est un objet d'étude, soit parce qu'il est fourni dans l'énoncé, soit parce qu'il est à produire. Il change de statut selon le paradigme géométrique en jeu et selon la tâche demandée à l'élève. Dans cette étude, le dessin n'est pas censé joué le même rôle selon les catégories.

Ainsi, de façon globale, le dessin (quelque soit son statut) est porteur d'informations. Dans les activités codées GIB, le dessin est un outil de validation à partir d'une évidence globale immédiate basée sur une intuition sûre. Dans la résolution de ces activités, la pensée saisit d'une façon globale l'articulation des

---

[21] Ces catégories sont retenues à cause de leur rôle prééminent dans le processus de production de preuve suivant l'approche que nous avons adopté.

objets perçus sur la figure et s'exprime par l'action immédiate sans discours. Dans les activités qui sont codées GIE, le dessin permet la mise en œuvre d'actions spécifiques pour répondre à la consigne. Si la résolution s'appuie sur des définitions et propriétés, dans ce cas le dessin a un statut d'objet géométrique. Dans les activités codées GIIB, le dessin est un support de raisonnement sur lequel une série d'opérations partielles intermédiaire (s'appuie sur une ou des propositions reconnues comme évidentes) amène au résultat demandé. Dans les activités de la catégorie GIID, le dessin est un support de raisonnement. La résolution de ces activités s'appuie sur un raisonnement hypothético-déductif qui se fait sur la base des définitions, des propriétés, des théorèmes et des lois dont le dessin comme objet géométrique est le support. Dans les activités de la catégorie GIIE, le dessin permet à l'élève de réaliser une expérience mentale ou virtuelle qui est éventuellement une expérience réalisable. Dans les activités de la catégorie RCE, le dessin qui permet de réfuter une conjecture ou une proposition est un moyen d'explorer la situation, un outil de conjecture. Cela étant, les renseignements sur le dessin sont présentés en fonction de la présence du dessin, du dessin à produire dans l'énoncé et du rôle qu'il est censé joué, qui détermine son statut. Pour chaque année d'étude, les résultats de cette évaluation sont présentés dans un tableau.

### 5.2.1 Première année du premier cycle du secondaire

Nous présentons les résultats des informations relevées sur le dessin dans les activités géométriques proposées dans le manuel B, « *À vos maths* » du premier cycle du secondaire. Le tableau suivant présente ces résultats

**Tableau 5.4** Résultats des informations sur le dessin, première année du premier cycle

| Dessin | | GIA | GIB | GIE | GIIB | GIID |
|---|---|---|---|---|---|---|
| présent | Avec mesure | 34 | 3 | 4 | 29 | 3 |
| | Codé sans mesure | 10 | 1 | 0 | 12 | 0 |
| | Sans mesure | 82 | 35 | 1 | 13 | 1 |
| à produire | Dessine/découpe | 18 | 3 | 6 | 0 | 0 |
| | Forme | 2 | 0 | 3 | 1 | 0 |
| | Représente | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | Reproduis | 6 | 0 | 2 | 1 | 0 |
| | Trace | 53 | 3 | 0 | 0 | 0 |

Ce tableau nous informe que les dessins présents dans les énoncés sont plus nombreux que les dessins produits.

Dans les dessins présents dans l'énoncé, nous distinguons les dessins qui sont porteurs de mesure, les dessins sans mesure et les dessins codés sans mesure. Les types de tâches correspondantes pour l'élève sont par exemple : identifie des droites (sécantes, parallèles, perpendiculaires, etc.), ou les différents angles (aigus, droits, isométriques, correspondants, etc.), classifie les polygones, déduis les mesures d'angles, calcul les mesures manquantes, description les figures simples, calcul les sommes des mesures des angles intérieurs, nomme les angles, etc.

Dans les dessins à produire, nous relevons aussi différentes tâches qui sont demandées à l'élève par exemple : trace deux points, trace un triangle qui possède deux angles aigus, identifie deux droites qui se coupent, trace une droite perpendiculaire à l'aide d'une équerre, dessine deux plans, représente des angles adjacents, reproduis la figure suivante, dessine deux paires de droites parallèles, etc. Dans ces activités, le dessin est une finalité.

Nous retrouvons le dessin comme objet matériel dans les activités des catégories GIA, GIB et GIE. Les dessins comme objets géométriques ont été relevés dans les activités des catégories GIIB et GIID. Aucun dessin présent ni à produire n'a été répertorié dans les activités des catégories GIIE et RCE. Le tableau 5.4 nous a permis de classifier le dessin par catégorie et selon son statut

**Tableau 5.5** Résultats du dessin par catégorie et selon son statut, première année du premier cycle

| Statut du dessin | Catégories | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | GIA | GIB | GIE | GIIB | GIID | Total | % |
| Objet matériel | 207 | 45 | 16 | 0 | 0 | 268 | 82% |
| Objet géométrique | 0 | 0 | 0 | 54 | 4 | 58 | 18% |

Le total des dessins relevés dans toutes les activités est de 326, dont 268 dessins qui ont un statut d'objet matériel et 58 dessins qui ont un statut d'objet géométrique. Les dessins ayant un statut d'objet matériel sont dominants. Ils représentent 82 %.de l'ensemble des dessins répertoriés contre 18% des dessins comme objets géométriques. C'est à travers les activités codées GIIB que l'élève établit en priorité la relation avec des objets mentaux qui sont des propositions évidentes modérément idéalisés qui s'approprient dès les premiers raisonnements.

### 5.2.2 Deuxième année du premier cycle du secondaire

Nous présentons dans le tableau ci-dessous, les résultats des informations relevées sur le dessin dans les activités géométriques proposées dans le manuel D « *À vos maths* » de la deuxième année du premier cycle du secondaire. Ces résultats tiennent compte de la présence du dessin dans l'énoncé et des dessins à produire.

**Tableau 5.6** Résultats des informations sur le dessin, deuxième année du premier cycle

| Dessin | | GIA | GIB | GIE | GIIB | GIID |
|---|---|---|---|---|---|---|
| présent | Avec mesure | 56 | 8 | 0 | 1 | 0 |
| | Sans mesure | 133 | 44 | 14 | 10 | 1 |
| à produire | Dessine/découpe | 18 | 3 | 6 | 0 | 0 |
| | Calque | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| | Complète | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 |
| | Construis | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | Dessine/découpe | 9 | 0 | 2 | 1 | 0 |
| | Détermine | 3 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| | Effectue | 0 | 0 | 0 | 14 | 0 |
| | Fais un schéma | 2 | 0 | 3 | 1 | 0 |
| | Partage | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | Place | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | Reproduis | 1 | 0 | 2 | 1 | 0 |
| | Trace | 55 | 4 | 0 | 0 | 0 |

Comme en première année, les dessins fournis dans l'énoncé sont plus nombreux que les dessins à produire.

Dans les dessins présents, nous relevons des dessins qui sont porteurs de mesure et les dessins sans mesure. Les tâches correspondantes aux différentes activités sont les mêmes qu'en première année. Cependant, dans les dessins à produire, d'autres tâches se sont ajoutées par rapport à la première année, nous pouvons relever, reproduis le dessin en respectant les indications données dans l'énoncé, représente les angles en respectant la consigne, trace des droites (parallèles, perpendiculaires,…), construis une figure respectant les contraintes données, effectue des transformations géométriques, complète le dessin, reproduis le dessin à l'identique, partage une figure en sous figures, calque les figures, découpe deux triangles identiques et dispose les de façon à former un parallélogramme, etc.

Les informations sur le dessin contenues dans le tableau 5.5 nous permettent de présenter les résultats du dessin par catégorie et selon son statut.

**Tableau 5.7** Résultats du dessin par catégorie et selon son statut, deuxième année du premier cycle

| Statut du dessin | Catégories | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | GIA | GIB | GIE | GIIB | GIID | Total | % |
| Objet matériel | 287 | 60 | 28 | 0 | 0 | 375 | 91% |
| Objet géométrique | 0 | 0 | 0 | 32 | 2 | 35 | 9% |

Les dessins qui ont un statut d'objet matériel récoltent dans cette deuxième année du premier cycle un pourcentage plus important 91% (soit 375 sur un total de 410 de l'ensemble des dessins répertoriés) que celui des dessins qui ont un statut d'objet géométrique 9% (soit 35 dessins sur un total de 410 de l'ensemble des dessins répertoriés).

Dans cette année d'étude, comme dans la précédente, le dessin ayant un statut d'objet matériel est dominant. Toutefois, nous notons une diminution de 10 points des dessins comme objets géométriques. Cette régression du taux des dessins comme objet géométrique est imputable à la proportion des activités de la catégorie GIIB qui a diminué et aux activités de la catégorie GIID qui couvrent un taux non significatif dans cette deuxième année, mais aussi à l'augmentation des activités codées GIA.

## Conclusion

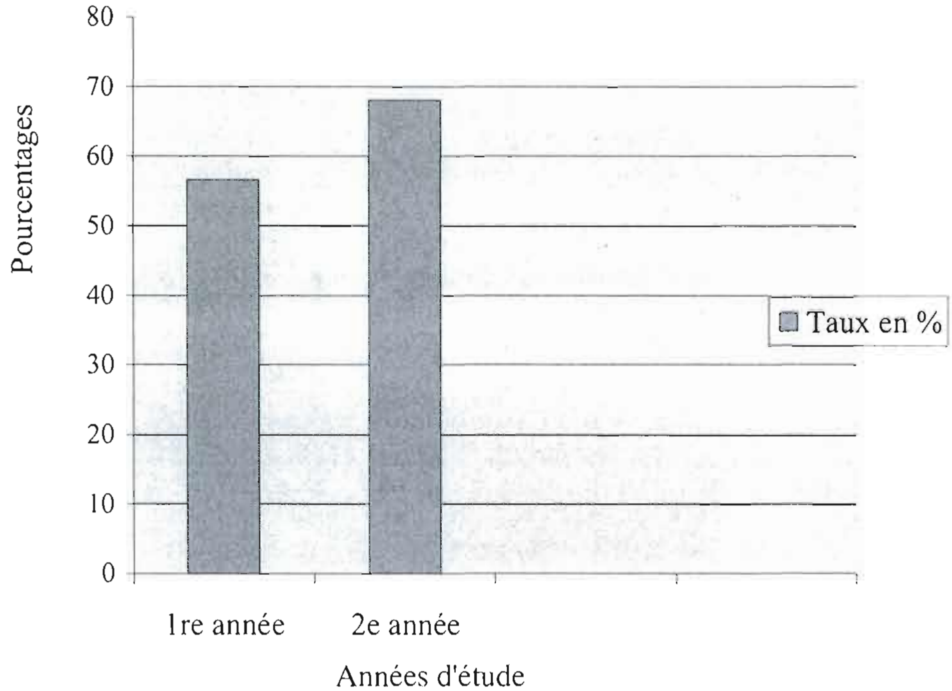
L'évaluation par année d'étude des informations sur le dessin relevé dans les catégories retenues, nous amène au constat suivant : les dessins qui ont un statut d'objet matériel sont dominants aussi bien en première année du premier cycle du secondaire qu'en deuxième année de ce même cycle. Les dessins qui ont un statut d'objet géométrique sont présents dans les deux années du premier cycle en dépit de leur faible pourcentage en deuxième année. Le pourcentage des dessins comme objets matériels a augmenté considérablement d'une année à l'autre.

## 5.3 Discussion sur les résultats

### 5.3.1 Par rapport à la catégorisation

Nous avons classifié les activités géométriques proposées dans les manuels « À vos Maths » des deux premières années du premier cycle à partir d'une grille d'analyse composée de sept catégories: GIA, GIB, GIE, GIIB, GIIE, GIID, et RCE. À l'issue de cette classification, nous avons présenté les résultats par année et pour l'ensemble des deux années du secondaire. Fort de cette classification, Les résultats font apparaître une tendance dominante pour les activités codées GIA, tant par année d'étude que pour l'ensemble des quatre années d'études. Ces activités affichent un taux important dans chaque année (cf. figure 5.3 ci-dessous).

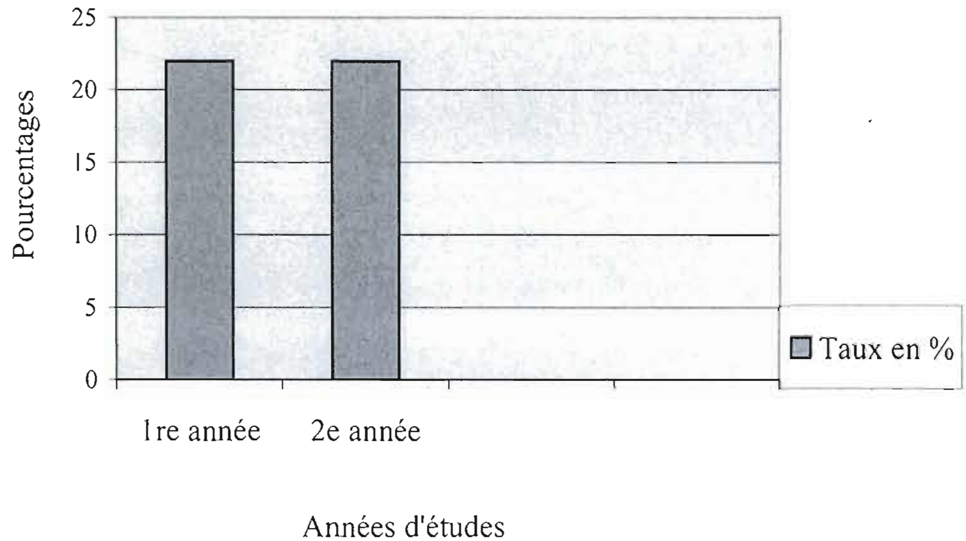
**Figure 5.3** Illustration de la catégorie GIA par année d'étude




Ces activités ont une formulation directe qui ne suscite pas une réflexion de la part de l'élève, elles font appel à des procédures déjà établies. Elles permettent à l'élève d'exécuter une consigne ou un résultat déjà abordé auparavant. Par conséquent, ces activités n'offrent pas à notre avis l'occasion aux élèves de se lancer dans une exploration des résultats. Leur présence importante aussi bien en première qu'en deuxième année d'études ne peut pas, à notre avis, permettre l'apprentissage graduel du raisonnement déductif. Ces activités ne sont donc pas de nature à engager les élèves dans un processus du développement de leurs habiletés à la production de la preuve.

Les activités qui ont recours à des inductions basées sur des intuitions sûres et qui sont codées GIB, viennent globalement selon les pourcentages en seconde position après les activités codées GIA. Nous rappelons que l'intuition est une source de découverte pour l'élève et, sur elle, se fonde le développement de la pensée géométrique (Houdement et Kuzniak, 1998-1999). Ainsi la présence des activités codées GIB s'avère à notre avis essentielle dans la première année du secondaire. Elles permettent à l'élève de constituer un socle pour son raisonnement par la structuration de sa pensée, afin de garder une bonne prise sur le sens. Cependant, l'intuition est parfois instable et source d'erreurs, elle peut de ce fait faire obstacle à la nécessité de prouver pour un apprenti (l'élève). En deuxième année, le pourcentage des activités codées GIB devrait (à notre avis) diminuer pour céder la place aux activités qui font appel à plus de rigueur notamment celles qui sont codées GIIB et GIID, ce qui ne semble pas être le cas. Les résultats de la classification montrent que le pourcentage des activités codées GIB est le même dans les deux années (cf. figure 5.4 ci-dessous).

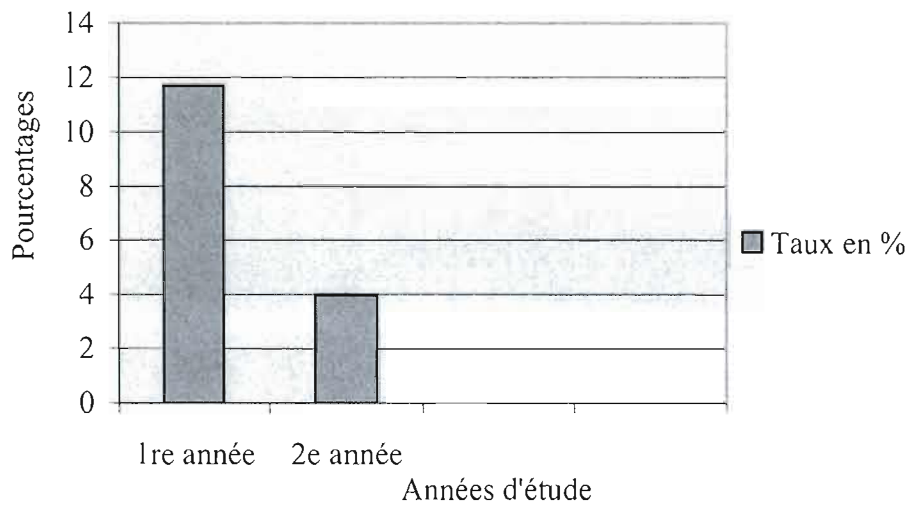
**Figure 5.4** Illustration de la catégorie GIB par année d'étude




Les activités codées GIIB sont parmi celles qui sont susceptibles d'apporter une contribution dans le développement du raisonnement déductif. Ce sont des activités qui nécessitent un enchaînement de propositions admises comme étant vraies pour arriver à l'évidence demandée.

Ces activités constituent l'une des étapes de la construction du sens mathématique. Toutefois, les résultats de la classification montrent qu'elles sont peu nombreuses dans les deux années du premier cycle. De plus, elles diminuent considérablement en deuxième année du même cycle (cf. figure 5.5 ci-dessous).

**Figure 5.5** Illustration de la catégorie GIIB par année d'étude




Les faibles pourcentages des activités codées GIIB dans les deux (2) années du premier cycle ne peuvent pas contribuer efficacement dans l'utilisation des objets mentaux qui sont des premiers instruments conceptuels de la pensée discursive et au développement des aptitudes à produire ultérieurement des preuves. Leur présence, même variable dans les deux premières années du cycle secondaire, est une bonne chose, surtout si les activités codées GIID sont également présentes dans les deux années d'étude.

À propos, les activités codées GIID, sont celles qui sollicitent une séquence déductive. Elles permettent un raisonnement déductif qui prend appui sur des conjectures où des propositions admises comme vraies, ou encore sur les propriétés de la figure. Les résultats nous montrent que les activités de cette catégorie occupent une portion très faible sur l'ensemble des activités classifiées dans les deux années du premier cycle du secondaire. Ces faibles taux ne peuvent permettre d'une part l'utilisation des règles de base élémentaires ainsi que d'autres énoncés qui doivent permettre aux élèves de s'initier au raisonnement et d'autre part le développement des habiletés des élèves quant à la production des preuves théoriques.

En ce qui concerne les activités codées GIE qui font appel à l'expérience, les résultats montrent qu'elles sont très peu présentes dans les deux années du premier cycle du secondaire. Ce constat est aussi valable pour les activités codées GIIE. Nous estimons que la présente non significative des ces activités n'offre pas l'occasion aux élèves du premier cycle du secondaire de faire face à la réflexion, au questionnement, au développement de leur curiosité.

En termes de présence non significative des activités, nous notons aussi celles codées RCE qui sont très peu présentes à chaque niveau d'étude et dans l'ensemble des deux années d'étude. Or ces activités devraient amener l'élève à justifier et à analyser des énoncés à partir des exemples et des contre-exemples. Dans ce dessein, elles devraient aider l'élève d'une part à valider, préciser, réajuster et à réfuter des conjectures. D'autre part, la résolution des activités qui s'appuient sur des inductions fausses sont sources de contradictions fortes utiles pour stimuler la réflexion mathématique.

### 5.3.2 Par rapport au statut du dessin

Les résultats de l'évaluation nous ont permis de constater ou d'observer que les dessins qui ont un statut d'objet matériel, sont présents et dominants aussi bien par année d'étude que dans les deux années d'étude Si cela peut être une bonne chose pour le renforcement et la consolidation des acquis sur l'objet qu'est le dessin au premier cycle, nous trouvons que le nombre de dessins comme objet matériel devrait diminuer au deuxième cycle. Quant aux dessins qui ont un statut d'objet géométrique, nous trouvons intéressant le fait qu'ils soient présents depuis la première année du premier cycle. Cependant, nous déplorons l'absence des dessins qui devraient être proposés dans les activités de la catégorie GIID. Ce sont ces activités dans lesquelles le dessin est un support de raisonnement, raisonnement qui s'appuie sur des éléments théoriques (axiomes, définitions, propriétés, théorèmes, etc.).

## CONCLUSION

Notre étude traite la problématique du passage de la géométrie naturelle (GI) encore appelée géométrie pratique à la géométrie naturelle axiomatique (GII) ou géométrie théorique au secondaire. Ce passage est, entre autres, à l'origine des nombreuses difficultés que les élèves éprouvent dans la production de la preuve au secondaire en raison du changement des exigences de production de celle-ci. Nous cherchons à observer la façon dont progressent ces exigences, à travers les activités géométriques (exercices et problèmes) proposées dans les nouveaux manuels scolaires[21] des deux premières années du premier cycle du secondaire conformes aux dernières réformes pédagogiques. Le choix des deux premières années de secondaire s'explique par le fait que le passage de la géométrie naturelle (GI) à la géométrie naturelle (GII) s'opère surtout lors de ces deux années après le primaire. Dans ce chapitre, avant de répondre à nos questions de recherche, nous avons pensé rappeler succinctement la problématique qui a justifié notre recherche, les questions de recherche, le cadre théorique utilisé et la méthodologie de recherche.

### Rappel de la problématique

L'importance et le rôle que nous accordons à l'enseignement et à l'apprentissage de la preuve nous a conduit à mener une étude sur les difficultés qui résultent dans l'apprentissage de cette notion, plus particulièrement, celles dues au changement des exigences de production de preuve corrélativement au changement

---

[21] Au Québec, les manuels scolaires sont agréés par le bureau d'approbation du matériel pédagogique.

de statut de la géométrie enseignée au secondaire. Pour prévenir ces difficultés, de nombreux chercheurs (voir chapitre 1) plaident pour un apprentissage graduel de la preuve.

Or, le nouveau programme de formation de l'école québécoise issu du renouveau pédagogique accorde une place importante à la preuve à travers l'initiation au raisonnement déductif qui désormais doit prendre place depuis l'entrée du secondaire (1ère année du premier cycle), dans une vision évolutive. De ce fait, nous nous sommes interrogés sur la façon dont les manuels scolaires du secondaire, issus de ce renouveau pédagogique prennent en compte cette réalité ou cette volonté manifeste des concepteurs de programme. De cette interrogation a découlé notre idée de recherche.

**Rappel des questions de recherche**

L'interrogation sus-mentionnée nous a permis de définir notre idée de recherche de la façon suivante : Comment les exigences de production de la preuve progressent-elles d'un niveau à l'autre, à travers les activités proposées dans les manuels des deux premières années du secondaire? De cette question principale, nous avons formulé les questions spécifiques suivantes:

- Quels types d'activités géométriques sont proposés aux élèves, par année d'étude, en lien avec les habiletés préparatoires à la production de preuves?
- Comment évoluent, d'une année l'autre, dans les activités géométriques, les exigences qui permettent le développement des habiletés qui préparent à la production de preuves?
- Comment évolue le statut du dessin d'une année à l'autre?

**Cadre de référence utilisé**

Pour répondre à nos questions de recherche, nous avons développé une réflexion autour de certaines études axées sur la preuve et son apprentissage spécifiquement en géométrie. Nous nous sommes appuyés successivement sur les études de Houdement et Kuzniak, (2000,2006), Rouche (1989) et Tanguay (2000). De façon spécifique nous nous sommes inspirée de l'approche de Houdement et Kuzniak (2000, 2006), qui organise l'enseignement de la géométrie au secondaire autour de deux paradigmes: la géométrie naturelle GI et la géométrie axiomatique naturelle GII. À chacun de ces paradigmes correspondent les conditions relatives aux activités de validation tantôt articulées sur le sensible qualifiées de preuve *« pratique »*, tantôt caractérisées par l'utilisation des propriétés et des définitions, base du raisonnement déductif, qualifiée de preuve *« théorique »*. Nous avons abordé les travaux de Rouche (1989) pour mettre en évidence les différentes étapes de la construction du sens mathématique partant des preuves produites par induction jusqu'à celles qui relèvent des mathématiques constituées en passant par les preuves qui relèvent de la pensée discursive.

**Rappel de la méthodologie**

Pour rendre possible l'analyse des activités proposées dans la collection à l'étude, nous avons élaborée une grille d'analyse, en nous inspirant de l'approche développée par Houdement et Kuzniak (2006), des travaux de Rouche (1989) et de la grille d'analyse élaborée par Tanguay (2000). La grille que nous avons élaborée est composée de sept catégories et elle nous a permis d'établir une classification des activités proposées dans les manuels de la collection par catégorie et par année d'études. La classification nous a permis de faire un regroupement par catégorie des activités en fonction de leurs exigences, afin de nous prononcer sur l'organisation des contenus par niveau et pour l'ensemble des années d'études considérées. Elle nous a permis également de nous prononcer sur les exigences de production des preuves et leur évolution.

Ensuite, nous avons établi des critères qui nous ont permis d'observer le statut du dessin dans les activités classifiées et de son évolution d'un niveau à un autre. Nous avons production de preuve d'une année à une autre, à partir des activités qui ont une tendance d'appartenance à la géométrie II. Ces critères ne sont autres que la présence des catégories visées par année d'études, ainsi que la place (en termes de pourcentage) qu'occupent ces catégories dans chaque année et pour l'ensemble des quatre années étudiées.

**Réponses aux questions de recherche**

Nous nous posons trois questions spécifiques de recherche découlant de la question principale.

La première porte sur le type d'activités proposées en géométrie. Nous jugeons cette question primordiale pour identifier les différentes catégories d'activités en cause, par rapport à notre préoccupation principale. Selon l'approche que nous avons choisie, les résultats de la classification montrent que les propositions d'activités géométriques, aussi diverses soient-elles, sont organisées autour des activités qui ont une tendance d'appartenance à la géométrie naturelle I et celles qui ont une tendance d'appartenance à la géométrie axiomatique naturelle II.

L'analyse de ces résultats met en évidence une présence importante des activités qui ont une tendance d'appartenance à la géométrie naturelle I. Ces activités qui sont dominantes tant en première qu'en deuxième année du premier cycle secondaire n'offrent pas à l'élève des occasions de valider une solution, puisque ne pouvant pas se prononcer quant à l'exactitude d'un résultat ou bien à rectifier un résultat attendu. Elles ne donnent donc pas l'opportunité à l'élève de se lancer dans l'exploration des résultats, dans la mesure où, l'élève n'exécute que des algorithmes et des consignes que l'énoncé impose, les contraintes ou les questions de la validité ne se posent pas.

Ensuite, dans le lot des activités qui ont une tendance d'appartenance à GI, nous trouvons celles dans lesquelles l'intuition est sollicitée et celles qui nécessitent une expérience « mécanique », c'est-à-dire qui se limite à l'action matérielle avec les instruments. Les premières sont résolues à partir d'une évidence globale immédiate qui s'appuie sur l'appréhension directe et concrète des figures. Ces activités affichent un pourcentage constant dans les deux années (cf. figure 5.6). Les secondes qui mobilisent l'expérience affichent quant à elles un pourcentage très infime aussi bien par année d'étude que dans l'ensemble des activités classifiées (Cf. tableau 5.5). En conséquence, cette expérience est peu active dans les activités géométriques proposées dans les deux manuels à l'étude.

En ce qui concerne les activités qui ont une tendance d'appartenance à la géométrie II, nous recensons des activités dans lesquelles l'évidence immédiate cède la place à un enchaînement de propositions évidentes partielles c'est à dire à la pensée discursive pour arriver au résultat demandé. Ces propositions évidentes sont des objets mentaux (premiers instruments conceptuels de la pensée) dans le sens de Rouche (1989) que les élèves devraient s'approprier aux premiers raisonnements. Le taux de pourcentage que couvrent ces activités varie d'une année à l'autre. Elles (activités) sont plus nombreuses en première année qu'en deuxième année du premier cycle. Nous répertorions aussi des activités qui nécessitent une expérience mentale c'est-à-dire, en conformité avec les axiomes de base, l'élève peut mettre en œuvre mentalement certaines techniques (pliages, découpages, etc.) sans les effectuer réellement. Bien que présentes dans les deux années du premier cycle, les proportions d'activités qui sont résolues à partir de cette expérience sont minimes dans les deux années d'études. Nous répertorions également des activités composées des énoncés qui sont réfutés par des contre-exemples (source de contradiction). Les contre-exemples obligent l'élève à s'engager dans la réflexion mathématique et lui donnent l'opportunité de prouver. Ces activités recouvrent des pourcentages très faibles sur l'ensemble des activités classifiées. Nous recensons également des activités qui nécessitent un raisonnement hypothético-déductif. Elles sont présentes dans les deux années mais les pourcentages sont très faibles.

La seconde question porte sur l'évolution des activités qui permettent le développement des habiletés préparatoires à la production de la preuve d'un niveau à un autre.

En effet, l'élève qui quitte le primaire va continuer à naviguer dans son espace de travail attaché implicitement dans le référentiel théorique GI. Pour l'amener à élaborer ultérieurement des preuves ou des démonstrations, il faut qu'il puisse travailler avec des activités qui nécessitent l'utilisation des éléments théoriques, mais aussi avec des activités dans lesquelles le dessin a un statut d'objet géométrique. Ce sont ces activités qui vont également déterminer d'autres critères, pour qualifier la progression des exigences de l'amener graduellement et progressivement vers l'apprentissage du raisonnement déductif. Autrement dit, ce sont ces activités qui vont lui permettre de développer des aptitudes en vue d'élaborer des preuves et/ou des démonstrations.

Or, le développement de ces habiletés est un processus qui est censé évoluer d'un niveau à l'autre. Par conséquent, nous avons considéré que les activités susceptibles de contribuer à ce développement doivent également évoluer d'un niveau à un autre. Conformément à la démarche que nous avons empruntée, ces activités ne sont autres que celles des catégories GIIB, GIIE, GIID et RCE. Elles sont, à notre avis, susceptibles de développer des habiletés préparatoires à l'apprentissage de la preuve et permettent l'utilisation des éléments théoriques (définitions, propriétés, théorèmes, axiomes, ...) et le dessin présent ou à produire dans ces activités a un statut d'objet géométrique.

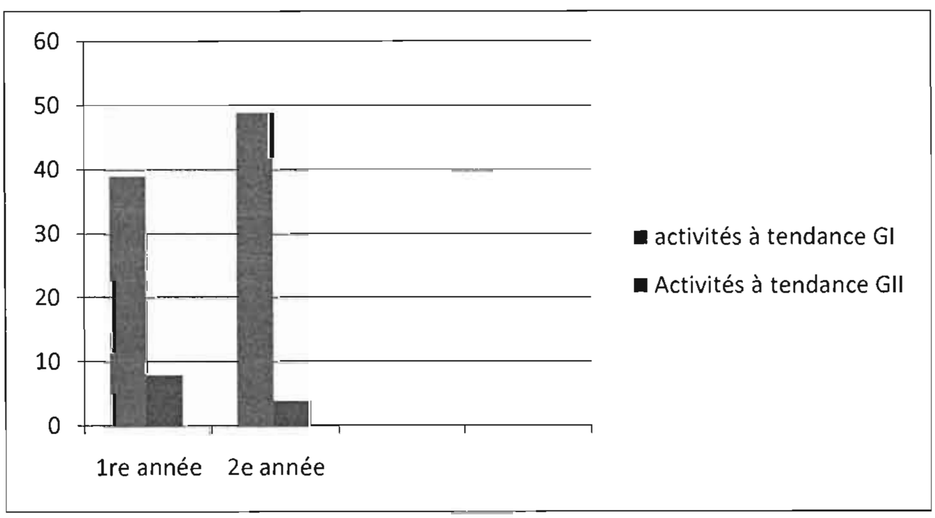
Les résultats de nos analyses montrent que les activités de la catégorie GIA sont dominantes dans les deux années du premier cycle du secondaire suivies de celles de la catégorie GIB. Dans une perspective de développement d'un apprentissage progressif du raisonnement déductif, nous aurions souhaité avoir moins d'activités de la catégorie GIA pour faire place aux activités des catégories GIIB et GIID, qui amènent les élèves à prendre en compte les éléments conceptuels de la géométrie (propositions évidentes, propriétés géométriques théorèmes, axiomes...). Les activités de la catégorie GIIB devraient permettre à l'élève de s'approprier les premiers instruments conceptuels qui peuvent lui servir de base dans la résolution des activités de la catégorie GIID.

À propos, les activités de la catégorie GIID devraient donner à notre avis, la possibilité à l'élève d'entamer l'apprentissage du raisonnement hypothético-déductif qui lui permet d'accéder aux connaissances en géométrie II. Dans l'ensemble des activités géométriques classifiées les activités des catégories GIIB et GIID sont moins nombreux par rapport aux activités dont les résultats sont accessibles à l'intuition et celles qui ne nécessitent qu'une application directe des formules des définitions et des techniques qu'imposent l'énoncé. Ce qui est problématique, leur pourcentage ne s'accroît pas de la première à la deuxième année. Les proportions de ces activités sont infimes en deuxième année, qui suppose être une année de transition entre la géométrie I et la géométrie II (4% versus 11,7% en première année pour les activités de la catégorie GIIB et1% pour les activités de la catégorie GIID dans les deux années). Nous considérons ces faibles taux comme étant une régression en termes d'occasions susceptibles de permettre à l'élève de s'engager dans l'apprentissage du raisonnement déductif souhaité par les concepteurs du programme scolaire

De même, les activités des catégories GIIE et RCE sont présents dans les deux années du premier cycle mais couvrent des taux non significatifs. Ce sont également des activités qui devraient, il nous semble, préparer l'élève à la production de preuves. Les conclusions de nos observations montrent que les activités qui relèvent des catégories GIIB. GIIE, GIID et RCE et qui ont une tendance d'appartenance à GII sont soit peu sollicitées, au regard des taux qu'elles affichent par rapport aux activités des catégories GIA et GIB dans l'ensemble des activités géométriques proposées par année et dans l'ensemble des deux années étudiées.

Il apparaît dans ces résultats que le travail de l'élève se situe en majorité dans les activités qui ont une tendance d'appartenance en GI par rapport à celles qui ont une tendance d'appartenance en GII comme l'illustre la figure 6.1. Ces résultats dénotent une certaine régression de l'apprentissage du raisonnement déductif dans les activités géométriques. Par conséquent, il est difficile d'atténuer la rupture qui s'établit lors du passage de la géométrie I ou géométrie « *pratique* » (celle de la règle et du compas) à la géométrie II, géométrie « *théorique* » (déductive) souvent évoquée à partir de la deuxième année du deuxième cycle secondaire.

Figure 5.6 Récapitulatif des résultats de la classification des deux années du premier cycle en fonction des paradigmes GI et GII




La troisième question porte sur l'évolution du statut du dessin (objet matériel versus objet géométrique). Comme nous l'avons expliqué au chapitre IV, le dessin joue un rôle fondamental dans les activités géométriques qui préparent à la production de la preuve notamment lors du passage de la géométrie I à la géométrie II. C'est sur le dessin que doit s'exercer le regard selon la forme de la géométrie en jeu. Nous rappelons que, le dessin comme objet matériel est un support de validation. La reconnaissance visuelle et l'utilisation des instruments sont des supports pour valider. Par contre le dessin comme objet géométrique est un support qui permet de construire le raisonnement en utilisant des propriétés géométriques. Nous avons observé le statut du dessin suivant deux critères : la présence du dessin dans l'énoncé, le dessin à produire.

Les résultats de l'évaluation sur le dessin montrent que le dessin comme objet matériel est dominant par rapport au dessin comme objet géométrique, aussi bien par année d'étude que dans l'ensemble des deux années étudiées. Cette dominance est une évidence dans la mesure où le dessin comme objet matériel est celui que l'on retrouve dans les activités qui ont une tendance d'appartenance en GI. Or, ces activités sont plus nombreuses que celles dans lesquelles le dessin a un statut d'objet géométrique. De ce point de vue, nous constatons que le statut du dessin ne change pas beaucoup de la première à la deuxième année du premier cycle secondaire.

Dans un processus de l'évolution du statut des représentations de la géométrie I (GI) vers la géométrie II (GII), nous aurions espéré avoir moins d'activités dans lesquelles l'élève comprend et assimile une notion par une appréhension perceptive ou instrumentée sur le dessin dans la mesure où ces activités s'inscrivent pour la plupart dans la consolidation des acquis et donc déjà entamées au primaire. La résolution des activités devrait amener les élèves à une interprétation du dessin en termes de propriétés ou encore, on pouvait observer des activités dans lesquelles le dessin devrait permettre à l'élève de dégager les propriétés géométriques. D'autres activités devraient amener l'élève à construire un raisonnement. Le dessin comme objet géométrique donne la possibilité à l'élève de conjecturer, de pratiquer rigoureusement des raisonnements mathématiques (raisonnement hypothético-déductif, preuve, démonstration). Les résultats de cette évaluation du dessin laissent croire que le passage progressif d'une géométrie descriptive et d'observation à une géométrie déductive et de raisonnement se fait à travers des activités dans lesquelles le dessin apparaît très peu comme objet géométrique.

**Limites de cette étude**

Nous avons travaillé sur les activités proposées dans une des collections des manuels scolaires qui couvrent quatre années du secondaire. Nous avons constaté que certaines activités semblaient plus faciles à classifier que d'autres. Les guides de l'enseignement des quatre niveaux nous ont été d'un grand secours, mais certaines corrections des activités manquaient de clarté. Dans les exercices de construction par exemple, certains énoncés ne donnent pas des consignes explicites, la solution proposée dans le guide non plus ne donne aucune précision. .Il a été difficile pour nous dans ces cas de déterminer le statut du dessin par rapport à la consigne dans la construction du dessin. Non plus, le guide ne propose aucun programme de construction en ce qui concerne les dessins demandés. Ce constat est aussi valable pour les dessins non explicitement demandés (Pas de consignes claires).

En outre, l'étude des manuels ne peut présumer de ce qui se passe dans une classe, et cette analyse ne prend pas en compte toutes les variables susceptibles d'influencer l'enseignement de la preuve puisque l'enseignant est libre d'utiliser le manuel ou pas. De plus, on pourrait mener une étude chez les élèves de quatrième secondaire qui ont utilisé les manuels de la collection étudiée. Cette étude viserait à évaluer dans quel paradigme ils se trouvent. Est-ce qu'il y a eu progression depuis la première secondaire et quel genre de progression.

Entre-temps, les résultats auxquels nous sommes parvenus amènent à envisager de possibles interventions. Il serait ainsi judicieux de mener une étude auprès des enseignants dans le but de connaître leur conception sur le changement de statut du dessin. Est-ce qu'ils prennent en compte ce changement de statut ? Sur le plan pédagogique, il est également envisageable de prévoir un accompagnement qui suppose un suivi et un soutien auprès des enseignants. Dans cette optique, il s'agit d'aider ces derniers à l'élaboration des situations didactiques susceptibles de permettre l'utilisation graduelle et équilibrée des éléments théoriques à travers les activités de validation. Ceci aurait l'avantage de prévenir les ruptures et de renforcer la dynamique d'initiative progressive au raisonnement déductif.

## BIBLIOGRAPHIE


Arsac, G., (1988). Les recherches actuelles sur l'apprentissage de la démonstration et les phénomènes de validation en France. *Recherches en didactiques des mathématiques,* vol. 9, n° 3, p. 247–280.

Arsac, G., (1989). La construction du concept de figure chez les élèves de 12 ans. In *Actes de la 13ème conférence Psychology of Mathematics Education* , vol. I, p. 85-92.

Arsac, G., Chapiron, G., Colonna, A., Germain, G., Guichard, Y. et Mante M., (1992). *Initiation au raisonnement déductif.* Lyon : Presses Universitaires de Lyon.

Balacheff, N., (1982). Preuve et démonstration en mathématique au collège. *Recherches en didactiques des mathématiques,* n° 3, p. 261-304.

Balacheff, N., (1987). Processus de preuve et situation de validation. *Educational Studies in mathematics*, vol.18, p. 147-176.

Barbin, E., (1988). La démonstration mathématique : significations épistémologiques et questions didactiques. *Bulletin de l'A.P.M.E.P.*, n° 36, décembre 88, p. 591-620.

BKouche, R., (2009). *De l'enseignement de la géométrie.* In mémoriam Nicolas Rouche, IREM de Lille.

Braconne, M. A., (2009). Évolution des conceptions et de l'argumentation en géométrie chez les élèves : Paradigmes et niveaux de Van Hièle à l'articulation CM2- 6ème. Thèse de doctorat, Université Paris. Diderot (Paris 7), 600 p.

Cyr, S., (2004). Les conceptions de la preuve chez les futurs maîtres de mathématiques au secondaire. Thèse de doctorat, Université Laval, Québec.

Cyr, S., (2006). *Pourquoi et comment enseigner la preuve au secondaire, Qu'en pensent nos futurs maîtres ?* Edition Bande didactique Mathèse, 493 p.

Coppé, S., Dorier, J.L., Moreau, V., (2005). Différents types de dessins dans les activités d'argumentation en classe de 5ème. *Petit x,* n° 68, p. 8-37.

Duval, R., (1990). Pour une approche cognitive de l'argumentation. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*, vol 3, p. 195-221, IREM de Strasbourg, Strasbourg.

Duval, R., (1991). Structure du raisonnement déductif et apprentissage de la démonstration. *Educational studies in Mathematics*, vol. 22, p. 233-261.

Fischben, E., Barbat, I., et Minzat, I., (1971). Primary and Secondary Intuitions in the Introduction of probability. *Educational Studies in Mathematics*, vol 4, n⁰ 2, pp. 264-280.

Fischben, E., (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics,*vol 24, n⁰ 2, p. 139-162.

Jores, F., (2006). Paradigmes géométriques et formation initiale des professeurs des écoles, en environnement papier crayon et informatique, Thèse de doctorat, Université Paris 7.

Gousseau-Coutat, S., (2006). Intégration de la géométrie dynamique dans l'enseignement pour favoriser la liaison école primaire collège : une géométrie didactique au collège sur la notion de propriété. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, 265p.

Hanna, G., (1983). *Rigorous proof in mathematics education.* Toronto: The Ontario Institute for studies in education, OTSE Press, Toronto.

Hersh, R., (1997). *What is Mathematics, Really*? Oxford University Press. New York

Houdebine, J. (1990). Démontrer ou ne pas démontrer, voila la question. *REPÈRES-IREM*, n°1, p. 1-27.

Houdement, C., Kuzniak, A., (1998-1999). Réflexions sur l'enseignement de la géométrie pour la formation des maîtres. *Grand N,* n° 64, p. 65-78.

Houdement, C., Kuzniak, A., (2000). Formation des maîtres et paradigmes, géométriques. *Recherches en didactiques des mathématiques,* vol 20, n° 1, p. 89- 116.

Houdement, C., Kuzniak, A., (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives,* vol. 11 p. 175-193.

Houdement, C., (2007). A la recherche d'une cohérence entre géométrie de l'école et géométrie du collège. *REPERES-IREM,* n° 67, IREM de Rouen.

Houdement, C., (2009). Des nouveaux savoirs en géométrie pour les enseignants? In *Actes Colloque International Espace mathématique francophone.* (pp. 437-448), Dakar, avril.

Kuzniak, A., (2006). Paradigmes et espaces de travail géométrique. Éléments d'un cadre théorique pour l'enseignement et la formation des enseignants en géométrie. *Canadian Journal of Science. Mathematics and Technology Education*, vol. 6, p. 167-187.

Kuzniak, A., Rauscher, J-C., (2002). *Autour de quelques situations de formation en géométrie pour les professeurs d'école: Actes du XXIX$^{ème}$ colloque Inter-IREM de la Copirelem* (La Roche sur Yon, Mai 2002). IREM des pays de la Loire, 322 p.

Laborde, C., et Capponi, B., (1994). Cabri géomètre, constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 14, n$^0$ 12, p. 165-210.

Laborde, C., (1998). L'enseignement de la géométrie en tant que terrain d'exploration de phénomèmes didactiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 9, n$^0$3, p. 337-364.

Mariotti, M. A., (2001). La preuve en mathématique. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, vol. 1, n° 4, p. 437-458.

Parzysz, B., (1989). Représentations planes et enseignement de la géométrie de l'espace au lycée. Contribution à l'étude de la relation voir/savoir. Thèse. Paris : université Paris-7.

Parzysz, B., (2007). La géométrie dans l'enseignement secondaire et en formation de professeurs des écoles : de quoi s'agit-il ? "*Quaderni di Ricerca in didattica*", n° 17, GRIM (Départment of mathematics, University of Palermo, Italy), p. 121-144.

Rouche, N., (1989). Prouver : Amener à l'évidence ou contrôler des implications? In La démonstration mathématique dans l'histoire. *Colloque Inter-Irem Epistémologie et histoire des mathématiques*, p.8-38.

Coupal, Michel, (2005). *À vos Maths ! Mathématiques 1er cycle du secondaire, Manuel B*. Les publications Graficor inc. Québec.

Coupal, Michel, Marotte, Lynn, en coll. Jean Lepage, Rouleau, Etienne, (2006). *À vos Maths ! Mathématiques 1er cycle du secondaire, Manuel D*. Les éditions de la Chenelière inc. Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec, (1993). *Programmes d'Études Mathématiques 116, Enseignement secondaire,* ISBN 2-550- 23671-8, Québec, 56p.

Ministère de l'Éducation du Québec, (1994). *Programmes d'Études Mathématiques 216, Enseignement secondaire,* ISBN 2-550-29553-6, Québec, 50p.

Ministère de l'Éducation du Québec, (1995). *Programmes d'Études Mathématiques 314, Enseignement secondaire*, ISBN 2-550-09891-9, Québec, 47 p.

Ministère de l'Éducation du Québec, (1996). *Programmes d'Études Mathématiques 416, Enseignement secondaire*, ISBN 2-550-25450-3, Québec, 43p.

Ministère de l'Éducation du Québec, (1996). *Programmes d'Études Mathématiques 436, Enseignement secondaire*, ISBN 2-550-25514-3, Québec, 54p.

Ministère de l'Éducation du Québec, (1997). *Programmes d'Études Mathématiques 514, Enseignement secondaire*, ISBN 2-550-30588-4, Québec, 43p.

Ministère de l'Éducation du Québec, (19970. *Programmes d'Études Mathématiques 416, Enseignement secondaire*, ISBN 2-550-30587-6, Québec, 49p.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport. 2006. *Programme de formation de l'école Québécoise, Enseignement secondaire, premier cycle, Version 3. Pdf, Domaine de la mathématique, de la science et de la technologie,* ISBN2-550-44698-5, Gouvernement du Québec, Québec, 633 p.

Reid, D. A., (1995). The Need to prove. Thèse de doctorat. Faculty of Graduate Studies and Research : University of Albreta.

Robert, A., (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactiques des mathématiques,* vol. 18, n° 2, p. 139-1990.

Tall, D., (1995). Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking. *Plenary lecture at the conference of PME*, Recife, Brazil.

Tanguay, D., (2000). Analyse du développement de la notion de preuve dans une collection du secondaire. Mémoire de Maîtrise en Didactique des Mathématiques, Montréal, Université du Québec à Montréal, 269 p.

Tanguay, D., (2002). Analyse des problèmes de géométrie et apprentissage de la preuve au secondaire. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, vol. 2, n° 3, p. 371-396.

Tanguay, D., (2010). La géométrie : Au carrefour du sensible et de l'intelligible. Éditions Bande didactique.